1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 5

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus eller följdfel.

Bedömningsanvisningar
Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiften i förekommande fall.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t ex …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

Godtagbar ansats, t ex …	+1 E_P
med korrekt bestämning av …	+1 E_P
Godtagbar verifiering av …	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.

Modell 3:

E	**C**	**A**
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan symboler, termer, hänvisningar och figurer förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \in, \subset, \cup, \cap, \Sigma, \{, \}, \setminus, \rightarrow, \mid, !, f'(x), f''(x)$, VL, HL
Termer	t.ex. index, induktionsbas, induktionsantagande, induktionssteg, slutsats, VSB, venndiagram, mängd, kongruens, graf, hamiltoncykel, eulerväg, rekursion, differentialekvation, begynnelsevillkor, ekvation, andel, derivata, verifiera, fakultet, kombinationer, permutationer, sannolikhet, gynnsamma utfall, möjliga utfall, union, snitt, differens, komplement
Hänvisningar	t.ex. till binomialsatsen, geometrisk talföljd, aritmetisk talföljd
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell för delprov B, C och D som visar hur antal poäng fördelas på målen på respektive nivå E, C och A.

Mål	Nivå			Totalt
	E	**C**	**A**	
B	7	2	1	10
P	5	4	2	11
PM	6	9	9	24
RK	2	4	7	13
$\sum$	20	19	19	58

Kravgränser
Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 58 poäng varav 20 E-, 19 C- och 19 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 13 poäng
D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 28 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 37 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 44 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng eleven kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) eleven har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver eleven endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att eleven redovisar sina beräkningar, förklarar och motiverar sina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Provbetyg

En resultatfil kan hämtas på webbplatsen http://www.edusci.umu.se/np/bs enligt punkt 1-2 på sidan 4 i lärarinformationen och fyllas i av läraren efter genomfört prov.
I resultatfilen genereras elevens provbetyg samt en sammanställning över hur elevens prestationer fördelar sig över de mål och det centrala innehåll som prövas i provet. Denna information kan vara ett stöd och komplement som senare ska ligga till grund för elevens kursbetyg.

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

1. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (26) +1 E_B

2. **Max 2/0/0**

a) Korrekt svar ($\{8\}$) +1 E_B

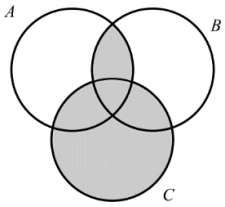
b) Korrekt svar ($\{1, 3\}$) +1 E_B

3. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (6) +1 E_P

4. **Max 1/0/0**

Korrekt markerat område +1 E_B



5. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (t ex 2 och 13) +1 E_B

6.		**Max 1/1/0**
a)	Korrekt svar (360)	+1 E_{PL}
b)	Korrekt svar (12)	+1 C_{PL}
7.		**Max 0/2/0**
a)	Korrekt svar (13)	+1 C_B
b)	Korrekt svar (43)	+1 C_B
8.		**Max 0/0/1**
	Korrekt svar (65)	+1 A_{PL}
9.		**Max 0/0/1**
	Korrekt svar ($k = 16$, $n = 26$)	+1 A_B
10.		**Max 0/0/1**
	Korrekt svar (18)	+1 A_{PL}

Instruktioner för bedömning av delprov C

11. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer a_1 +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (33) +1 E_P

12. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t ex deriverar funktionen +1 E_R

med i övrigt godtagbart enkelt resonemang med slutsatsen att Johanna har fel +1 E_R

13. **Max 0/1/0**

Godtagbart välgrundat resonemang där motivering till varför kanten FD ger en Eulercykel ingår, t ex hänvisar till att alla noder får jämnt gradtal *eller* ger exempel på en Eulercykel +1 C_R

14. **Max 1/2/0**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar (2) +1 E_{PL}

b) Godtagbar ansats, t ex bestämmer differensen mellan två på varandra följande summor +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (10) +1 C_{PL}

15. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t ex anger ett korrekt uttryck för x^2y^3-termen,

$\binom{5}{3}\cdot(3x)^2\cdot(-y)^3$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (-90) +1 C_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



