Delprov B	Uppgift 1-10. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 11-20. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	150 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 61 poäng varav 22 E-, 22 C- och 17 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 15 poäng
D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 31 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå
B: 41 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 49 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux:_____

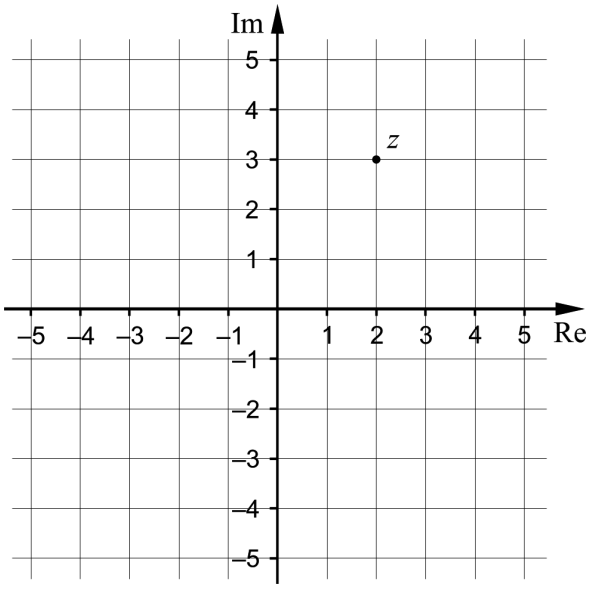
Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. För funktionen f gäller att $f(x) = 5\sin 4x + 3$

a) Bestäm det största värde som funktionen kan anta. _____ (1/0/0)

b) Bestäm $f'(x)$. _____ (1/0/0)

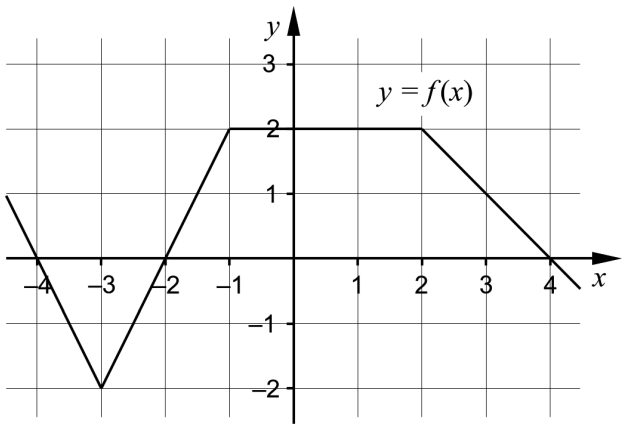
2. I det komplexa talplanet är talet z markerat.



a) Markera talet $\overline{z}$ i talplanet. (1/0/0)

b) Bestäm $z \cdot \overline{z}$ _____ (1/0/0)

3. Figuren visar grafen till en funktion f.



Bestäm $\int_{-3}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$ _____ (1/0/0)

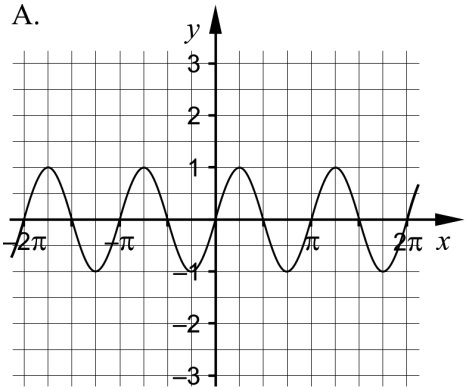
4. För de komplexa talen z och w gäller
$z = 7\left(\cos\frac{5\pi}{3} + \mathrm{i}\sin\frac{5\pi}{3}\right)$ och $w = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + \mathrm{i}\sin\frac{\pi}{3}\right)$

a) Bestäm $\left|\frac{z}{w}\right|$ _____ (1/0/0)

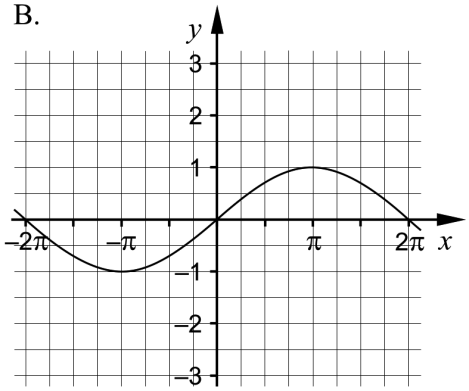
b) Bestäm $\arg\left(\frac{z}{w}\right)$ _____ (1/0/0)

