Delprov B	Uppgift 1-10. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 11-18. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 58 poäng varav 20 E-, 19 C- och 19 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 13 poäng
D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 28 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 37 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 44 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux:_____

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. Beräkna $\sum_{k=1}^{4}(k^2-1)$ _____ (1/0/0)

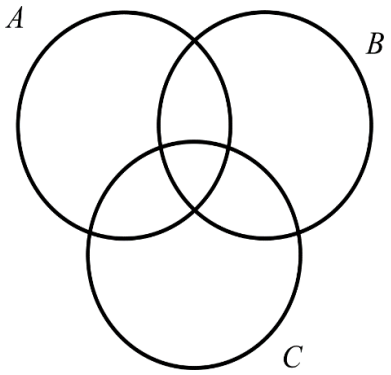
2. Tre mängder $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{2,4,6,8\}$ och $C=\{8,9\}$ är givna.
Bestäm

a) $(A\cup B)\cap C$ { _____ } (1/0/0)

b) $A\setminus B$ { _____ } (1/0/0)

3. Beräkna $\dfrac{12!}{10!\cdot 22}$ _____ (1/0/0)

4. Markera i Venndiagrammet det område som motsvaras av $(A\cap B)\cup C$.



(1/0/0)

5. Ange två möjliga värden för x om $x\equiv 35 \pmod{11}$.

_____ (1/0/0)

6. Med hjälp av bokstäverna A, B, C, D, E och F bildas koder som består av fyra olika bokstäver, t ex DFBE.

a) Hur många sådana koder kan bildas? _____ (1/0/0)

b) Hur många av dessa koder börjar med AE? _____ (0/1/0)

7. Mängderna A och B är definierade på följande sätt:

$A = \{n \mid n \equiv 1 \pmod 6\}$
$B = \{n \mid n \text{ är primtal och } 10 < n < 50\}$

a) Bestäm det minsta talet i mängden $A \cap B$ _____ (0/1/0)

b) Bestäm det största talet i mängden $A \cap B$ _____ (0/1/0)

8. Ett tåg består av ett lok och fyra vagnar. Loket är placerat längst fram i tåget. Vagnarna finns i tre olika färger, rött, grönt och blått. På hur många sätt kan ett sådant tåg se ut om det ska innehålla minst en röd vagn?

_____ (0/0/1)

9. Ange ett värde på k och ett värde på n så att $\binom{25}{15} + \binom{25}{16} = \binom{n}{k}$

$n =$ _____

$k =$ _____ (0/0/1)

10. Bestäm det minsta positiva heltalet n för vilket $n!$ är delbart med 3^8.

_____ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

11. En talföljd är definierad rekursivt på följande sätt:

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_n = a_{n-1} \cdot n + n^2 \quad n = 1, 2, 3, \ldots \end{cases}$$

Bestäm a_3 (2/0/0)

12. Förändringen av antalet starar i Sverige under 1990-talet kan enligt en förenklad modell beskrivas av differentialekvationen

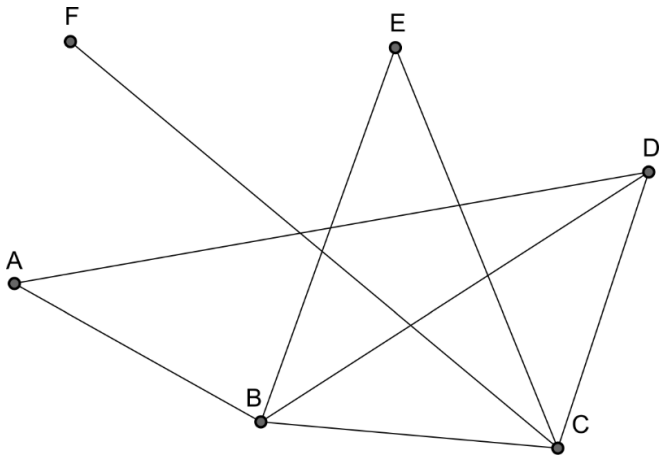
$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -0{,}023y\,, \quad y(0) = 5 \cdot 10^6$$

där y är antalet starar t år efter 1990.



Johanna påstår att $y = 5 \cdot 10^6 \cdot \mathrm{e}^{0{,}023t}$ är en lösning till differentialekvationen. Undersök om hon har rätt. (2/0/0)

13.