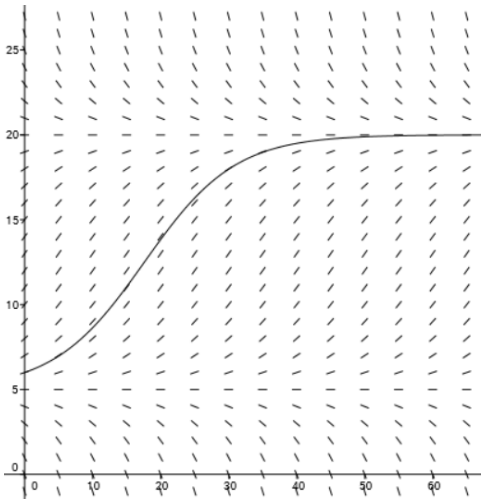
16. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, uttrycker $\binom{n+1}{2}$ som en kvot +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($\frac{1}{2}$) +1 C_P

17. **Max 1/1/2**

a) Godtagbart skissad lösningskurva som startar vid (0,6), följer riktningsfältet och närmar sig $y = 20$ +1 E_B



b) Godtagbart välgrundat resonemang som med hjälp av differentialekvationen förklarar att om $y(0) = 5$ så är $y(t) = 5$ +1 C_R

Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som med hjälp av differentialekvationen och begynnelsevillkoret $y(0) = 5{,}01$ beskriver kurvans utseende och innehåller minst en av nedanstående punkter +1 A_R

med godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som med hjälp av differentialekvationen och begynnelsevillkoret $y(0) = 5{,}01$ beskriver kurvans utseende och innehåller båda nedanstående punkter +1 A_R

- Kurvans utseende när *y* är nära 5 motiverat av derivatans värde när *y* är nära 5
- Kurvans utseende när *y* är nära 20 motiverat av derivatans värde när *y* är nära 20

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

18. **Max 0/1/3**

Visar att likheten gäller för $n = 1$ samt formulerar induktionsantagandet korrekt	+1 C_R
Påbörjar behandling av induktionssteget där induktionsantagandet används korrekt	+1 A_R
med i övrigt godtagbart genomfört bevis	+1 A_R
Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 3.	+1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



Instruktioner för bedömning av delprov D

19. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (3 796 297 200) +1 E_P

20. **Max 1/0/0**

Godtagbar lösning med korrekt svar (220) +1 E_B

21. **Max 2/0/0**

a) Korrekt svar ($a_n = 8n$) +1 E_{PL}

b) Korrekt svar ($a_{n+1} = a_n + 8, a_1 = 8$) +1 E_{PL}

22. **Max 1/0/2**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar (3628800) +1 E_{PL}

b) Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer att gruppen flickor kan placeras ut på 7 sätt bland pojkarna
eller bestämmer att flickorna och pojkarna kan permuteras på $4! \cdot 6!$ sätt +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (120960) +1 A_{PL}

23. **Max 1/3/0**

a) Godtagbar lösning med godtagbart svar (t ex $N(t) \approx \dfrac{7000 \cdot 1{,}065^t}{1{,}065^t + 10{,}667}$) +1 E_P

b) Godtagbar ansats, t ex visar insikt om att tillväxthastigheten är maximal då $N = 3500$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (37,6 minuter) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 3. +1 C_K

24. **Max 0/2/1**

a) Godtagbar ansats, t ex sätter in korrekta värden i formeln för geometrisk summa +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (3251 kr) +1 C_{PL}

b) Godtagbar motivering till att fondandelarnas värde närmar sig gränsvärdet 5000 kr +1 A_R

25. **Max 1/2/2**

Godtagbart begynnelsevillkor, $y(0) = 75$ +1 E_M

Godtagbart uppställd differentialekvation, t ex $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = k(y - T)$ +1 C_M

Godtagbar bestämning av omgivningens temperatur T, $T = 10$ +1 C_{PL}

Godtagbar ansats för bestämning av proportionalitetskonstanten, t ex inser att lutningen på kurvan i en punkt kan användas +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar bestämning av proportionalitetskonstanten, $k \approx -0{,}2$ +1 A_{PL}

26. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, t ex skriver om uttrycket med potenslagarna, $(11^2)^n + 5 \cdot (5^2)^n - 6$ +1 A_P

med i övrigt godtagbar procedur som leder till att uttrycket är kongruent med $0 (\mathrm{mod}\, 24)$ +1 A_P

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 3. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

27. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, tecknar ett samband mellan x och y, t ex $x + y = 17$ +1 A_M

med bestämning av något villkor på x, $x \leq 10$ eller $x \geq 2$ +1 A_M

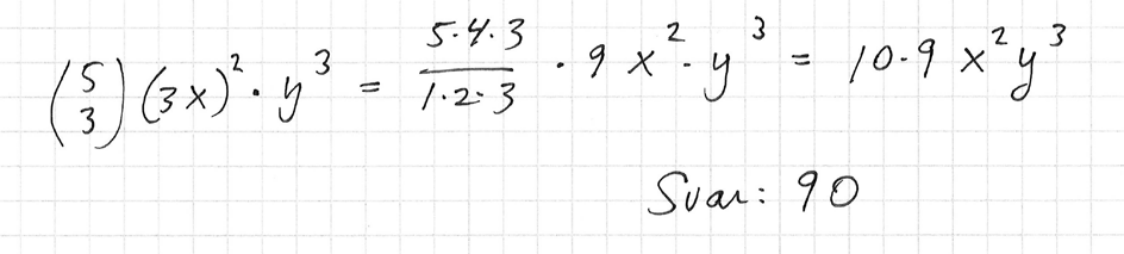
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($2 \leq x \leq 10$, $7 \leq y \leq 15$) +1 A_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

3. Exempel på bedömda elevlösningar

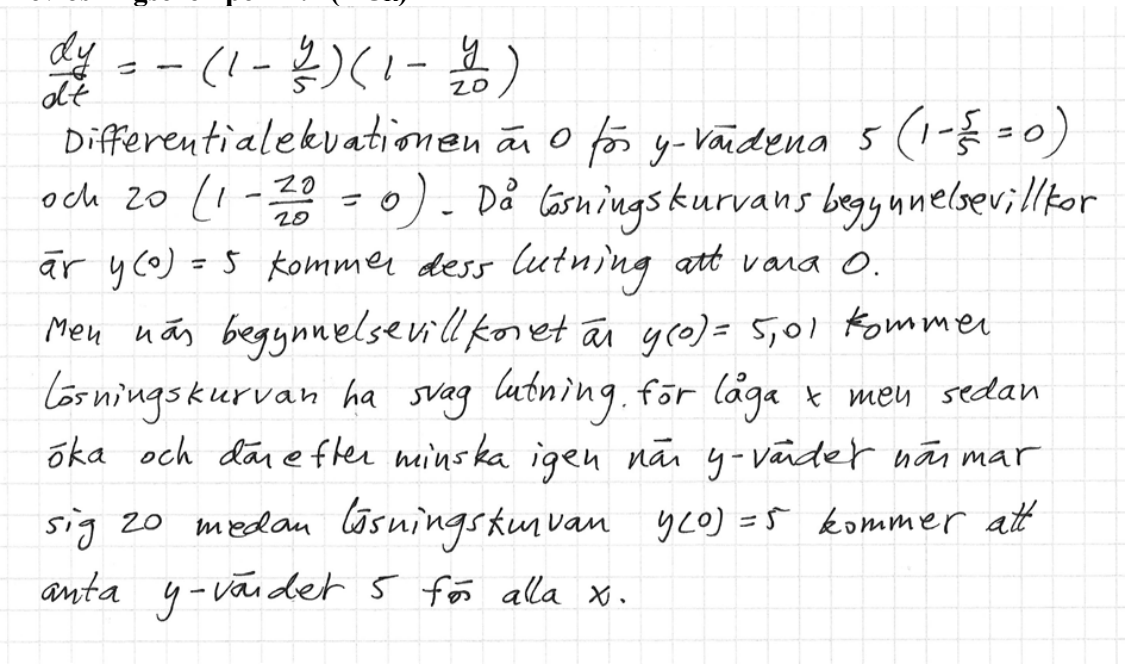
Uppgift 15

Elevlösningsexempel 15.1 (1 CP)