5. Figurerna visar graferna till fyra trigonometriska funktioner.

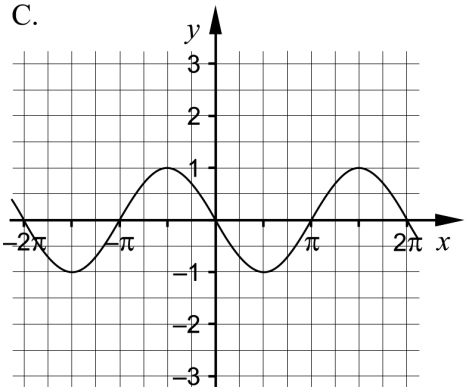
A.



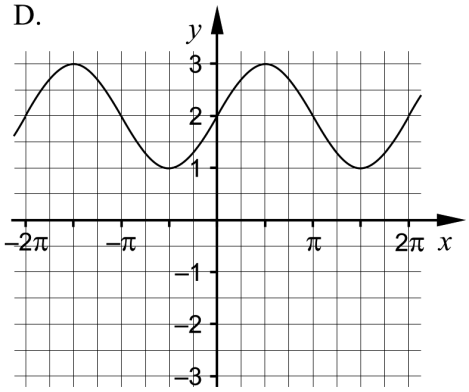
B.



C.



D.



a) Para ihop följande tre funktioner med rätt graf A–D.

$y = \sin(x) + 2$ hör ihop med graf: _____

$y = \sin(2x)$ hör ihop med graf: _____

$y = \sin(x + \pi)$ hör ihop med graf: _____ (0/1/0)

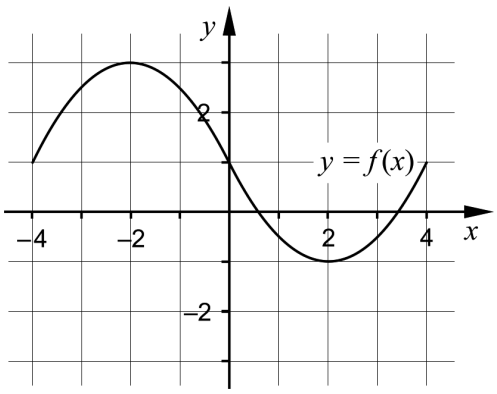
b) En av graferna A–D går inte att para ihop med någon av de tre funktionerna i a).
Ange en trigonometrisk funktion som har den grafen.

_____ (0/1/0)

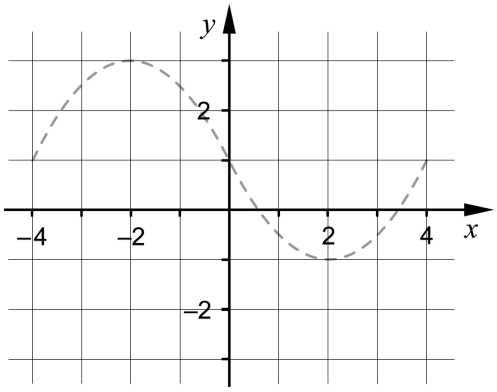
6. Bestäm konstanten a så att polynomet $p(x) = x^5 + 2x^4 - 8x + a$ blir delbart med faktorn $(x - 1)$.

_____ (0/1/0)

7. I koordinatsystemet är kurvan $y = f(x)$ ritad i intervallet $-4 \le x \le 4$



Använd koordinatsystemet nedan och skissa kurvan $y = |f(x)|$
i intervallet $-4 \le x \le 4$
För att underlätta din skissning är kurvan $y = f(x)$ inritad med en streckad linje.



