# Innehållsförteckning

**Inledning** ..... **4**

Läsanvisning ..... 4

**1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 3b** ..... **5**

Uppgifter av kortsvarstyp ..... 5

Uppgifter av långsvarstyp ..... 5

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga ..... 6

Digitala prov ska avidentifieras ..... 7

Sammanställning av elevresultat ..... 7

Sammanställning till ett provbetyg ..... 7

**2. Bedömningsanvisningar** ..... **8**

Läsanvisning ..... 8

Instruktioner för bedömning av delprov B ..... 8

Instruktioner för bedömning av delprov C ..... 9

Instruktioner för bedömning av delprov D ..... 11

**3. Exempel på bedömda elevlösningar** ..... **15**

Uppgift 12 ..... 15

Uppgift 14 ..... 15

Uppgift 16 ..... 19

Uppgift 17 ..... 21

Uppgift 18 ..... 22

Uppgift 21 ..... 25

Uppgift 22 ..... 26

Uppgift 23 ..... 26

Uppgift 24 ..... 27

Uppgift 25 ..... 29

Uppgift 27 ..... 30

Uppgift 28 ..... 32

**4. Instruktioner för sammanställning till ett provbetyg** ..... **34**

Sammanställningen till ett provbetyg i samband med provet i matematik 3b ..... 34

Resultatet på provet ska särskilt beaktas vid betygssättningen ..... 34

**5. Instruktioner för inrapportering av provresultat** ..... **35**

**6. Kopieringsunderlag och webbmaterial** ..... **37**

Webbmaterial ..... 37

Formulär för sammanställning av elevresultat ..... 38

# Inledning

På uppdrag av regeringen ansvarar Skolverket för samtliga nationella prov. Syftet med de nationella proven är att stödja en likvärdig och rättvis betygssättning.

I årskurs 3 i grundskolan och motsvarande skolformer är syftet att stödja bedömningen av uppnådda kunskapskrav.

De nationella proven kan också bidra till att stärka skolornas kvalitetsarbete genom analyser av provresultaten i relation till uppnådda kunskapskrav på skolnivå, huvudmannanivå och på nationell nivå.

Det är rektorn som ansvarar för organisationen omkring provet på skolan och för att leda och fördela arbetet.

## Läsanvisning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 3b. Häftet består av 6 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma elevernas prestationer på de olika delproven (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanställningen till ett provbetyg (kapitel 4). De två avslutande kapitlen innehåller instruktioner för inrapportering av provresultat (kapitel 5) samt kopieringsunderlag och hänvisningar till webbmaterial (kapitel 6).

# 1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 3b

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att $E_{PL}$ och $A_R$ ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

## Uppgifter av kortsvarstyp

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

## Uppgifter av långsvarstyp

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

### Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. (Eventuella avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.)

#### Modell 1

| | |
|---|---|
| Godtagbar ansats, t.ex. … | +1 $E_P$ |
| med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…) | +1 $E_P$ |

*Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen kan falla ut först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.*

### Modell 2

Godtagbar ansats, t.ex. … +1 $E_P$

med korrekt bestämning av … +1 $E_P$

Godtagbar verifiering av … +1 $E_P$

*Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.*

### Modell 3

| E | C | A |
|---|---|---|
| Beskrivning av resonemang vars kvalitet motsvarar E-nivå, t.ex. … <br> 1 $E_R$ | Beskrivning av resonemang vars kvalitet motsvarar C-nivå, t.ex. … <br> 1 $E_R$ och 1 $C_R$ | Beskrivning av resonemang vars kvalitet motsvarar A-nivå, t.ex. … <br> 1 $E_R$, 1 $C_R$ och 1 $A_R$ |

*Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).*

## Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

I vissa uppgifter ska elevens skriftliga kommunikativa förmåga bedömas. Då gäller följande:

Kommunikationspoäng på C-nivå ($C_K$) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt*.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, dvs. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och andra representationer uttryckas på ett till stor del tydligt och korrekt sätt.
3. lösningen vara relativt lätt att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå ($A_K$) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt*.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad och endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och andra representationer uttryckas på ett tydligt och korrekt sätt.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

*Avsteg från denna princip kan i undantagsfall göras om det bedöms att den del av lösningen som är felaktig eller saknas inte tillför något väsentligt när det gäller möjligheten att bedöma den skriftliga kommunikationsförmågan.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

| | |
|---|---|
| Symboler | t.ex. $=, \neq, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \sqrt{\ }, f(x), f'(x), f''(x), x, y, (\ ), [\ ], \int \mathrm{d}x$, bråkstreck, index, lim, VL, HL |
| Termer | t.ex. polynom, rationellt uttryck, rät linje, andragrads-/polynom-/potens-/exponentialfunktion, funktionsvärde, definitions-/värdemängd, kontinuerlig funktion, punkt, intervall, område, koordinat, koordinatsystem, graf, kurva, skärningspunkt, nollställe, symmetrilinje, lutning, riktningskoefficient, ändpunkt, sekant, tangent, ändringskvot, förändringshastighet, gränsvärde, derivata, andraderivata, teckenschema, växande/avtagande, extrempunkt, maximi-/minimi-/terrasspunkt, största/minsta värde, primitiv funktion, integral, talet e, naturlig logaritm, geometrisk summa, olikhet |
| Hänvisningar | t.ex. till derivatans definition, räta linjens ekvation, tangentens ekvation, formeln för geometrisk summa |
| Övrigt | t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter |

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

### Digitala prov ska avidentifieras

De prov som eleverna har genomfört digitalt ska *avidentifieras* före bedömningen. Läraren som bedömer ska alltså inte veta vems prov hon eller han bedömer. Mer information om detta finns på Skolverkets webbsida www.skolverket.se/genomfora-np-gymnasieskolan

## Sammanställning av elevresultat

När eleven har genomfört de olika delproven kan resultaten noteras i ”Formulär för sammanställning av elevresultat” som finns i kapitel 6. Syftet med formuläret är att underlätta för läraren att sammanställa och rapportera in elevens resultat. Det kan också användas vid samtal med eleven om provresultatet.