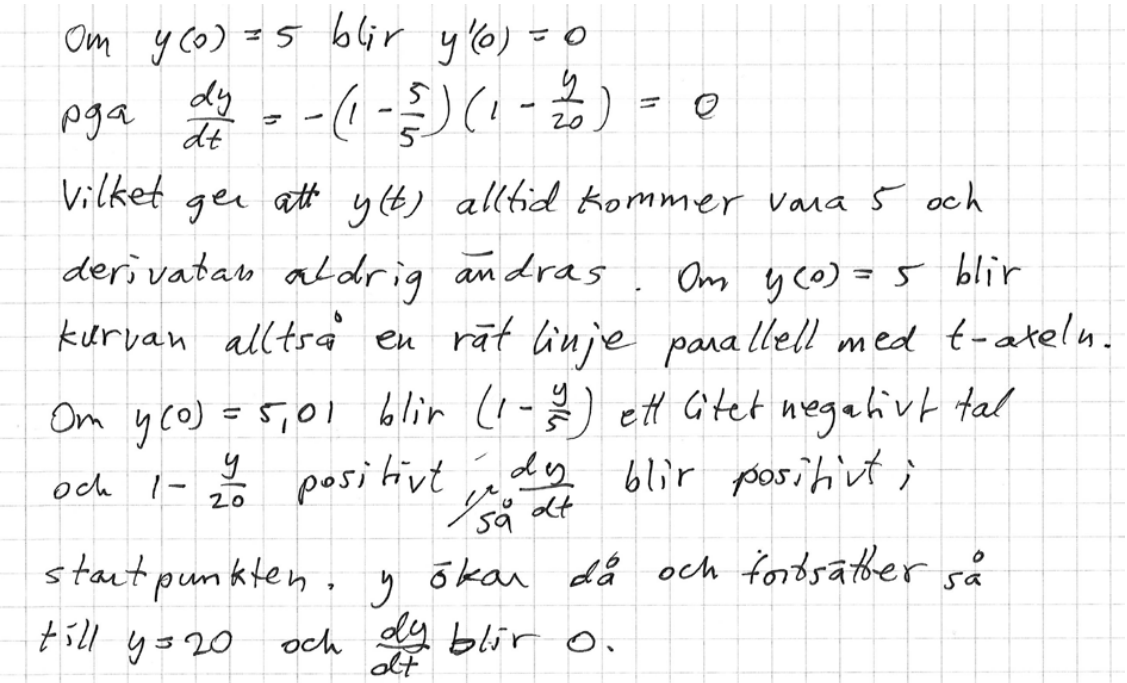
Bedömningskommentarer till exemplet: Lösningen visar ett i huvudsak korrekt sätt att använda binomialsatsen, däremot saknas minustecknet i uppställningen av x^2y^3-termen vilket ger fel svar. Elevlösningen i sin helhet anses uppfylla kraven för den första procedurpoängen på C-nivå.

Uppgift 17b
Elevlösningsexempel 17.1 (1 CR)