(0/1/0)

8. $z_1 = \cos 35° + i \sin 35°$ är en rot till ekvationen $z^9 = w$.
Bestäm en annan rot till samma ekvation. _____ (0/0/1)

9. Ange vilket av alternativen A–H som är det bästa närmevärdet till

$$\frac{\sin(\frac{\pi}{3}+0,01)-\sin\frac{\pi}{3}}{0,01}$$

A. 0
B. 0,01
C. 0,5
D. 1
E. 2
F. 10
G. 50
H. 100

_____ (0/0/1)

10. Ange en funktion f som har derivatan $f'(x)=24x(x^2+1)^5$

_____ (0/0/1)

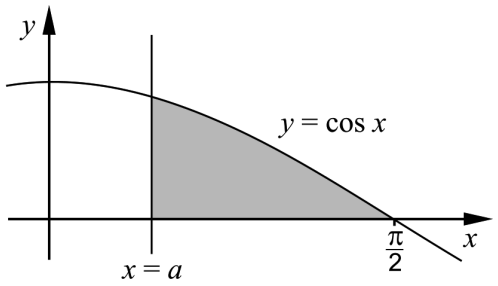
Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

11. Beräkna $\dfrac{3+5\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$. Svara på formen $a+b\mathrm{i}$. (2/0/0)

12. Lös ekvationen $\sin 3x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (2/1/0)

13. Visa att $\dfrac{1-\cos^2 x}{\sin x \cos x} = \tan x$ för alla x där uttrycken är definierade. (2/0/0)

14. Det skuggade området i figuren begränsas av kurvan $y = \cos x$, x-axeln och linjen $x = a$, där $0 < a < \dfrac{\pi}{2}$



Bestäm a så att områdets area blir $\dfrac{1}{2}$ a.e. (2/1/0)

15. Intäkten vid försäljning av en vara ges av
$I(p) = 2000p \cdot \mathrm{e}^{-0{,}05p}$
där I är intäkten i kr/dag och p är varans pris i kr.

Avgör om det finns något pris p som ger maximal intäkt och ange i så fall detta pris. (0/3/0)

16. Parham arbetar med differentialekvationen $y'' + 8y = 6y'$. Han kommer fram till att $y = 4e^{2x}$ är en lösning till ekvationen och visar resultatet för Aida. Aida studerar ekvationen och säger att det inte kan stämma. Hon menar att siffrorna 4 och 2 råkat byta plats i Parhams lösning, för lösningen ska vara $y = 2e^{4x}$ enligt Aida.

Undersök om någon av dem har fel. (0/2/0)

17. Kurvan $y = h - x^2$, där *h* är en positiv konstant, begränsar tillsammans med koordinataxlarna ett område i första kvadranten.

Bestäm h så att områdets area blir $\frac{16}{3}$ a.e. (0/1/1)

18. Visa att $\sin 345° = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$ (0/0/2)

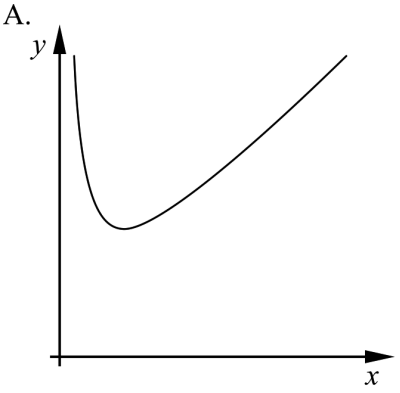
19. Bestäm det minsta värde som funktionen $y = e^{\sin x \cos x}$ kan anta.
Svara exakt. (0/0/2)

20. Funktionerna f_1, f_2, f_3 och f_4 är definierade enligt följande:

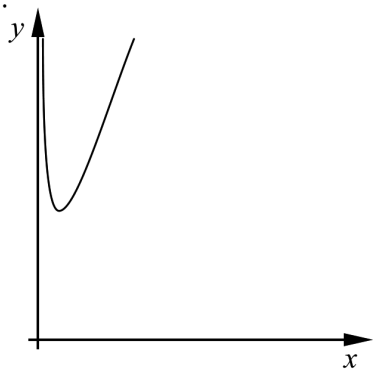
$f_1(x)=\frac{1}{x}+x$	$f_2(x)=\frac{1}{x}+3x$
$f_3(x)=\frac{1}{3x}+x$	$f_4(x)=\frac{1}{3x}+3x$

Figurerna nedan visar funktionernas grafer A–D för $x>0$
Alla grafer är ritade i koordinatsystem med samma skala.

