Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning 3
Bedömningsanvisningar 3
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga 4
Provsammanställning – Kunskapskrav 5
Provsammanställning – Centralt innehåll 6
Kravgränser 7
Resultatsammanställning 7
Bedömningsformulär 8
Bedömningsanvisningar 9
Delprov B 9
Delprov C 10
Delprov D 12
Bedömda elevlösningar 15
Uppgift 4a 15
Uppgift 12 15
Uppgift 15 16
Uppgift 19 18
Uppgift 20 19
Uppgift 23 20
Uppgift 24 21
Uppgift 25 23
Uppgift 27 24
Ur ämnesplanen för matematik 26
Kunskapskrav Matematik kurs 4 27
Centralt innehåll Matematik kurs 4 28

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt olika modeller:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

E	**C**	**A**
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. …	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. …	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. …
1 E_R	1 E_R och 1 C_R	1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan innehålla något ovidkommande eller sakna något steg. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

Förutom den allmänna beskrivningen av kraven kan ibland mer utförliga beskrivningar ges i samband med de bedömda elevlösningar där kommunikationspoäng förekommer.

Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 4 i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 14b_1 och 14b_2 den första respektive andra poängen i uppgift 14b.

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1a	1											
	1b	1											
	2a		1										
	2b		1										
	3a	1											
	3b	1											
	4a	1											
	4b		1										
	5_1	1											
	5_2					1							
	6					1							
	7									1			
	8a							1					
	8b											1	
	9									1			
	10_1									1			
	10_2											1	
C	11_1		1										
	11_2			1									
	12_1				1								
	12_2				1								
	13_1	1											
	13_2						1						
	14a				1								
	14b_1						1						
	14b_2						1						
	15_1		1										
	15_2							1					
	15_3								1				
	16_1						1						
	16_2						1						
	16_3						1						

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
C	17_1								1				
	17_2												1
	18_1						1						
	18_2									1			
	18_3										1		
	19_1								1				
	19_2												1
	19_3												1
	19_4												1
D	20_1			1									
	20_2			1									
	21_1			1									
	21_2			1									
	22_1			1									
	22_2			1									
	22_3							1					
	23_1					1							
	23_2							1					
	24_1							1					
	24_2							1					
	25_1							1					
	25_2							1					
	26_1											1	
	26_2											1	
	26_3											1	
	27a_1							1					
	27a_2											1	
	27b_1							1					
	27b_2											1	
	27b_3												1
	Total	**7**	**5**	**7**	**3**	**3**	**7**	**10**	**3**	**4**	**1**	**7**	**5**
Σ	**62**	**22**				**23**				**17**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 4 i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

Del-prov	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma4															
								Aritmetik, algebra och förändring					Samband och förändring					Problem-lösning		
		E	C	A	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	F17	F18	F19	F20	F21	P1	P3	P4
B	1a	1	0	0	X															
	1b	1	0	0	X															
	2a	1	0	0											X					
	2b	1	0	0											X					
	3a	1	0	0		X	X													
	3b	1	0	0		X	X													
	4a	1	0	0												X				
	4b	1	0	0												X				
	5	1	1	0									X							
	6	0	1	0									X							
	7	0	0	1											X					
	8a	0	1	0		X	X											X		
	8b	0	0	1		X												X		
	9	0	0	1											X	X				
	10	0	0	2	X		X											X		
C	11	2	0	0												X		X		
	12	2	0	0						X		X								
	13	1	1	0	X		X													
	14a	1	0	0					X											
	14b	0	2	0					X											
	15	1	2	0							X		X					X		
	16	0	3	0	X			X	X											
	17	0	1	1	X	X														
	18	0	1	2											X	X				
	19	0	1	3								X								
D	20	2	0	0											X			X		
	21	2	0	0													X	X		
	22	2	1	0												X		X		
	23	0	2	0										X				X		
	24	0	2	0												X		X		
	25	0	2	0												X		X		
	26	0	0	3												X		X		
	27a	0	1	1											X			X		
	27b	0	1	2												X		X		
Total		22	23	17																

Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 62 poäng varav 22 E-, 23 C- och 17 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 15 poäng
D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 32 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 41 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 49 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Bedömningsformulär

Elev:_____ Klass:_____ Provbetyg:_____

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1a												
	1b												
	2a												
	2b												
	3a												
	3b												
	4a												
	4b												
	5_1												
	5_2												
	6												
	7												
	8a												
	8b												
	9												
	10_1												
	10_2												
C	11_1												
	11_2												
	12_1												
	12_2												
	13_1												
	13_2												
	14a												
	14b_1												
	14b_2												
	15_1												
	15_2												
	15_3												
	16_1												
	16_2												
	16_3												

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
C	17_1												
	17_2												
	18_1												
	18_2												
	18_3												
	19_1												
	19_2												
	19_3												
	19_4												
D	20_1												
	20_2												
	21_1												
	21_2												
	22_1												
	22_2												
	22_3												
	23_1												
	23_2												
	24_1												
	24_2												
	25_1												
	25_2												
	26_1												
	26_2												
	26_3												
	27a_1												
	27a_2												
	27b_1												
	27b_2												
	27b_3												
	Total												
Σ													

	Total	**7**	**5**	**7**	**3**	**3**	**7**	**10**	**3**	**4**	**1**	**7**	**5**
Σ	**62**	**22**				**23**				**17**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

1. **Max 2/0/0**

a) Korrekt svar (t ex $z = 2 + 4\mathrm{i}$) +1 E_B

b) Korrekt svar (t ex $z = 2 + 2\mathrm{i}$) +1 E_B

2. **Max 2/0/0**

a) Korrekt svar ($f'(x) = -5\sin 5x$) +1 E_P

b) Korrekt svar ($g'(x) = \mathrm{e}^x + x \cdot \mathrm{e}^x$) +1 E_P

3. **Max 2/0/0**

a) Korrekt svar (5) +1 E_B

b) Korrekt markerad punkt ($\bar{z}_2 = -5 + \mathrm{i}$) +1 E_B

4. **Max 2/0/0**

a) Godtagbart markerat område +1 E_B

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Korrekt svar (6) +1 E_P

5. **Max 1/1/0**

Godtagbart angivet värde för minst en av konstanterna A, B eller k +1 E_B

med i övrigt godtagbart svar ($A = 3,\ B = -1$ och $k = 4$) +1 C_B

6. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (A) +1 C_B

7. **Max 0/0/1**

Korrekt svar (3) +1 A_B

8. **Max 0/1/1**

a) Korrekt svar (H) +1 C_{PL}

b) Korrekt svar (D) +1 A_{PL}

9. **Max 0/0/1**

Korrekt svar (t ex $\frac{e^{x^3+5}}{3}$) +1 A_B

10. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, markerar minst ett komplext tal z som uppfyller villkoret +1 A_B
med godtagbart ritad linje ($\text{Im}\, z = 2 \cdot \text{Re}\, z - 3$) +1 A_{PL}

Delprov C

11. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t ex beräknar en delarea korrekt +1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (3 a.e.) +1 E_{PL}

12. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t ex inser att trigonometriska ettan kan användas +1 E_R
med ett i övrigt enkelt resonemang som visar att VL = HL +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