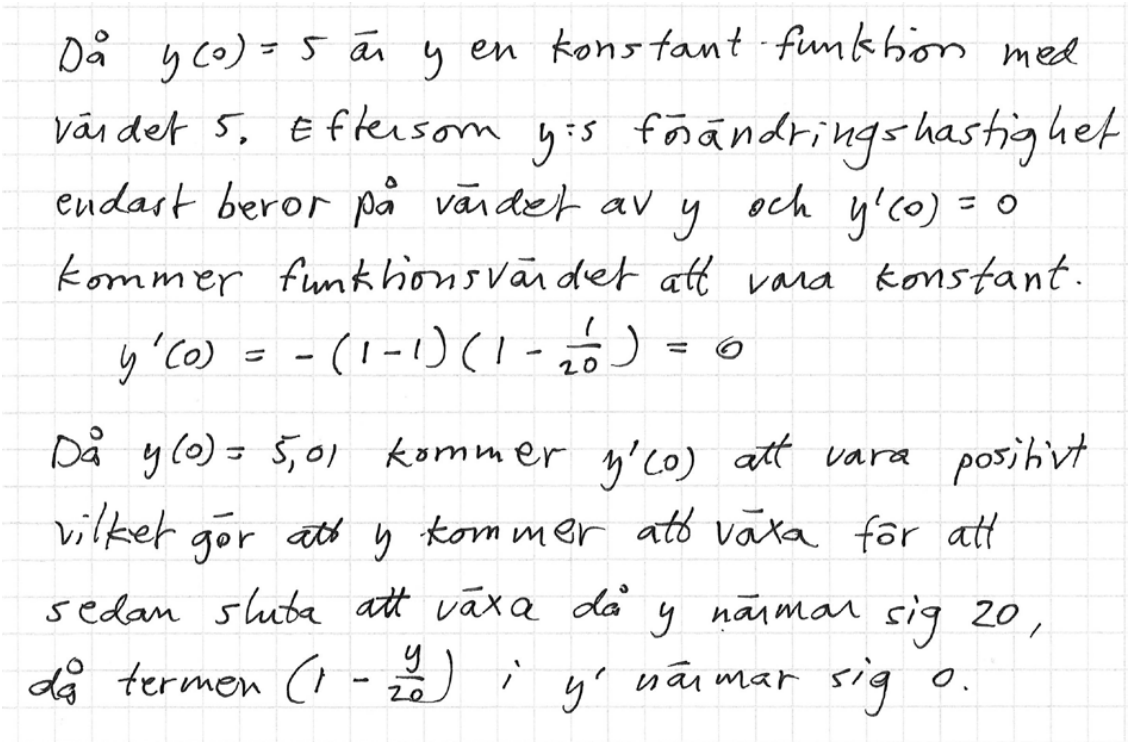
Bedömningskommentarer till exemplet: I elevlösningen används differentialekvationen för att bestämma att kurvans lutning är noll då $y(0) = 5$ och beskrivningen av motsvarande lösningskurva är godtagbar. Av lösningen framgår det inte hur differentialekvationen är använd då $y(0) = 5,01$. Elevlösningen ges en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 17.2 (1 CR och 1 AR)



Bedömningskommentarer till exemplet: I elevlösningen används differentialekvationen för att bestämma att kurvans lutning är noll då $y(0) = 5$ och beskrivningen av motsvarande lösningskurva är korrekt. I lösningen framgår nätt och jämt hur den ena faktorn påverkar kurvans utseende då $y(0) = 5,01$. Däremot diskuteras inte kurvans utseende kring $y = 20$ utifrån differentialekvationen. Sammantaget ges elevlösningen en resonemangspoäng på C-nivå och nätt och jämnt första resonemangspoängen på A-nivå.

