Delprov D	Uppgift 19-27. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 58 poäng varav 20 E-, 19 C- och 19 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 13 poäng
D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 28 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 37 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 44 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

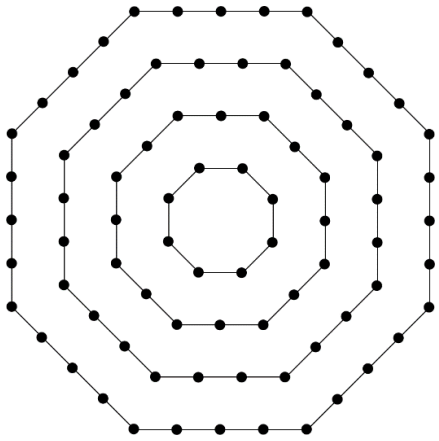
Gymnasieprogram/Komvux:_____

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

19. Beräkna $\binom{36}{14}$ *Endast svar krävs* (1/0/0)

20. En frukthandlare har 12 olika äpplesorter till försäljning.
Beräkna på hur många sätt en kund kan välja 3 olika äpplesorter utan hänsyn till ordning. (1/0/0)

21. Figuren visar regelbundna åttahörningar med prickar placerade i ett visst regelbundet mönster.
Antalet prickar på den innersta åttahörningen kallas för a_1, antalet prickar på den näst innersta åttahörningen kallas för a_2, och så vidare.



Åttahörningarna bildas enligt ett mönster. Fler åttahörningar kan bildas enligt samma mönster.

a) Bestäm en sluten (explicit) formel för antal prickar, a_n, på den *n*:te åttahörningen. *Endast svar krävs* (1/0/0)

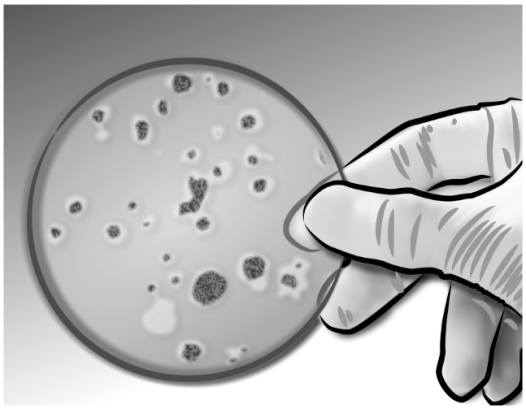
b) Bestäm en rekursiv formel för talföljden a_1, a_2, a_3, … *Endast svar krävs* (1/0/0)

22. Fyra flickor och sex pojkar har fått tio platser reserverade på en fotbollsmatch. Platserna är placerade intill varandra i en rad.

a) Beräkna på hur många sätt de tio ungdomarna kan placeras på de tio platserna. (1/0/0)

b) Beräkna på hur många sätt de kan placeras på de tio platserna om flickorna ska sitta bredvid varandra. (0/0/2)

23. Vid en odling av bakterier fanns från början cirka 600 bakterier på en agarplatta. Agarplattan innehåller näringslösning som bakterierna kan leva av. På grund av begränsad tillgång till näring och syre, kan inte bakterieantalet bli hur stort som helst på plattan.



Bilden visar en agarplatta med bakterier

Bakterietillväxten kan beskrivas med differentialekvationen $\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = 9{,}0 \cdot 10^{-6} \cdot N(7000 - N)$ där N är antalet bakterier vid tidpunkten t minuter.

a) Lös differentialekvationen $\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = 9{,}0 \cdot 10^{-6} \cdot N(7000 - N)$ då $N(0) = 600$ (1/0/0)

b) Bestäm vid vilken tidpunkt som tillväxthastigheten är maximal. (0/3/0)

24. Percy sätter varje fredag in 100 kr i en aktiefond. Dessvärre minskar aktiefondens värde med 2 % varje vecka.

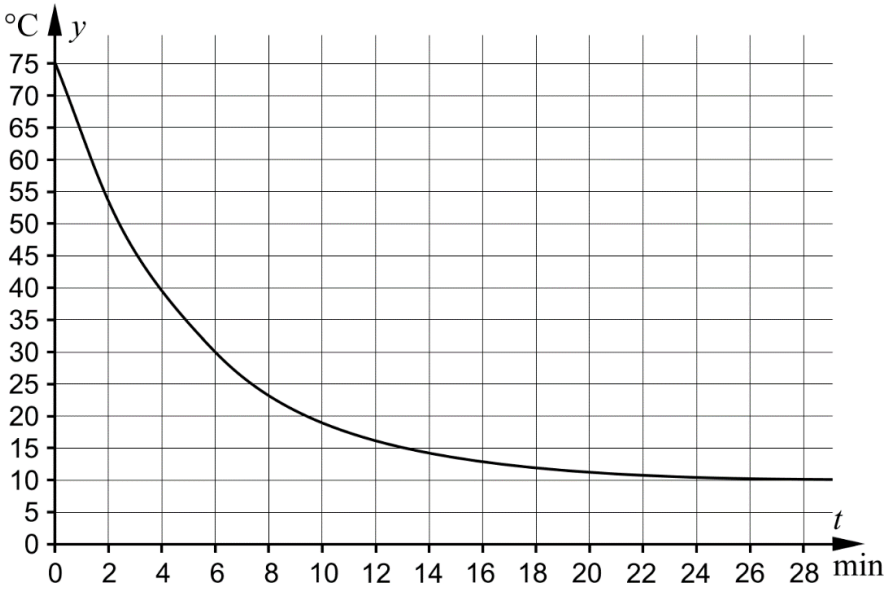
a) Beräkna värdet av Percys fondandelar direkt efter den 52:a insättningen. (0/2/0)

b) Utred vad som händer med värdet av Percys fondandelar på lång sikt om han fortsätter att sätta in 100 kr varje fredag och aktiefondens värde minskar med 2 % varje vecka. (0/0/1)

25. Enligt Newtons avsvalningslag är temperaturens förändringshastighet hos en vätska proportionell mot temperaturskillnaden mellan vätskans temperatur y i grader Celsius och omgivningens temperatur T i grader Celsius.

Vid en utflykt häller Mikaela upp en kopp varm chokladdryck från sin termos.

Diagrammet visar hur chokladdrycken svalnar.



Teckna en differentialekvation med begynnelsevillkor som beskriver temperaturens förändringshastighet $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$ hos chokladdrycken vid tiden t minuter. Använd diagrammet för att bestämma konstanterna i differentialekvationen. (1/2/2)

26. Visa att $11^{2n} + 5^{2n+1} - 6$ är delbart med 24 för alla positiva heltal n. (0/0/3)

27. På en skola finns det 70 elever i årskurs 3.
Av dessa har

a) 40 valt matematik, 30 valt fysik och 20 valt kemi,
b) 15 valt både matematik och fysik,
c) 12 valt både matematik och kemi,
d) 10 valt både fysik och kemi,
e) x elever valt alla tre ämnena,
f) y elever inte valt något av de tre ämnena

Bestäm ett samband mellan x och y samt undersök vilka värden som x och y kan anta. (0/0/3)