13. **Max 1/1/0**

Godtagbar ansats, t ex visar insikt om att $\bar{z} = a - b\text{i}$ och $\text{i}z = a\text{i} - b$ +1 E_B
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($z = 2 + \text{i}$) +1 C_P

14. **Max 1/2/0**

a) Godtagbart enkelt resonemang som visar att VL = HL +1 E_R

b) Godtagbar ansats, t ex faktoriserar $x^3 + 2x^2 + x - 18$ och kommer fram till att övriga rötter fås ur ekvationen $x^2 + 4x + 9 = 0$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = -2 \pm i\sqrt{5}$) +1 C_P

15. **Max 1/2/0**

Godtagbar ansats, t ex ställer upp ekvationen $\cos 2x = \frac{1}{2}$ +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($150°$) +1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, $\pm$, gradtecken, termer såsom period, skärningspunkt, ekvation, växande samt hänvisning till enhetscirkeln, figur etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

16. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t ex skriver om $-27i$ till $27(\cos 270° + i\sin 270°)$ +1 C_P

med godtagbar fortsättning, bestämmer minst en rot *eller* anger $\begin{cases} r = 3 \\ v = 90° + n \cdot 120° \end{cases}$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar $\begin{cases} z_1 = 3(\cos 90° + i\sin 90°) \\ z_2 = 3(\cos 210° + i\sin 210°) \\ z_3 = 3(\cos 330° + i\sin 330°) \end{cases}$ +1 C_P

17. **Max 0/1/1**

Godtagbar ansats, t ex bestämmer $\arg(1-i) = -45°$ *eller* anger att $\arg z_2 = \arg z_1 + \arg(1-i)$ +1 C_R

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t ex ”z_2 ligger i första kvadranten” *eller* $0° < \arg z_2 < 90°$) +1 A_R

18. **Max 0/1/2**

Godtagbar ansats, t ex deriverar $f(x)$ +1 C_P

med godtagbar fortsättning, t ex inser att $\int_0^1 f''(x)\mathrm{d}x = f'(1) - f'(0)$ +1 A_B

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (-2π) +1 A_P

19. **Max 0/1/3**

Godtagbar ansats, t ex löser ekvationen $f'(x) = 0$ +1 C_R

Visar att f saknar extrempunkter då $a > 3$ +1 A_R

Visar att f saknar extrempunkter då $a = 3$ +1 A_R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, olikhetstecken, $\pm$, rottecken, $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$, termer såsom funktion, derivata, andraderivata, terrasspunkt, maximipunkt, minimipunkt, extrempunkt, nollställe, reella rötter, strängt växande, teckenschema etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Delprov D

20. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t ex inser att $y'(4)$ ska bestämmas +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (0,66 °C / h) +1 E_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

21. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, sätter in $y = a \cdot \mathrm{e}^{2x}$ och $y' = 2a \cdot \mathrm{e}^{2x}$ i differentialekvationen +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a = \frac{1}{3}$) +1 E_{PL}

22. **Max 2/1/0**

Godtagbar ansats, t ex bestämmer x-koordinaten för skärningspunkten mellan kurvorna, $x = 2$ +1 E_{PL}

med korrekt tecknat uttryck för bestämning av någon relevant area,

t ex $\int_1^2 (4x - 4)\mathrm{d}x$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($\frac{2}{3}$ a.e. $\approx 0{,}67$ a.e.) +1 C_{PL}

23. **Max 0/2/0**

Anger en funktion med minst en lodrät asymptot +1 C_B

med godtagbart svar (t ex $y = \frac{1}{(x-1)(x+2)}$) +1 C_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

24. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t ex ställer upp korrekt integral, t ex

$\frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \int_{115}^{130} \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-120}{4}\right)^2} \mathrm{d}x$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (400 st) +1 C_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

25. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, ställer upp ett korrekt integraluttryck för brokabelns längd,

t ex $\int_0^{100} \sqrt{1 + (0{,}06x^{0{,}5})^2}\,\mathrm{d}x$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (109 m) +1 C_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

26. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, t ex ställer upp ellipsens ekvation, $\left(\frac{x}{14{,}5}\right)^2+\left(\frac{y}{9{,}5}\right)^2=1$ +1 A_M

med godtagbar fortsättning, ställer upp en integral för beräkning av volymen,
t ex $V=\int_{-14{,}5}^{14{,}5}\pi\cdot 9{,}5^2\left(1-\left(\frac{x}{14{,}5}\right)^2\right)\mathrm{d}x$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (5,5 dm^3) +1 A_M

27. **Max 0/2/3**

a) Godtagbar ansats, t ex tecknar ett korrekt uttryck för volymen uttryckt i h och ställer upp kedjeregeln, $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}h}\cdot\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (0,18 dm/min) +1 A_{PL}

b) Godtagbar ansats, tecknar ett integraluttryck för den volym som tillförs *eller* bestämmer volymen, 360 dm^3, då höjden är 7,0 dm +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning som visar att vattennivån efter 13,6 minuter är 7,0 dm +1 A_{PL}

Lösningen (deluppgift a och b) kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, integraltecken, derivatabeteckningar, integraluttryck, termer såsom integral, integrationsgränser, hänvisning till kedjeregeln etc. +1 A_K

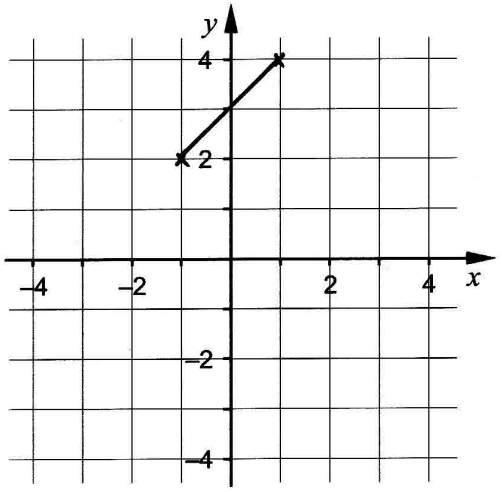
Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



Bedömda elevlösningar

Uppgift 4a

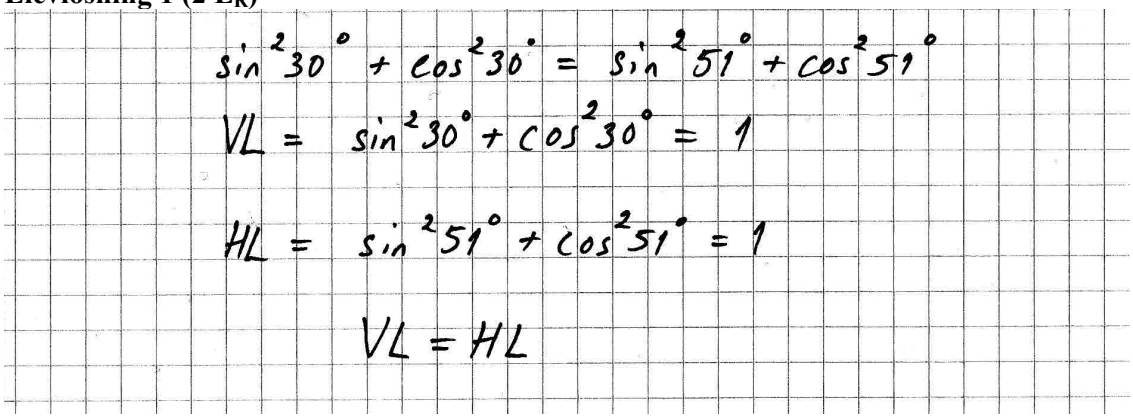
Elevlösning 1 (0 poäng)



Kommentar: Elevlösningen visar linjen $y = 3 + x$ markerad i intervallet $-1 \le x \le 1$. Eftersom inget område är markerat anses lösningen inte motsvara kraven för ett godtagbart svar.