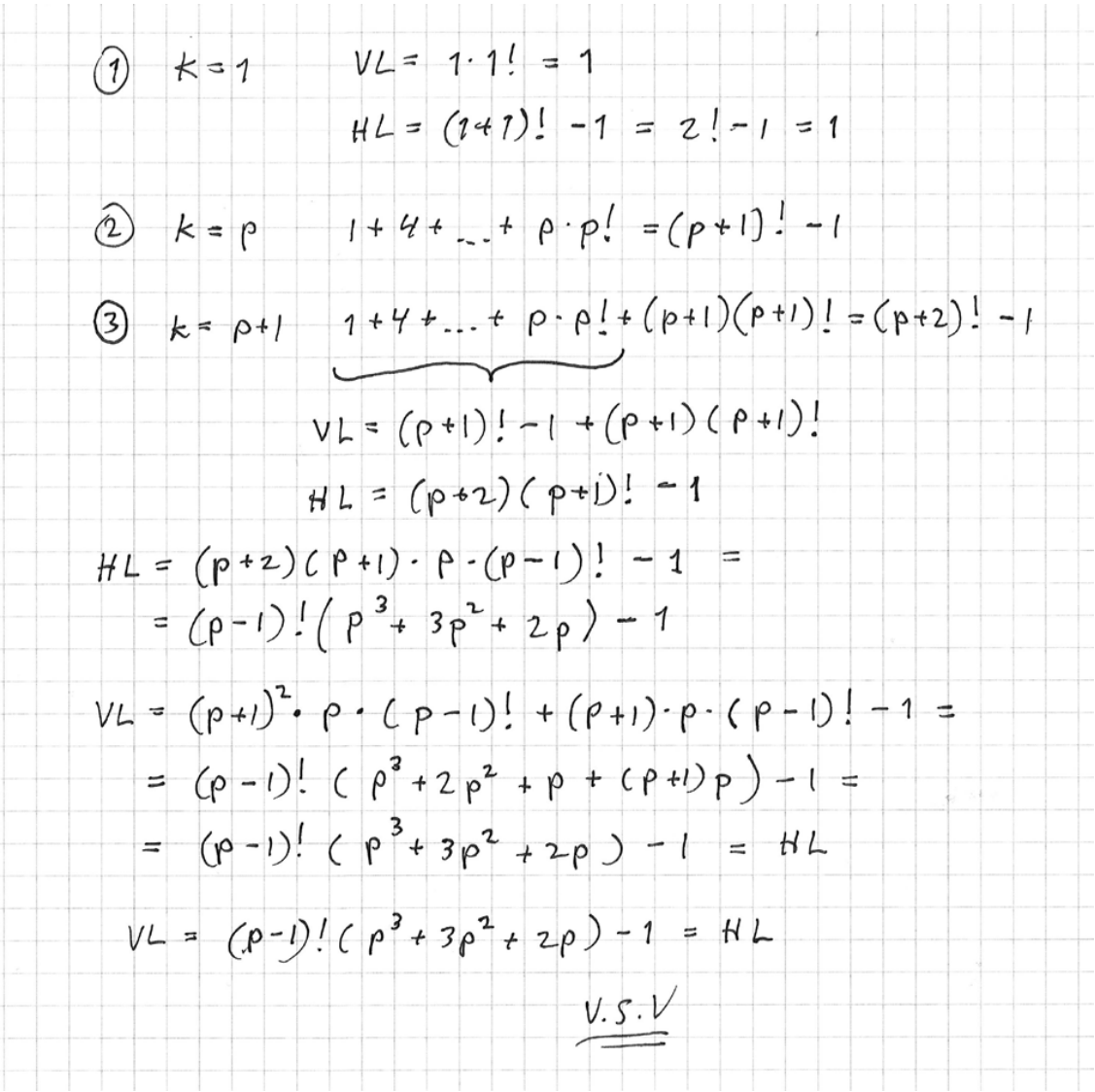
Elevlösningsexempel 17.3 (1 CR och 2 AR)



Bedömningskommentarer till exemplet: Kopplingen mellan kurvans utseende och differentialekvationen är tydligt beskriven. Därmed anses elevlösningen uppfylla kraven för en resonemangspoäng på C-nivå och båda resonemangspoängen på A-nivå.

Uppgift 18

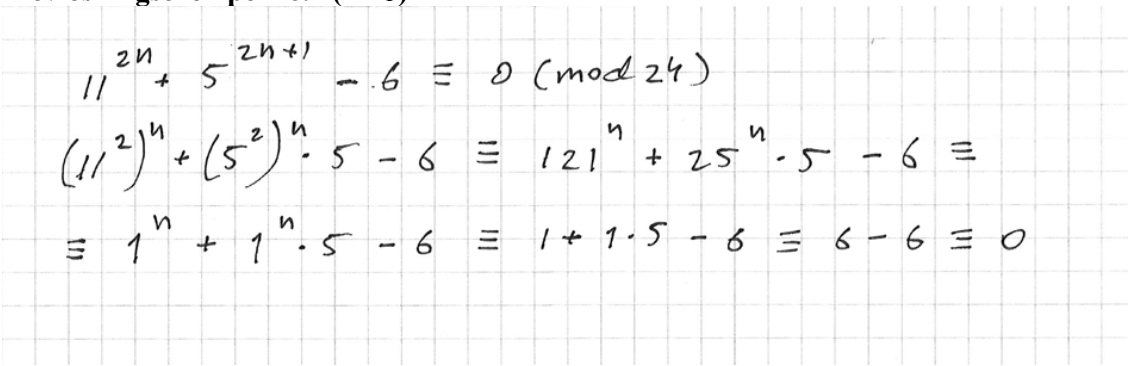
Elevlösningsexempel 18.1 (1 C_R och 2 A_R)