## Sammanställning till ett provbetyg

När samtliga delprov är genomförda ska resultaten summeras till ett provbetyg. Information om hur summeringen går till finns i kapitel 4.

# 2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

## Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

## Instruktioner för bedömning av delprov B

**1.** **Max 1/0/0**

Korrekt svar (C: $F(x) = \frac{x^4}{4} - x^2$) +1 $E_B$

**2.** **Max 1/0/0**

Korrekt svar (1000) +1 $E_B$

**3.** **Max 1/0/0**

Korrekt svar (E: $-2$) +1 $E_B$

**4.** **Max 1/1/0**

a) Korrekt svar (2) +1 $E_B$

b) Korrekt svar (250) +1 $C_B$

**5.** **Max 1/0/0**

Korrekt svar (C) +1 $E_B$

**6.** **Max 1/1/1**

a) Korrekt svar ($f'(x) = 12x^2 - 12$) +1 $E_P$

b) Korrekt svar ($f'(x) = 2ax + 4x^{-2}$) +1 $C_P$

c) Korrekt svar ($f'(x) = 3^{2x} \cdot \ln 3^2$) +1 $A_P$

*Kommentar:* Även korrekta svar på annan form ges poäng.

**7.** **Max 0/1/0**

Korrekt svar ( $x_1 = 0$ , $x_2 = 2$ ) +1 $C_P$

*Kommentar:* Även svaret $x_1 = 0$ , $x_2 = 8^{\frac{1}{3}}$ ges poäng.

**8.** **Max 1/1/1**

a) Korrekt svar ( $5 - x^3$ ) +1 $E_P$

b) Korrekt svar ( $\frac{x+3}{x-3}$ ) +1 $C_P$

c) Korrekt svar ( $2e^x$ ) +1 $A_P$

*Kommentar:* Även svaret $\frac{e^x}{0,5}$ ges poäng.

**9.** **Max 0/1/0**

Korrekt svar (B) +1 $C_B$

**10.** **Max 0/2/0**

a) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ( $0 < x < 3$ ) +1 $C_B$

b) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (0 och 3) +1 $C_B$

**11.** **Max 0/0/1**

Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (1,8) +1 $A_B$

*Kommentar:* Svar i intervallet $1,7 \le a \le 1,9$ ges poäng.

## Instruktioner för bedömning av delprov C

**12.** **Max 1/0/0**

Godtagbart resonemang som visar att uttrycket alltid har värdet 2 och att Tilde därmed har rätt +1 $E_R$

***Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”***

**13.** **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer en korrekt primitiv funktion +1 $E_P$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (7) +1 $E_P$

**14.** **Max 3/1/0**

Godtagbar ansats, bestämmer derivatans nollställen, $x_1 = 0$ och $x_2 = 2$
*eller*
bestämmer ett av derivatans nollställen och en extrempunkts koordinater +1 $E_P$

med korrekt bestämning av båda extrempunkternas koordinater, $(0, 7)$ och $(2, 3)$ +1 $E_P$

Godtagbar verifiering av båda extrempunkternas karaktär (maximipunkt $(0, 7)$ och minimipunkt $(2, 3)$) +1 $E_P$

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 $C_K$

***Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”***

**15.** **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $\int_0^3 g(x)\,dx = 24$ +1 $C_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $p = 4$ ) +1 $C_{PL}$

**16.** **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer $f'(x)$ och tecknar ekvationen $3x^2 + 3 = 0$ +1 $C_R$

med godtagbart resonemang där det framgår att funktionen $f$ saknar extrempunkter och att Jaana därmed har fel +1 $C_R$

***Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”***

**17.** **Max 0/1/3**

Godtagbar ansats, korrekt tecknad ändringskvot, t.ex. $\dfrac{\dfrac{5}{a^2(x+h)}-\dfrac{5}{a^2x}}{h}$ +1 $C_B$

med godtagbar fortsättning, korrekt förenkling av ändringskvoten till en form där gränsvärdesbestämning kan göras, t.ex. $\dfrac{-5}{a^2(x+h)x}$ +1 $A_P$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $f'(x)=\dfrac{-5}{a^2x^2}$ ) +1 $A_B$

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 $A_K$

***Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”***

**18.** **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, bestämmer tangentens ekvation uttryckt i $a$ ,
$y=3a^2\cdot x-2a^3$
*eller*
utgår från att tangenten skär *x*-axeln i en godtycklig punkt $b$ och tecknar sambandet $f'(a)=\dfrac{a^3-0}{a-b}$ +1 $A_{PL}$

med godtagbar fortsättning, bestämmer tangentens skärningspunkt med *x*-axeln uttryckt i $a$ , $\dfrac{2a}{3}$ +1 $A_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $a=\sqrt[4]{9}$ ) +1 $A_{PL}$

***Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”***

## Instruktioner för bedömning av delprov D

**19.** **Max 1/0/0**

Godtagbart svar (810) +1 $E_P$

**20.** **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, tecknar ekvationen $\frac{B(1,4^{22}-1)}{1,4-1}=250\,000$ +1 $E_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (61) +1 $E_{PL}$

**21.** **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, visar insikt om att grafen och tangenten har en gemensam punkt med koordinaten (2, 20)
*eller*
visar insikt om att $f'(2)=k$ +1 $E_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($k=16$) +1 $E_{PL}$

***Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”***

**22.** **Max 3/1/0**

a) Godtagbar ansats, ställer upp ekvationen $78\cdot e^{0,07x}=125$ eller motsvarande med digitalt verktyg +1 $E_M$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (6,7 år) +1 $E_M$

b) Godtagbar lösning med godtagbart svar (8,3 cm/år) +1 $C_M$

c) Godtagbart resonemang med slutsatsen att modellen inte är giltig för pojkar som går på gymnasiet +1 $E_R$

***Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”***

**23.** **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, ställer upp ekvationen $-12\cdot x^{-2}+8=0,5x^{-0,5}$ eller motsvarande med digitalt verktyg +1 $C_P$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($x=1,26$) +1 $C_P$

***Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”***

**24.** **Max 0/4/0**

Godtagbar ansats,

t.ex. tecknar de två olikheterna $\begin{cases} 600x + 400y \le 60\,000 \\ x + y \le 125 \end{cases}$ +1 $C_M$

med godtagbar fortsättning, tecknar algebraiskt eller grafiskt ett system av olikheter som motsvarar kraven, t.ex.

$$\begin{cases} 600x + 400y \le 60\,000 \\ x + y \le 125 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$$

*och*

ställer upp målfunktionen $V = 500x + 400y$ eller bestämmer skärningspunkterna +1 $C_M$

Godtagbar lösning, där punkterna $(0, 0)$, $(0, 125)$, $(100, 0)$ och $(50, 75)$ undersöks, med korrekt svar (50 modell $A$ och 75 modell $B$) +1 $C_M$

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 $C_K$

*Kommentar*: Även en lösning där punkten $(0, 0)$ inte undersöks i målfunktionen anses godtagbar.

***Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”***

**25.** **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $2^x \cdot \ln 2 = \frac{7}{6}$ +1 $C_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (0,75) +1 $C_{PL}$

***Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”***

**26.** **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, påbörjar ett resonemang där det framgår att det är $f'(a)$ och $f'(3a)$ som ska undersökas +1 $A_R$

med slutfört resonemang som visar att $f'(a) = 2a^3$ och $f'(3a) = 2a^3$ med slutsatsen att tangenterna är parallella oavsett värde på $a$ +1 $A_R$

**27.** **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $\int_0^a (0,3+0,5\mathrm{e}^{-0,76x})\,\mathrm{d}x = 4$ +1 $A_M$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (11 mil) +1 $A_M$

***Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”***

**28.** **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, bestämmer ett korrekt funktionsuttryck för guldtrådens längd i en variabel, t.ex. $L(x) = \sqrt{(x-16)^2 + \left(\frac{550}{x}\right)^2}$ +1 $A_M$

med i övrigt godtagbar lösning, inklusive verifiering av minimum, med godtagbart svar (23 mm) +1 $A_M$

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 $A_K$

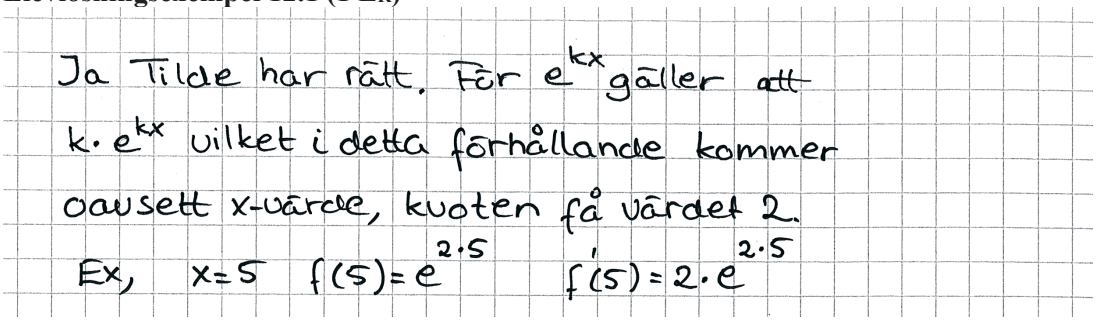
***Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”***

# 3. Exempel på bedömda elevlösningar

I det här kapitlet finns exempel på bedömda elevlösningar till vissa uppgifter i provet samt kommentarer till exemplen som stöd för bedömningen.

**Uppgift 12**

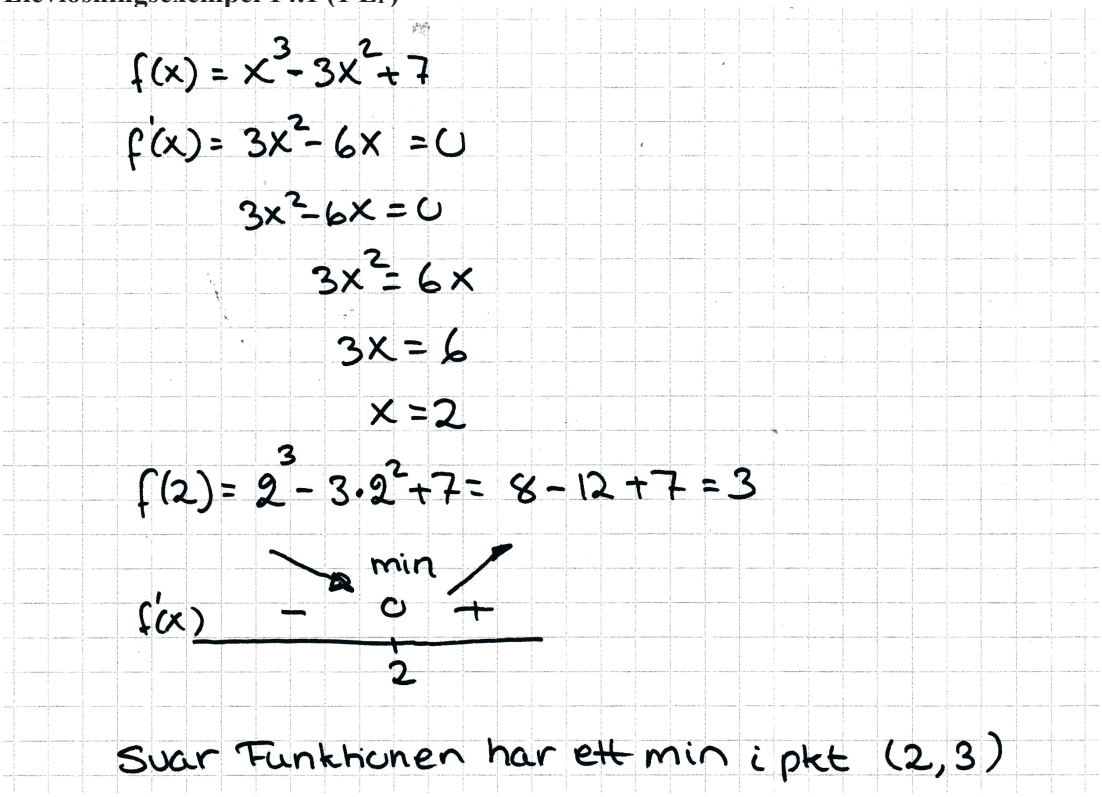
**Elevlösningsexempel 12.1 (1 ER)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen visas ett resonemang där en viss otydlighet kring derivatan vägs upp av ett godtagbart exempel. Lösningen ges nätt och jämnt en resonemangspoäng på E-nivå.