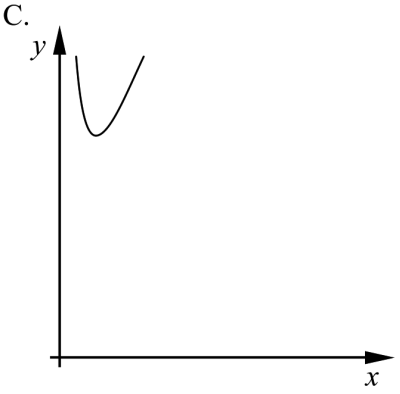
A.



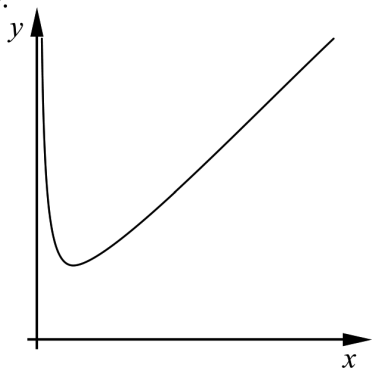
B.



C.



D.



Para ihop varje funktion f_1-f_4 med rätt graf A–D. Motivera ditt svar. (0/0/2)

Delprov D	Uppgift 21-28. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 61 poäng varav 22 E-, 22 C- och 17 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 15 poäng
D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 31 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå
B: 41 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 49 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

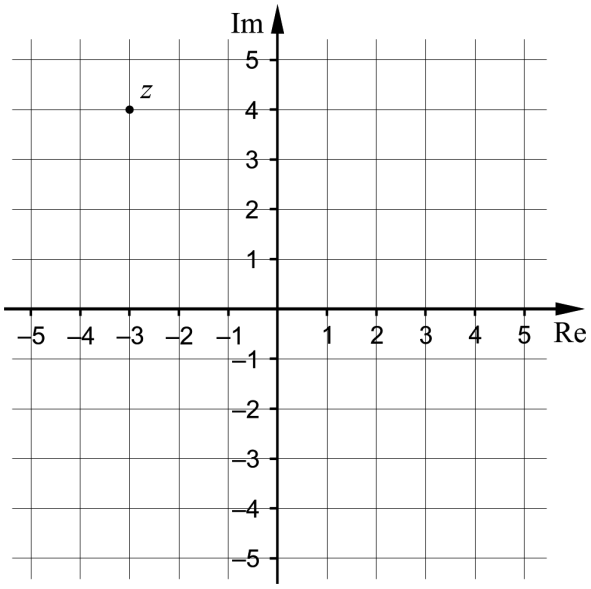
Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

21. Figuren visar ett komplext talplan där talet z är markerat.



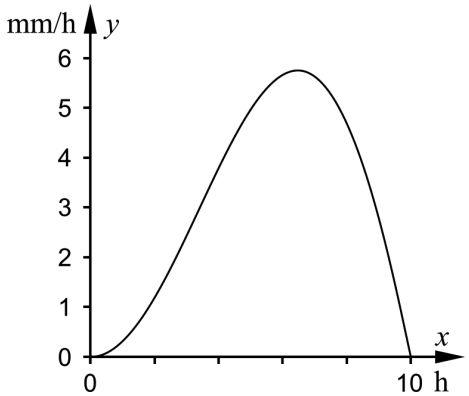
Bestäm talet z på polär form. (2/0/0)

22. En sommardag i Pajala regnade det mellan 9.00 och 19.00.
Under dessa 10 timmar mättes regnets intensitet.

Enligt en förenklad modell ges regnets intensitet av

$$y = x \cdot \sin\frac{\pi \cdot x}{10}$$

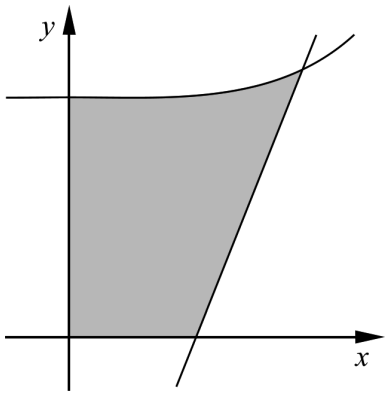
där y är regnets intensitet i mm/h och x är tiden i timmar från 9.00. Modellen antas gälla mellan 9.00 och 19.00.



Beräkna hur många mm regn som totalt föll under dessa 10 timmar. (2/0/0)

23. Figuren visar graferna till funktionerna $f(x)=\frac{x^4}{4}+1,5$ och $g(x)=4x-2$

De två funktionernas grafer innesluter tillsammans med de positiva koordinataxlarna det område som skuggats i figuren.



