Delprov D	Uppgift 21-29. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 58 poäng varav 21 E-, 20 C- och 17 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 13 poäng
D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 29 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 38 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 45 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux:_____

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

21. Bestäm antalet koder bestående av 3 olika bokstäver som kan bildas med hjälp av bokstäverna T, O, K, I, G. (1/0/0)

22. Markus har en spellista i sin mobil som innehåller 8 album med hip-hop, 6 album med rock och 5 album med pop. Han tänker välja ut 3 album från sin spellista till en ny spellista som han ska ha med på en bilresa.

På hur många olika sätt kan Markus göra sitt val om

a) det ska vara ett album från varje musikstil? (1/0/0)

b) alla 3 album ska vara från samma musikstil? (1/1/0)

23.

a) Ange den allmänna lösningen till differentialekvationen

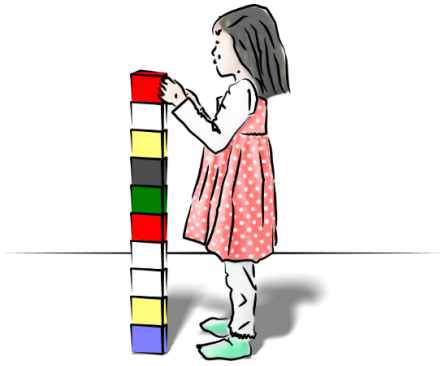
$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = -0{,}03y$ *Endast svar krävs* (1/0/0)

b) Beräkna $y(2)$ om $y'+y = x^2$ och $y(0) = 1$ (0/2/0)

24. Summan av det tionde och elfte elementet i en geometrisk talföljd är 314928. Det elfte elementet är 3 gånger så stort som det tionde.

Bestäm det andra elementet i talföljden. (1/2/0)

25. Anna bygger torn med sina färgade klossar. Hon har tio klossar varav tre är vita, två är gula, två är röda, en är grön, en är blå och en är svart. Anna bygger torn med tio klossars höjd.



Hur många olika torn, med hänsyn till färgerna, kan Anna bygga? (0/1/1)

26. I en förenklad modell kan antalet tranor, N, i ett tranbestånd beskrivas med differentialekvationen

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = 0{,}00029N \cdot (1500 - N), \; N(0) = 200$$

där t är antalet år efter 1 januari 2014.



a) Bestäm tranbeståndets tillväxthastighet då antalet tranor är 500. (1/0/0)

b) Under vilket år finns det för första gången fler än 750 tranor i beståndet? (0/2/0)

c) Bestäm hur stort tranbeståndet blir på lång sikt enligt modellen. (0/0/1)

27. En talföljd är definierad på följande sätt:

$a_1 = 2$

$a_n = a_{n-1} + 4n - 3$ för $n \geq 2$

Visa med ett induktionsbevis att $a_n = 2n^2 - n + 1$ för $n \geq 1$ (0/1/3)

28. I binomialutvecklingen av $(ax+by)^n$ finns termen $-15120x^4y^3$.

Bestäm heltalen a, b och n. (0/0/3)

29. I en damm har man konstaterat att 38 % av fiskarna dör varje år. Den 1 maj 2011 fanns det 5200 fiskar i dammen. Varje år därefter tillförs dammen 1900 nya fiskar. Detta sker alltid den 1 maj.

Låt a_n vara antalet fiskar som finns i dammen (direkt efter att nya fiskar har tillförts) *n* år efter 1 maj 2011.

Bestäm en sluten (explicit) formel för a_n. (0/0/2)