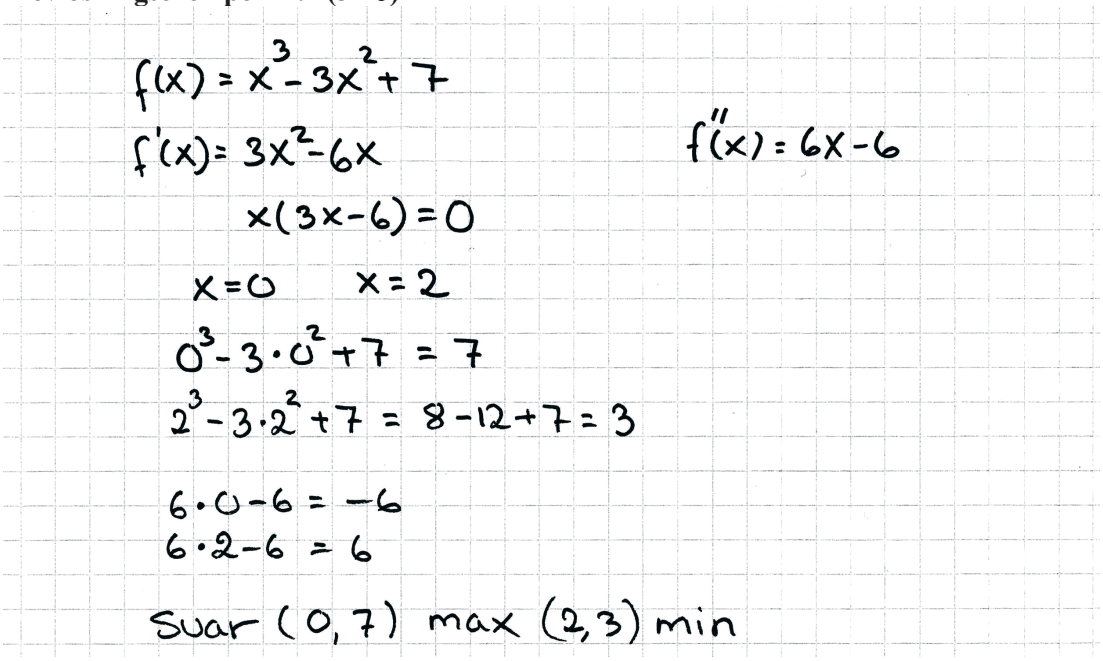
**Uppgift 14**

**Elevlösningsexempel 14.1 (1 EP)**



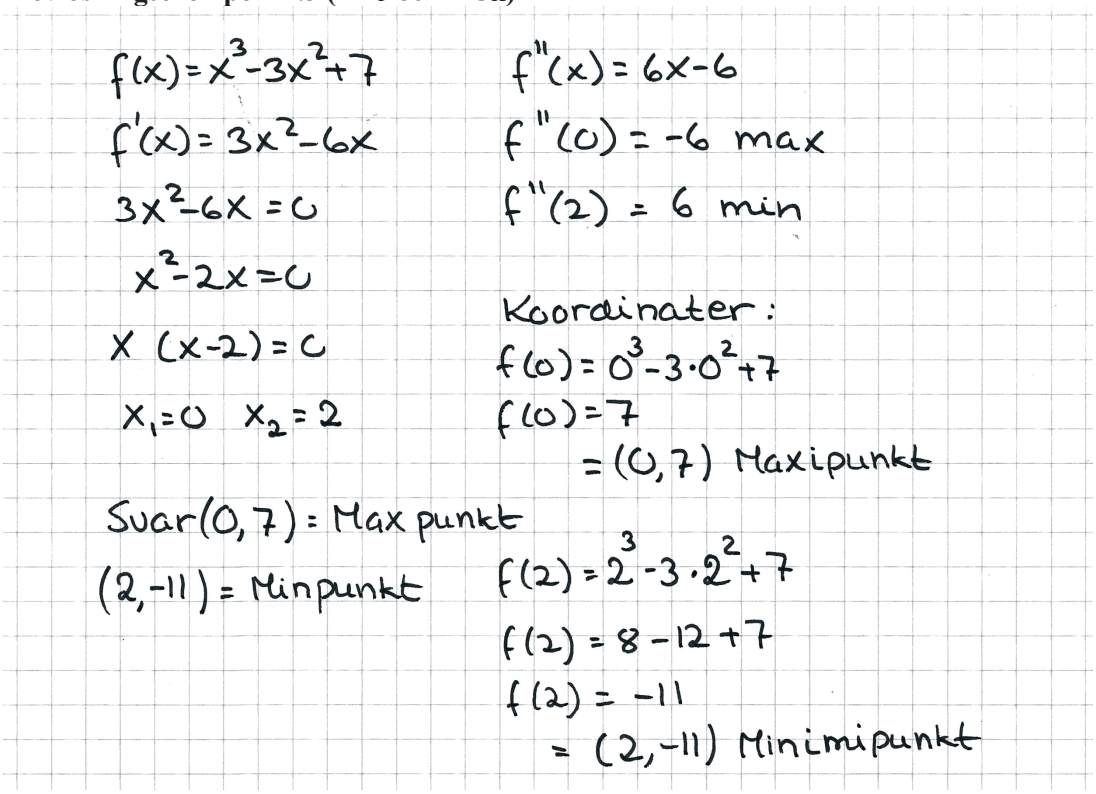

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen bestäms endast ett av derivatans nollställen samt endast en extrempunkts koordinater. Därmed uppfylls kraven för den första procedurpoängen på E-nivå. Verifieringen behandlar endast en extrempunkt och därmed uppfylls inte kraven för den tredje procedurpoängen.