Bestäm arean av det skuggade området.
Svara med minst tre värdesiffror. (2/1/0)

24. Under en molnfri dag med 12 timmars solljus, kan intensiteten I hos solljuset approximeras med $I=I_0\sin^3\left(\frac{\pi x}{12}\right)$

där I_0 är maximal intensitet och x är tiden i timmar efter solens uppgång.

a) Bestäm hur många procent av maximal intensitet som solljuset har 3 timmar efter solens uppgång. (1/0/0)

En dermatolog (hudläkare) rekommenderar att solskydd används om intensiteten överstiger 50 % av maximal intensitet.

b) Bestäm hur många timmar som solskydd bör användas denna dag enligt rekommendationen. (0/2/0)

25. För funktionen f gäller att $f''(x) = \cos x - \sin 2x$
I punkten $(0,\ 1)$ har grafen till funktionen f tangenten $y = 2x + 1$

Bestäm $f'(x)$. (0/3/0)

26. Festfixarfirman Skoj & Ploj blåser upp ballonger med ett tryckluftsaggregat.

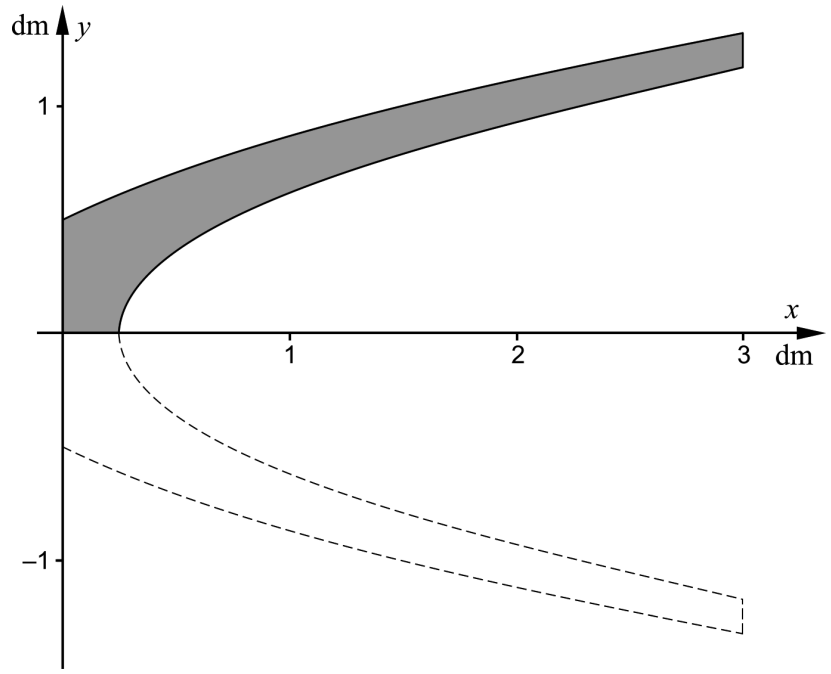


Ballongerna kan anses vara klotformade och varje ballong ska blåsas upp till volymen 5,5 liter. Ballongens radie ökar med 3,5 cm/s vid det tillfälle då dess radie är 6,0 cm.

Aggregatet ger jämn luftpåfyllning så att volymen ökar med konstant hastighet.

Bestäm hur lång tid det tar att blåsa upp en ballong som från början är tom. (0/2/2)

27. Simone är glasdesigner och har designat en vas som är 3 dm hög. Formen på vasen kan beskrivas med den rotationskropp som uppstår då det skuggade området i figuren roteras kring x-axeln. Det skuggade området begränsas av kurvorna $y_1 = \frac{\sqrt{2x+1}}{2}$, $y_2 = \frac{\sqrt{2x-0,5}}{2}$, linjen $x = 3$ och de positiva koordinataxlarna.



Simone vill veta hur mycket glasmassa som behövs för att tillverka vasen.

Beräkna hur stor volym glasmassa hon behöver. (0/1/2)

28. Funktionen h definieras genom $h(x) = (f(x))^2$.

Bestäm $h''(0)$ för alla funktioner f med följande egenskaper:

- $f(0) = -1$
- $f'(0) = 3$
- $f''(0) = 2$ (0/1/3)