Uppgift 12

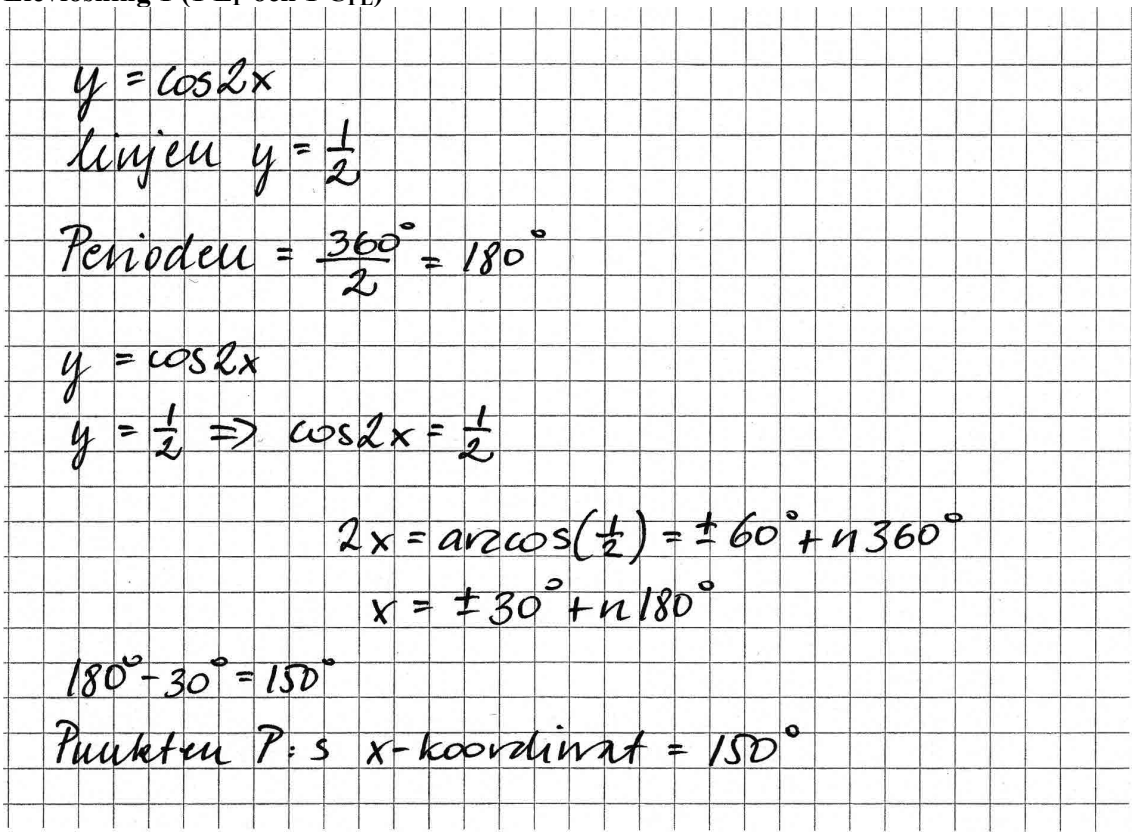
Elevlösning 1 (2 E_R)



Kommentar: Elevlösningen visar genom att behandla leden var för sig att HL = VL = 1. Dock saknas hänvisning till trigonometriska ettan. Trots detta bedöms lösningen som nätt och jämnt godtagbar. Sammantaget ges lösningen två resonemangspoäng på E-nivå.

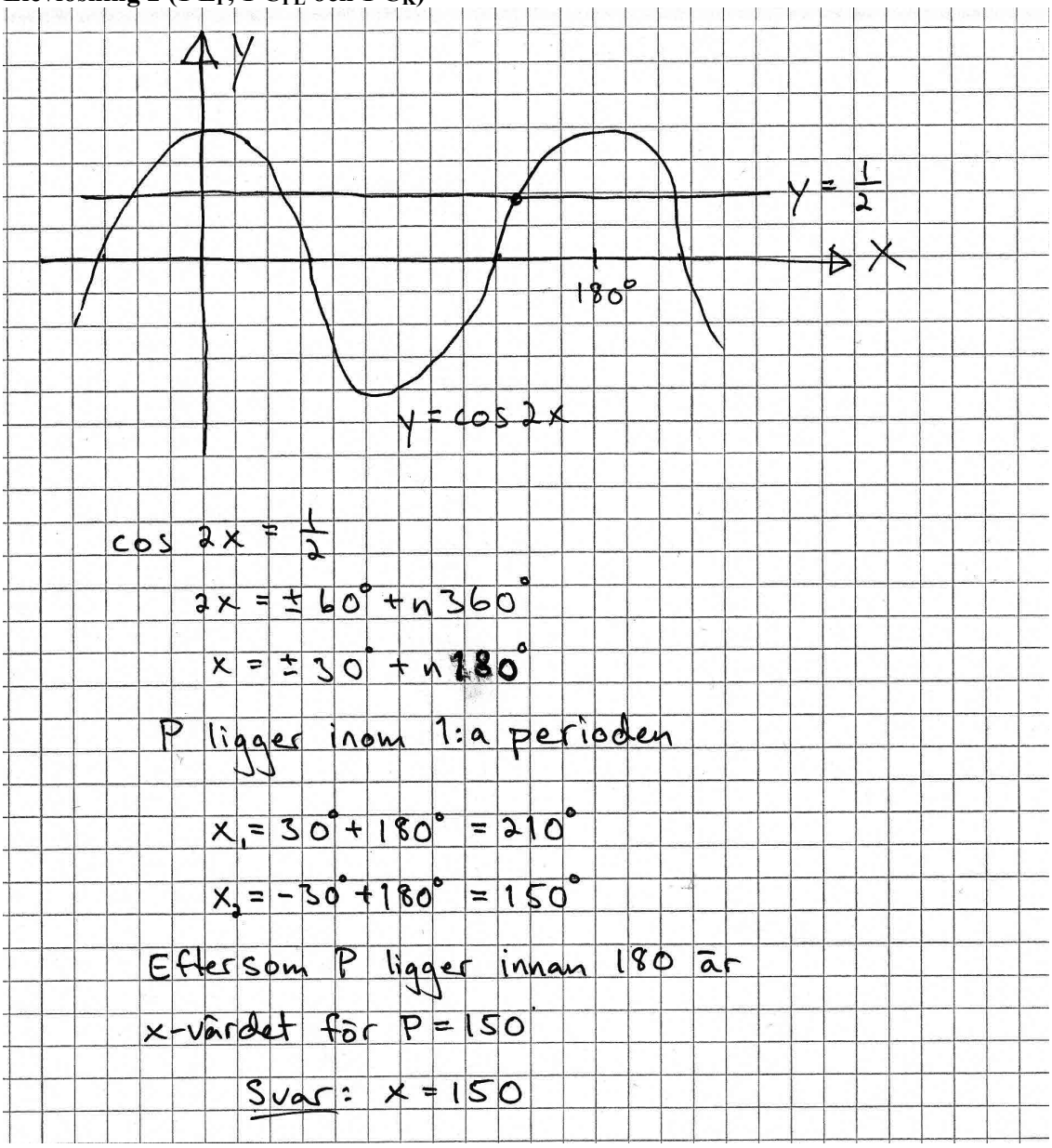
Uppgift 15

Elevlösning 1 (1 E_P och 1 C_{PL})



Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation behandlas likhetstecknet felaktigt på fjärde raden från slutet. Även i övrigt är lösningen knapphändigt kommunicerad, t ex varför punkten *P*:s *x*-koordinat har värdet 150° . Lösningen uppfyller därmed inte kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Sammantaget ges lösningen en procedurpoäng på E-nivå och en problemlösningspoäng på C-nivå.

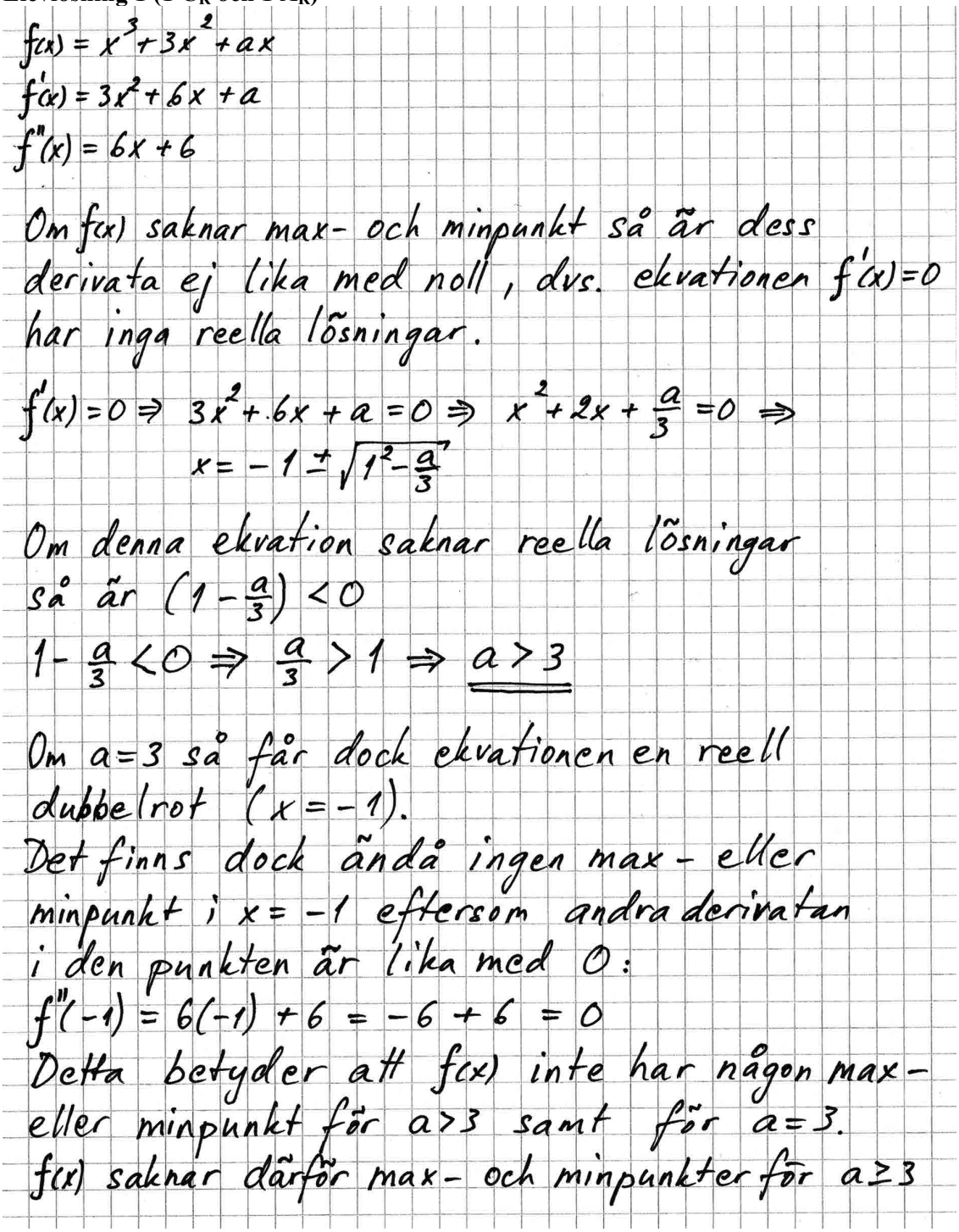
Elevlösning 2 (1 E_P, 1 C_{PL} och 1 C_K)



Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå även om gradbeteckningen saknas på några ställen i slutet av lösningen. Sammantaget ges lösningen samtliga möjliga poäng inklusive en kommunikationspoäng på C-nivå.