**Elevlösningsexempel 14.2 (3 EP)**



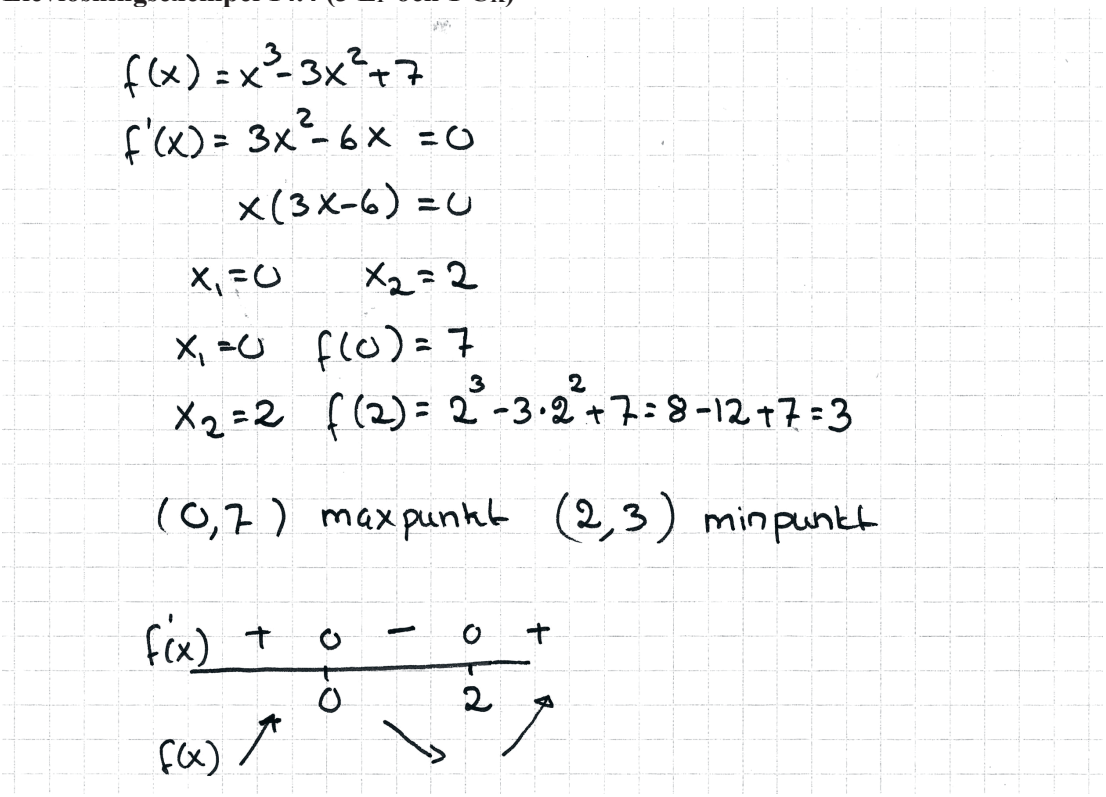

*Bedömningskommentar till exemplet:* Uppgiften är löst i sin helhet inklusive en vag verifiering av extrempunkter. När det gäller kommunikation är lösningen otydlig då symbolerna $f(0), f(2), f''(0)$ och $f''(2)$ saknas och dessutom saknas en förklaring till varför den ena punkten är en maximipunkt och den andra är en minimipunkt. Sammantaget ges elevlösningen tre procedurpoäng på E-nivå.

**Elevlösningsexempel 14.3 (2 EP och 1 CK)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen bestäms derivatans båda nollställen och med andraderivata görs en korrekt verifiering. I lösningen används en godtagbar lösningsmetod men ett räknefel på näst sista raden resulterar i att *y*-koordinaten för den ena extrempunkten blir fel. När det gäller kommunikation används symboler på ett tydligt och korrekt sätt. Trots att lösningen är något ostrukturerad anses den relativt lätt att följa och förstå. Sammantaget ges lösningen den första och tredje procedurpoängen på E-nivå samt kommunikationspoängen på C-nivå.

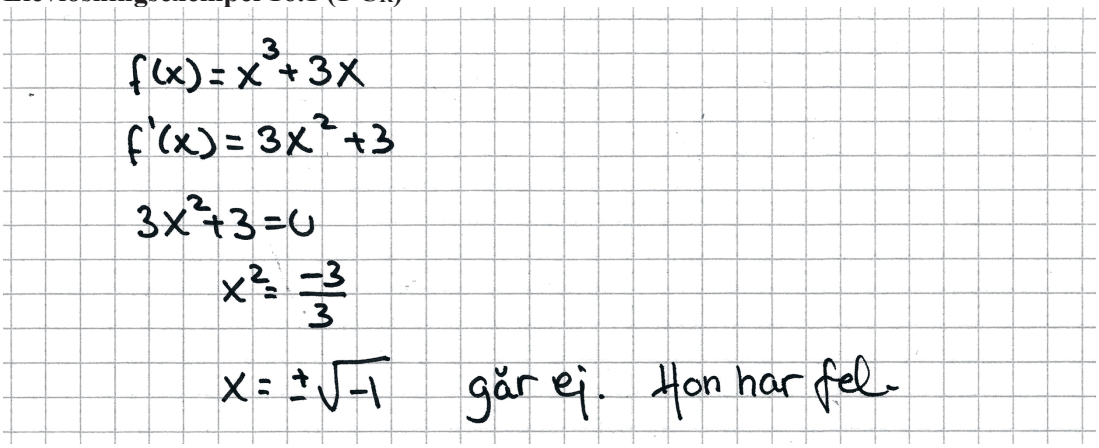
**Elevlösningsexempel 14.4 (3 $E_P$ och 1 $C_K$)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* Uppgiften är löst i sin helhet inklusive verifiering av extrempunkter. När det gäller kommunikation är lösningen strukturerad och relativt lätt att följa och förstå trots att den är kortfattad, att det felaktiga skrivsättet ” $f'(x) = 3x^2 - 6x = 0$ ” används samt att de beräkningar som ligger bakom teckenschemat inte redovisas. Elevlösningen ges tre procedurpoäng på E-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