Visa att det går att lägga till en kant i grafen, så att den nya graf som bildas innehåller en Eulercykel/Eulerkrets. Motivera ditt svar. (0/1/0)

14. Summan $a_1 + a_2 + ... + a_n$ av de *n* första talen i en aritmetisk talföljd ges av $S_n = (5n-3) \cdot n$ för $n = 1, 2, 3, ...$

Bestäm talföljdens

a) första tal a_1. (1/0/0)

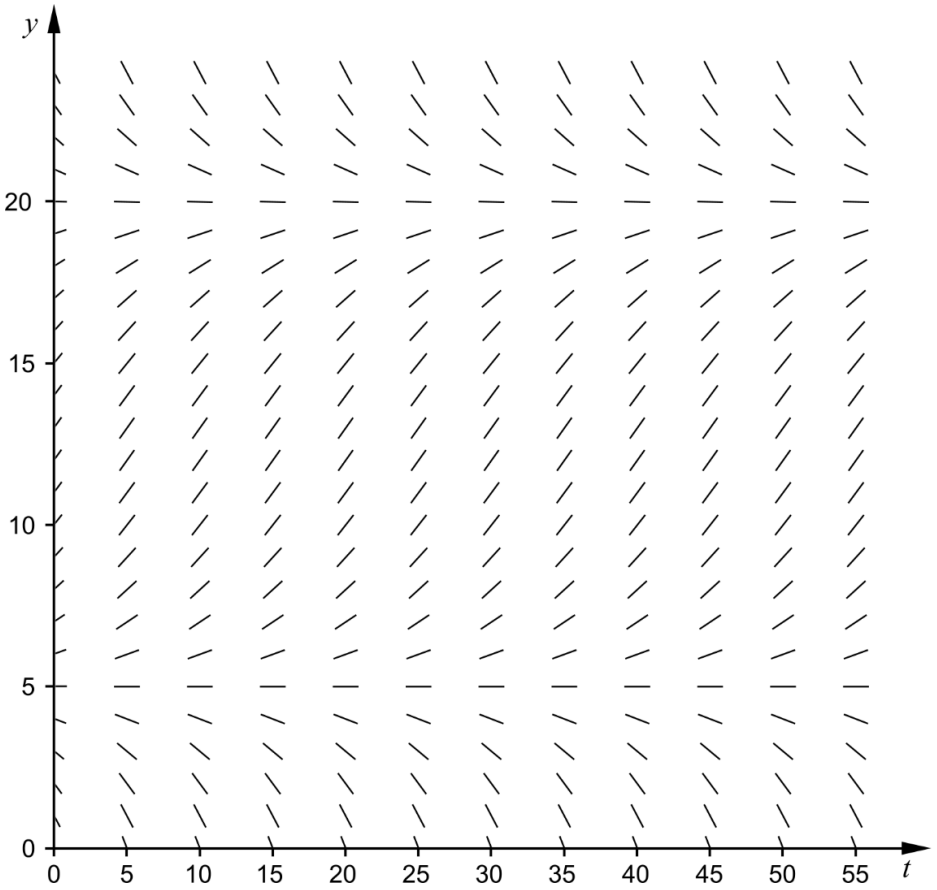
b) differens. (0/2/0)

15. Bestäm koefficienten för x^2y^3 i utvecklingen av $(3x-y)^5$. (0/2/0)

16. Förenkla uttrycket $\binom{n+1}{2} \cdot \frac{(n-1)!}{n! \cdot (n+1)}$ så långt som möjligt. (0/2/0)

17. I grafen visas ett riktningsfält till differentialekvationen

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -(1-\frac{y}{5})(1-\frac{y}{20})$$



a) Skissa i figuren lösningskurvan till differentialekvationen om $y(0) = 6$ (1/0/0)

b) Lösningskurvan då begynnelsevillkoret är $y(0) = 5$ och lösningskurvan då begynnelsevillkoret är $y(0) = 5{,}01$ kommer att se olika ut.

Beskriv hur dessa två kurvor kommer att se ut och förklara kurvornas utseende enbart utifrån differentialekvationen $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -(1-\frac{y}{5})(1-\frac{y}{20})$ (0/1/2)

18. Visa med hjälp av induktion att $\sum_{k=1}^{n} k \cdot k! = (n+1)! - 1$ för $n \geq 1$ (0/1/3)