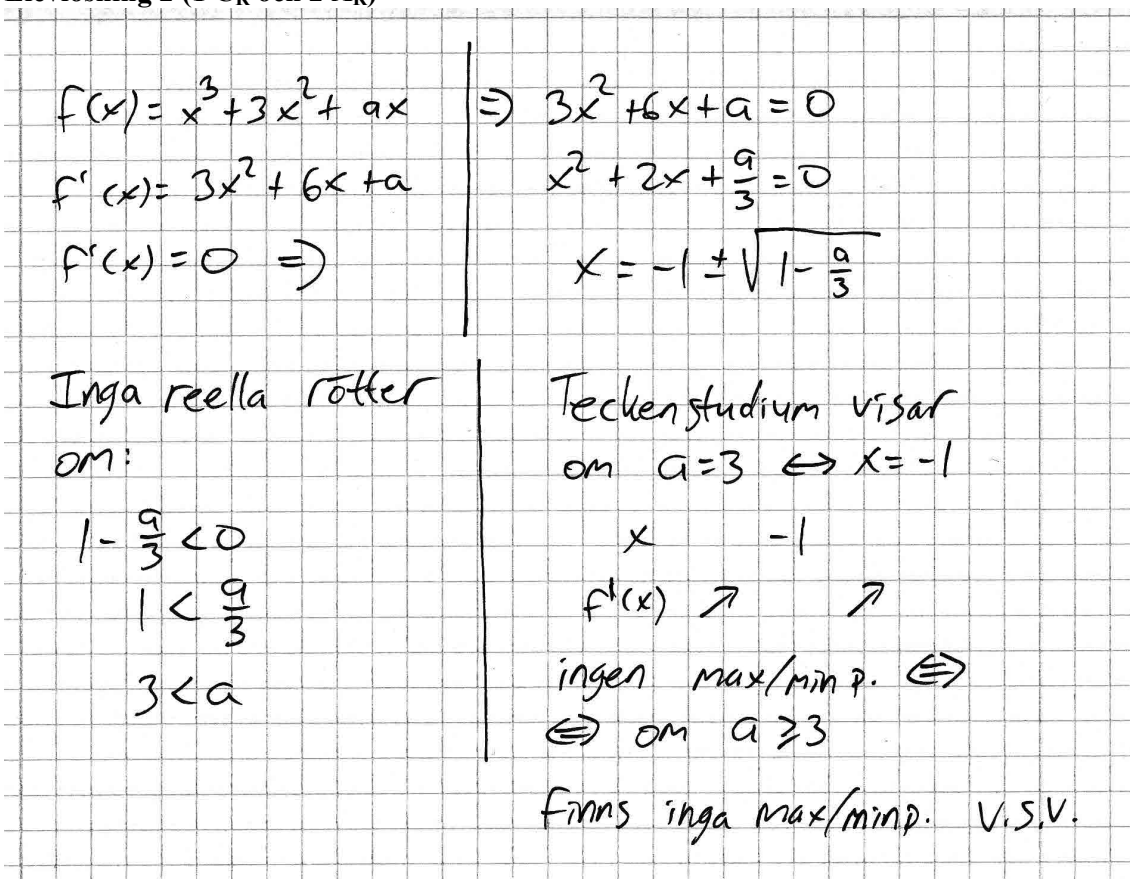
Uppgift 19

Elevlösning 1 (1 C_R och 1 A_R)



Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Slutsatsen att kurvan saknar max- och minpunkter då $x = -1$ baseras på att $f''(-1) = 0$, vilket inte är korrekt. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa men eftersom lösningen inte kan anses vara i huvudsak korrekt så uppfylls inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen en resonemangspoäng på C-nivå och den första resonemangspoängen på A-nivå.

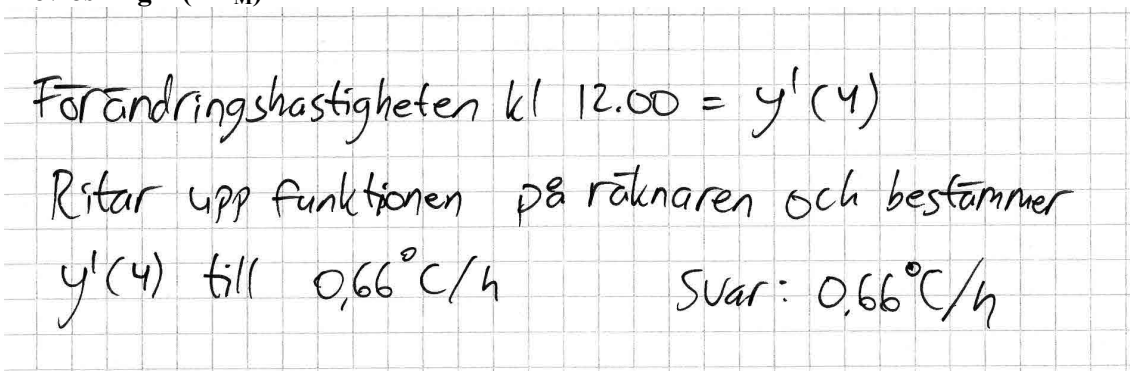
Elevlösning 2 (1 C_R och 2 A_R)



Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation så är teckenschemat inte komplett och förklaringen till att ”inga reella rötter” ger ”finns inga max/minp.” saknas. Lösningen uppfyller därmed inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen en resonemangspoäng på C-nivå och två resonemangspoäng på A-nivå.

Uppgift 20

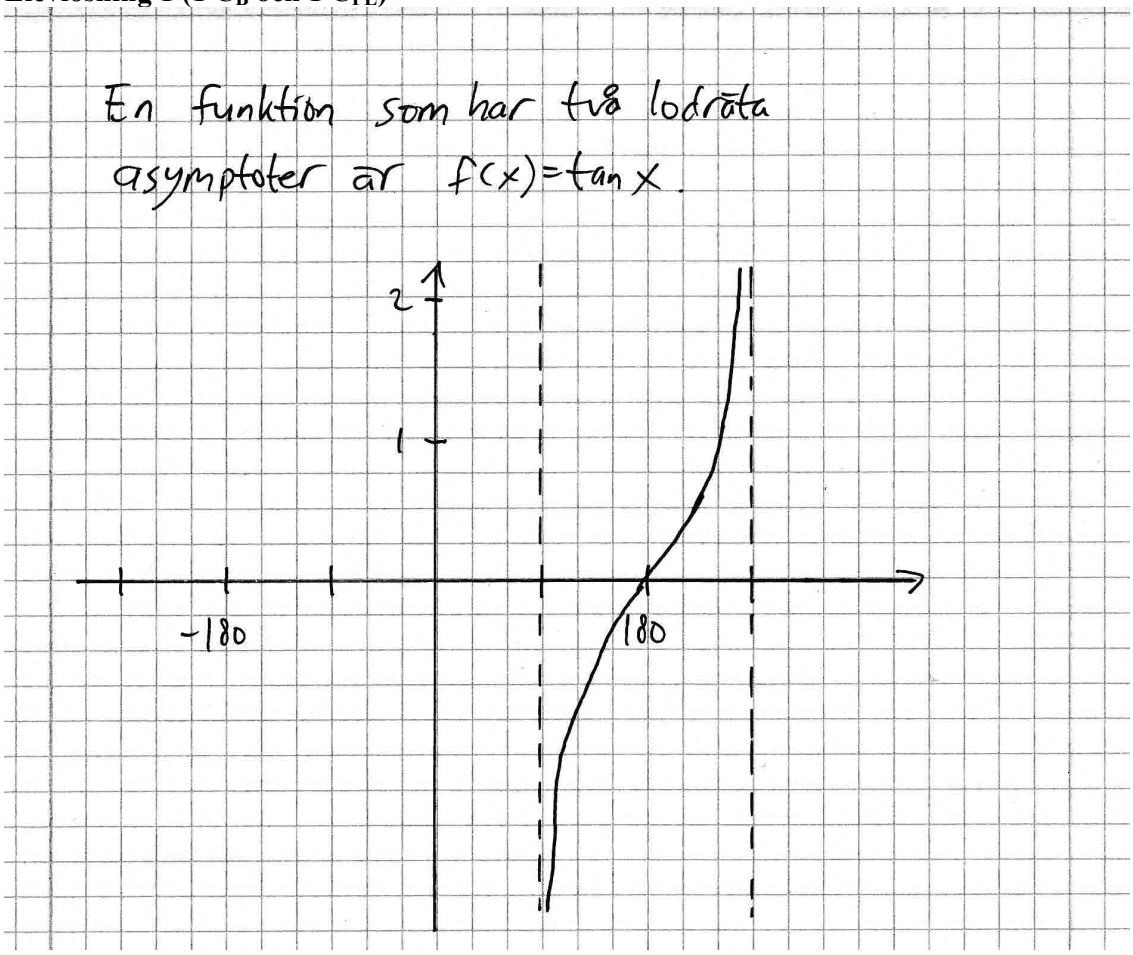
Elevlösning 1 (2 E_M)



Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Motivering av hur räknaren använts saknas men lösningen anses trots det nätt och jämnt uppfylla kraven för den andra modelleringspoängen. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på E-nivå.