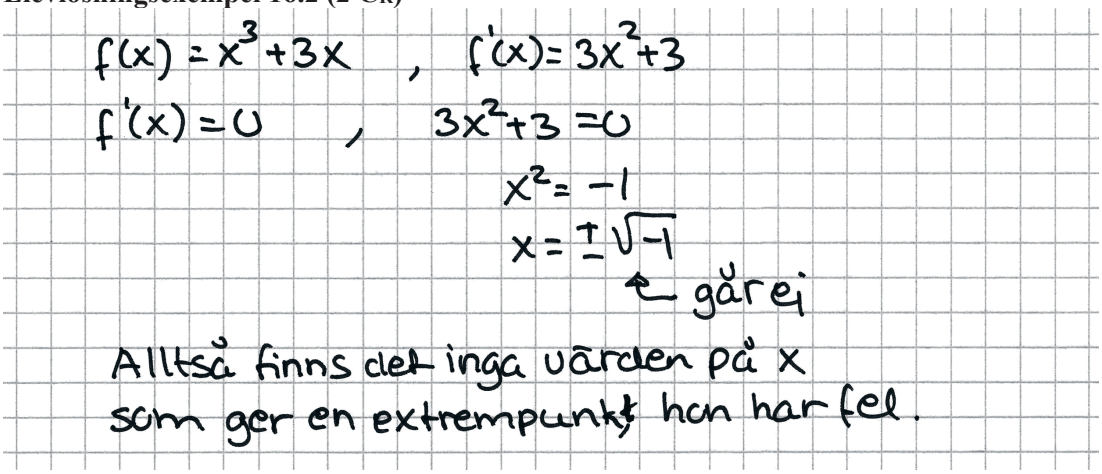
## Uppgift 16

**Elevlösningsexempel 16.1 (1 CR)**



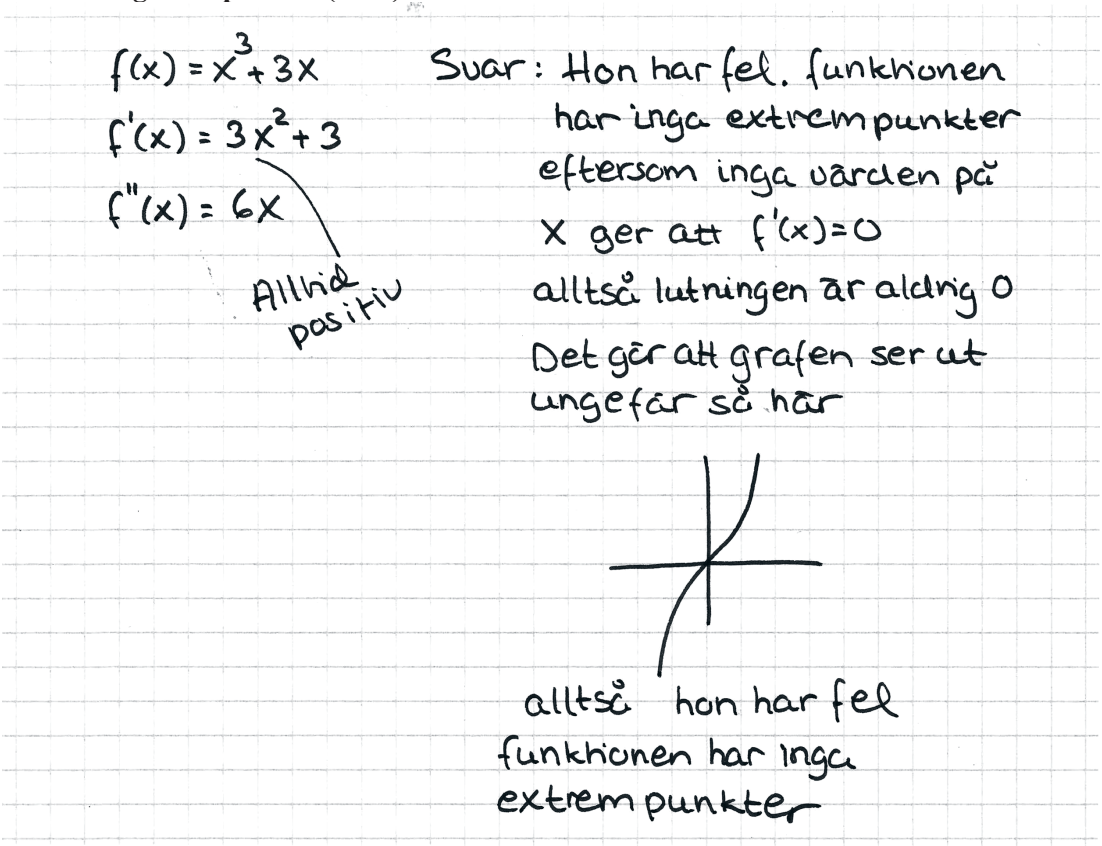

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen löses ekvationen $f'(x) = 0$. Slutsatsen ”Hon har fel” är korrekt men motiveringen ”går ej” saknar en fortsättning med innebörden att saknade lösningar innebär att extrempunkter saknas. Sammantaget ges lösningen en resonemangspoäng på C-nivå.