Bedömningskommentarer till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Den formella hanteringen av bevisföringen är bristfällig då de olika stegen i induktionsbeviset är otydligt uppdelade och bristfälligt kommenterade. Dessutom saknas slutsats. Lösningen uppfyller därmed inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen en resonemangspoäng på C-nivå och nätt och jämnt två resonemangspoäng på A-nivå.

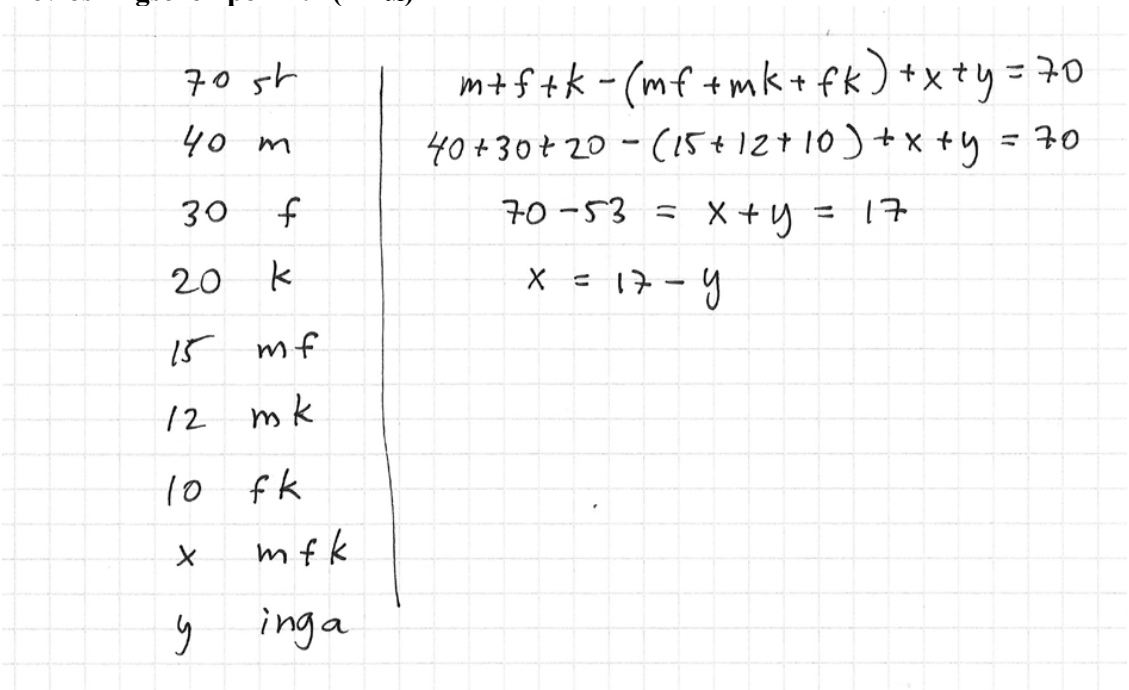
Uppgift 26

Elevlösningsexempel 26.1 (2 AP)



Bedömningskommentarer till exemplet: Elevlösningen är utförd i sin helhet och därmed ges lösningen två procedurpoäng på A-nivå. När det gäller kommunikation används kongruenstecken på flertal ställen där det istället borde vara likhetstecken och $\pmod{24}$ saknas på några ställen. I slutet nämns inte heller varför sambandet gäller. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara uppfyllda.

Uppgift 27
Elevlösningsexempel 27.1 (1 AM)



Bedömningskommentarer till exemplet: Elevlösningen visar en korrekt bestämning av sambandet mellan *x* och *y*. Undersökning av vilka värden *x* och *y* kan anta saknas. Sammantaget ges lösningen en modelleringspoäng på A-nivå.