Uppgift 23

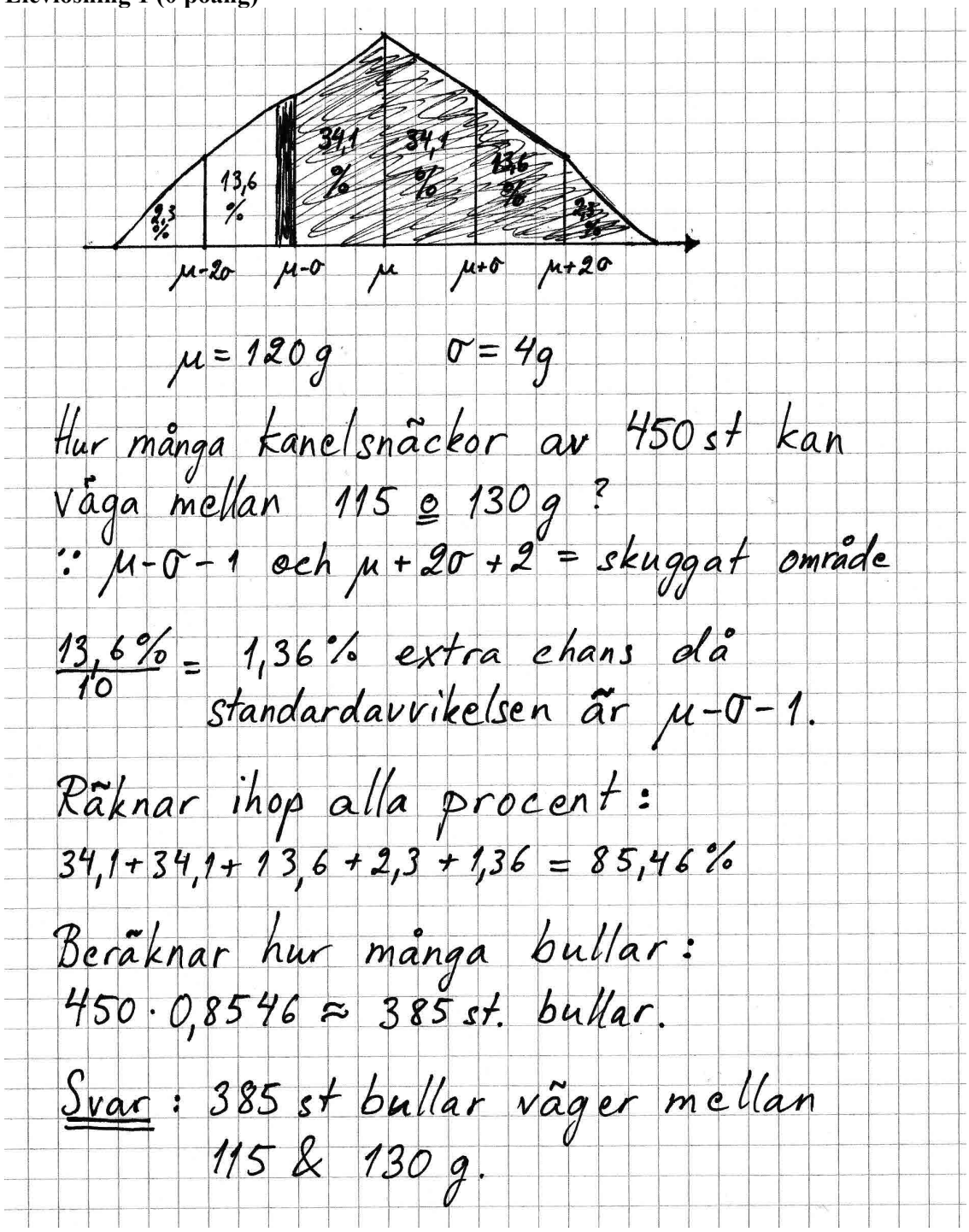
Elevlösning 1 (1 C_B och 1 C_{PL})



Kommentar: Elevlösningen visar en funktion med oändligt många asymptoter. Funktionen har fler än två asymptoter men svaret anses ändå vara godtagbart. Sammantaget ges lösningen en begreppspoäng och en problemlösningspoäng på C-nivå.

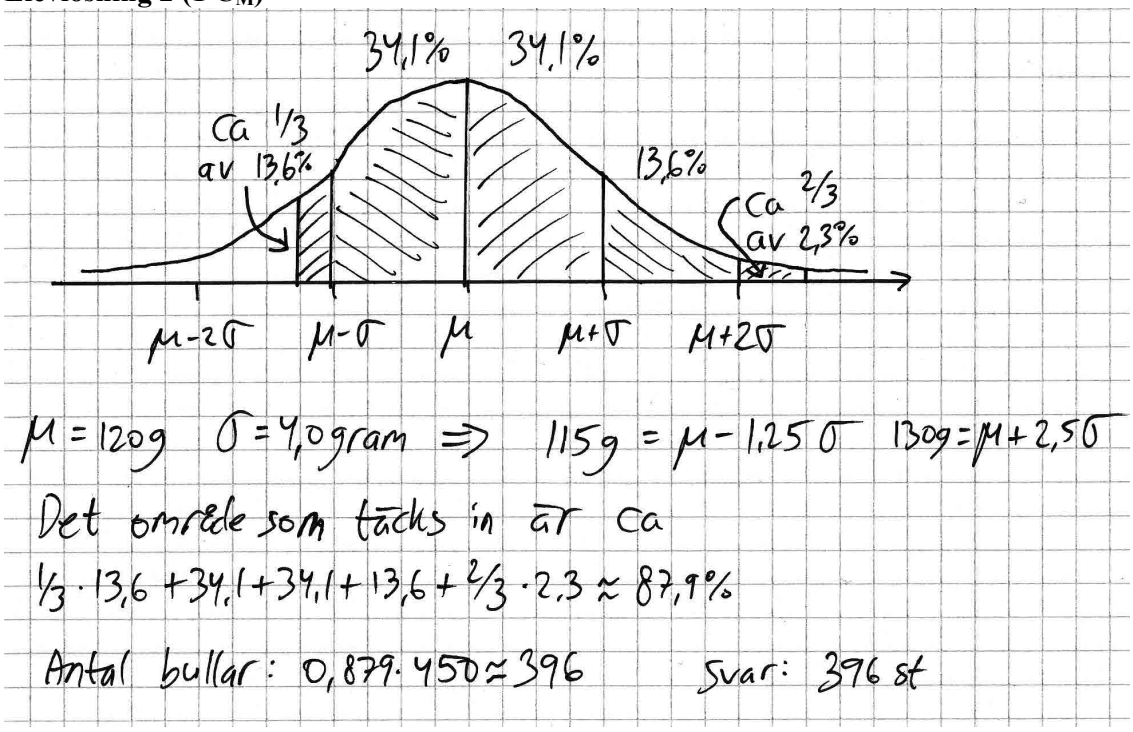
Uppgift 24

Elevlösning 1 (0 poäng)



Kommentar: Elevlösningen visar ett försök att skatta hur stor del som täcks av intervallet 115 – 130 gram. Noggrannheten i skattningen av hur stor del som finns till vänster om $\mu - \sigma$ och till höger om $\mu + 2\sigma$ anses inte motsvara en godtagbar ansats.