**Elevlösningsexempel 16.2 (2 CR)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen löses ekvationen $f'(x) = 0$. På de två sista raderna dras en korrekt slutsats som baseras på att ekvationen saknar lösning och att extrempunkter därmed saknas. Sammantaget ges lösningen två resonemangspoäng på C-nivå.

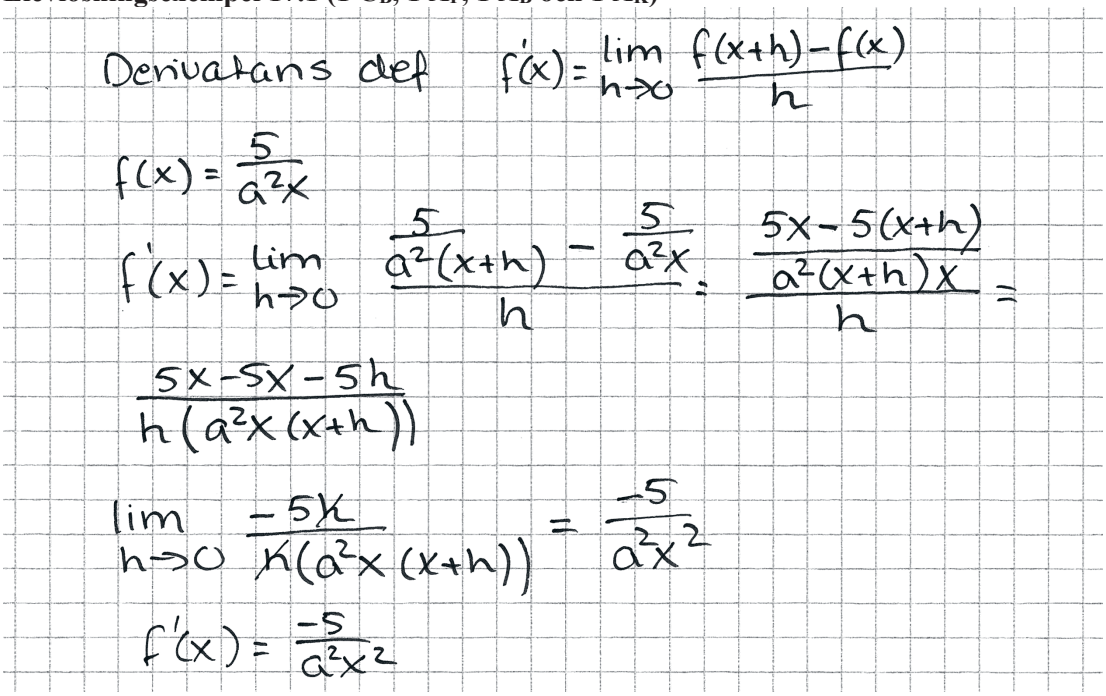
**Elevlösningsexempel 16.3 (2 CR)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen bestäms ett korrekt uttryck för $f'(x)$ och genom att hänvisa till att derivatauttrycket alltid är positivt motiveras att lutningen aldrig är noll och därmed saknar funktionen extrempunkter. Sammantaget anses lösningen uppfylla kraven för två resonemangspoäng på C-nivå.

## Uppgift 17

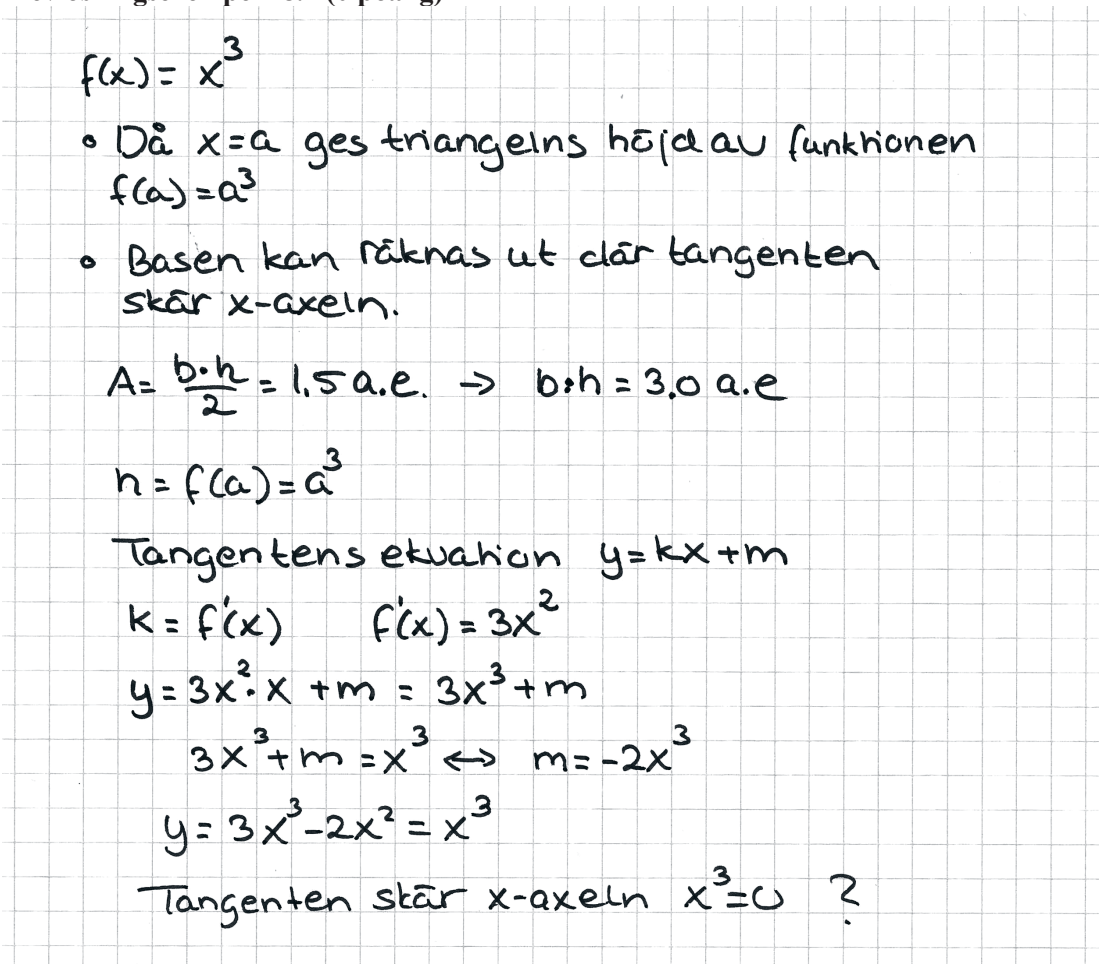
**Elevlösningsexempel 17.1 (1 $C_B$, 1 $A_P$, 1 $A_B$ och 1 $A_K$)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen visas en korrekt härledning av derivatan, vilket anses uppfylla kraven för en begreppspoäng på C-nivå samt en procedur- och en begreppspoäng på A-nivå. När det gäller kommunikation saknas ”lim” på ett par ställen men vid inledningen på tredje raden och vid gränsvärdesbestämningen på femte raden är skrivsättet korrekt, vilket är väsentligt i denna uppgift. Lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