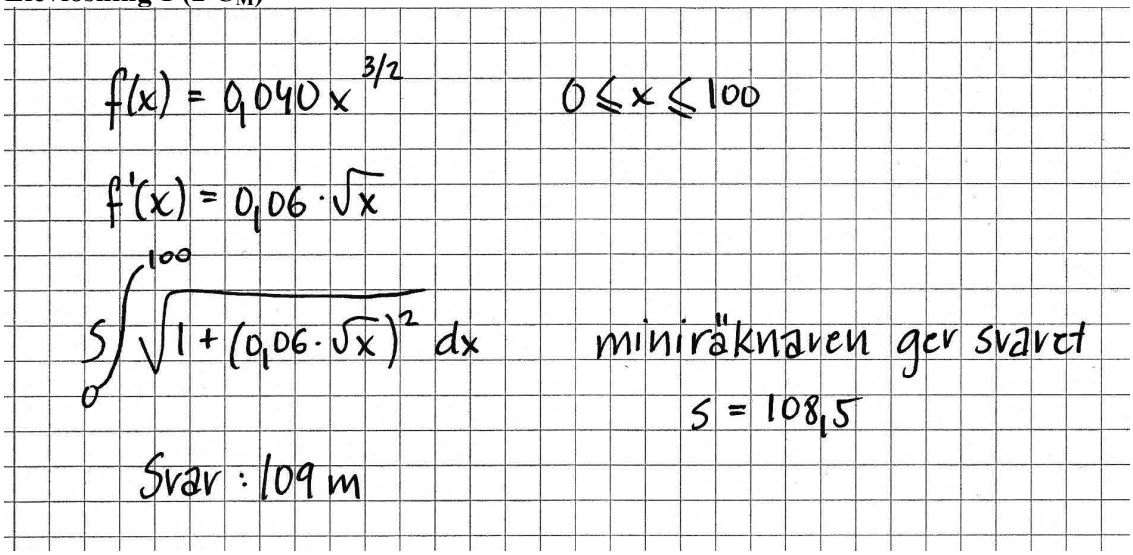
Elevlösning 2 (1 C_M)



Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. I lösningen visas att $115\,\text{g} = \mu - 1{,}25\sigma$ och att $130\,\text{g} = \mu + 2{,}5\sigma$. Vidare anges en rimlig uppskattning av hur stor del som utgörs av intervallen från $\mu - 1{,}25\sigma$ till $\mu - \sigma$ samt från $\mu + 2\sigma$ till $\mu + 2{,}5\sigma$. Denna skattning visar förståelse för problemet i sin helhet och anses motsvara en godtagbar ansats men lösningsmetoden anses inte ge tillräcklig noggrannhet för den andra modelleringspoängen. Sammantaget ges lösningen en modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 25

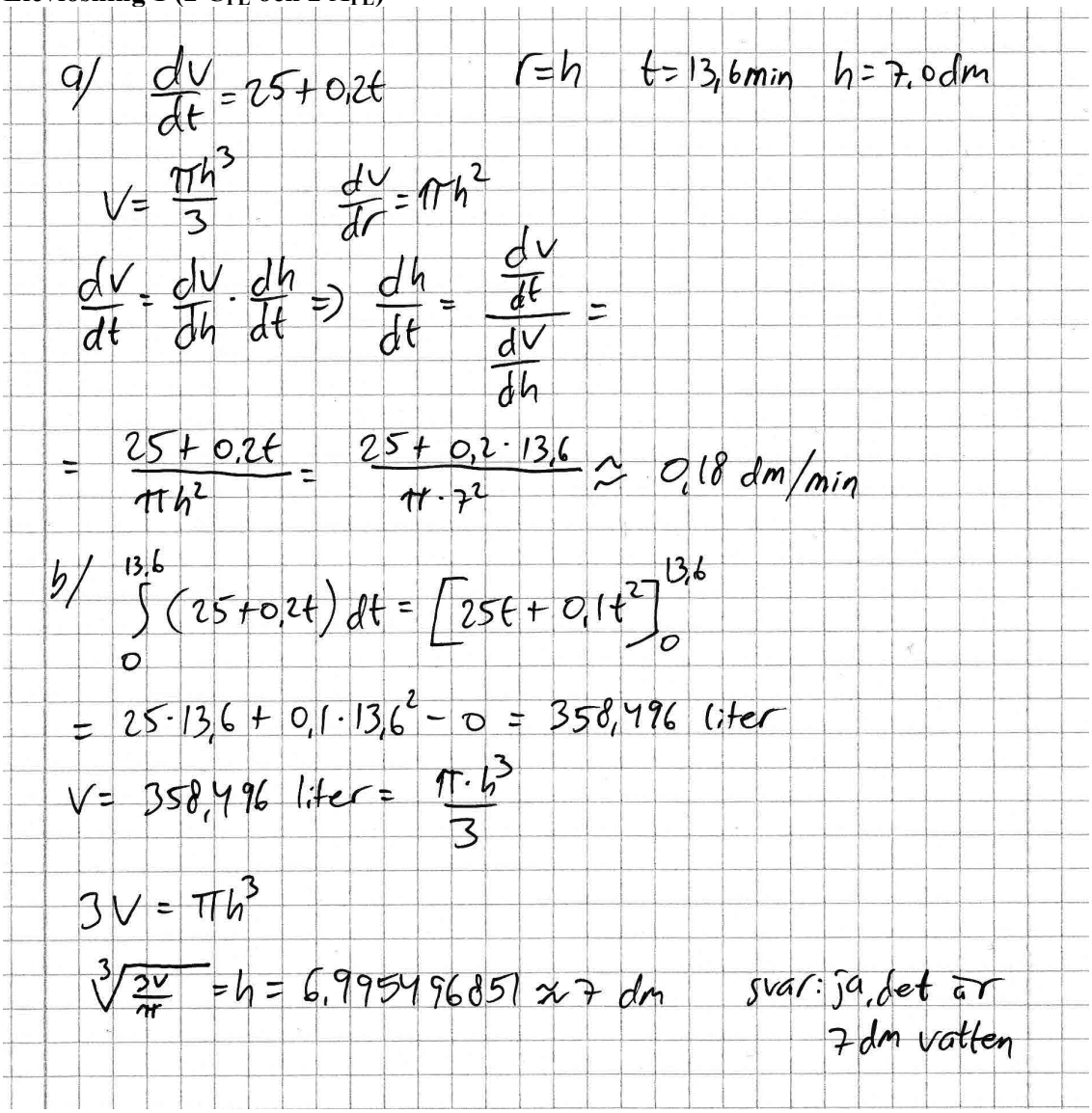
Elevlösning 1 (2 C_M)



Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. I lösningen redovisas inte hur bestämningen av integralens värde med hjälp av räknare gjorts. Trots detta anses lösningen nätt och jämnt vara godtagbar då tillvägagångssätten för integralberäkning på räknaren är begränsade. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på C-nivå.

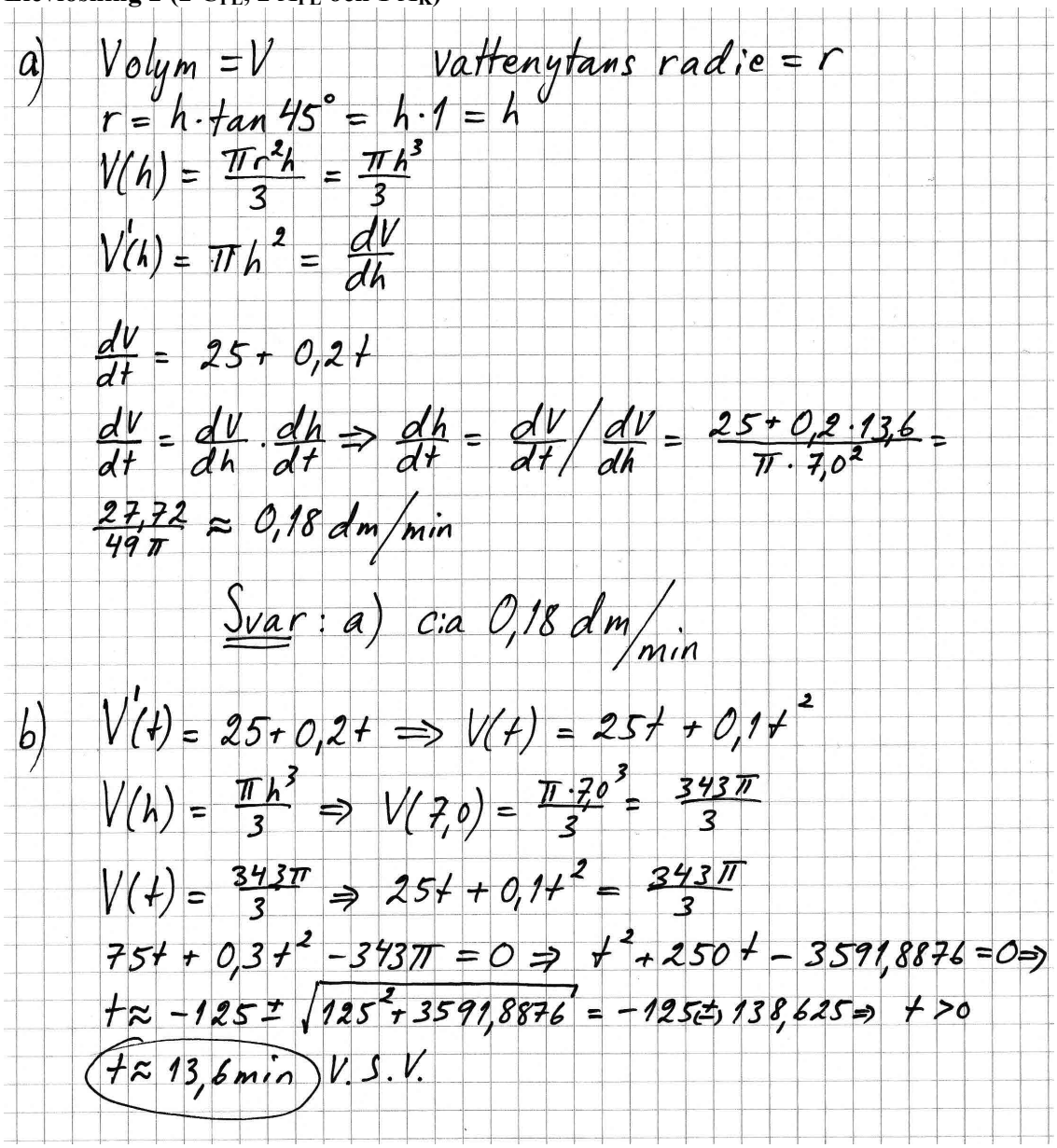
Uppgift 27

Elevlösning 1 (2 C_{PL} och 2 A_{PL})



Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation är lösningen inte helt lätt att följa och förstå då förklaringar till beräkningar saknas i stora delar av lösningen, t ex till att $r = h$ i början av lösningen, motivering till att $V = \frac{\pi h^3}{3}$ på rad två i lösningen samt motivering till att det är volymen som beräknas med hjälp av integralen i b). Dessutom innehåller lösningen en felaktighet på rad två där det står att $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r} = \pi h^2$ och inte det korrekta $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}h} = \pi h^2$. Lösningen uppfyller därmed inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen två problemlösningspoäng på C-nivå och två problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_{PL}, 2 A_{PL} och 1 A_K)



Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå även om förklaringar till beräkningarna saknas på några ställen i lösningen, t ex saknas kommentar gällande begynnelsevillkoret för volymen i b)-uppgiften. Kraven för kommunikationspoäng på A-nivå uppfylls därmed nätt och jämnt. Sammantaget ges lösningen samtliga möjliga poäng inklusive en kommunikationspoäng på A-nivå.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 4

Betyget E Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal och skrift **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer, **inklusive avancerade aritmetiska och algebraiska uttryck**, och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. **Vidare kan eleven genomföra enkla matematiska bevis**. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal och skrift **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A Eleven kan **definiera och utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer, **inklusive avancerade aritmetiska och algebraiska uttryck**, och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. **Vidare kan eleven genomföra matematiska bevis**. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal och skrift **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 4

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Aritmetik, algebra och geometri

A6 Metoder för beräkningar med komplexa tal skrivna på olika former inklusive rektangulär och polär form.
A7 Komplexa talplanet, representation av komplext tal som punkt och vektor.
A8 Konjugat och absolutbelopp av ett komplext tal.
A9 Användning och bevis av de Moivres formel.
A10 Algebraiska och grafiska metoder för att lösa enkla polynomekvationer med komplexa rötter och reella polynomekvationer av högre grad, även med hjälp av faktorsatsen.
A11 Hantering av trigonometriska uttryck samt bevis och användning av trigonometriska formler inklusive trigonometriska ettan och additionsformler.
A12 Algebraiska och grafiska metoder för att lösa trigonometriska ekvationer.
A13 Olika bevismetoder inom matematiken med exempel från områdena aritmetik, algebra eller geometri.

Samband och förändring

F17 Egenskaper hos trigonometriska funktioner, logaritmfunktioner, sammansatta funktioner och absolutbeloppet som funktion.
F18 Skissning av grafer och tillhörande asymptoter.
F19 Härledning och användning av deriveringsregler för trigonometriska, logaritm-, exponential- och sammansatta funktioner samt produkt och kvot av funktioner.
F20 Algebraiska och grafiska metoder för bestämning av integraler med och utan digitala verktyg, inklusive beräkningar av storheter och sannolikhetsfördelning.
F21 Begreppet differentialekvation och dess egenskaper i enkla tillämpningar som är relevanta för karaktärsämnena.

Problemlösning

P1 Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
P3 Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
P4 Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.