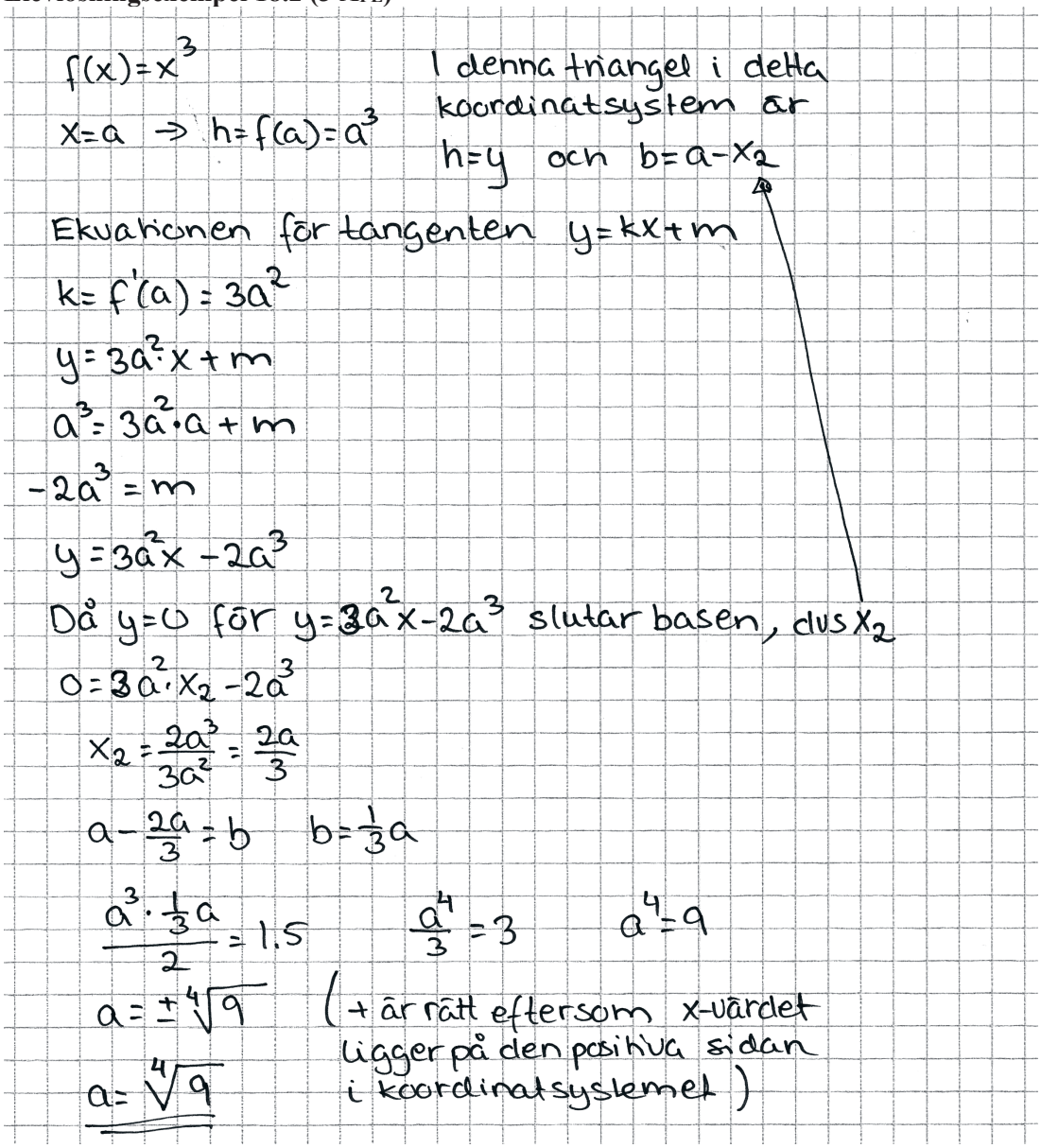
**Uppgift 18**

**Elevlösningsexempel 18.1 (0 poäng)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen bestäms tangentens ekvation genom att använda punkten $(x, x^3)$ i stället för $(a, a^3)$ och därmed erhålls ett felaktigt uttryck för tangentens ekvation. Lösningen ges noll poäng.

**Elevlösningsexempel 18.2 (3 APL)**



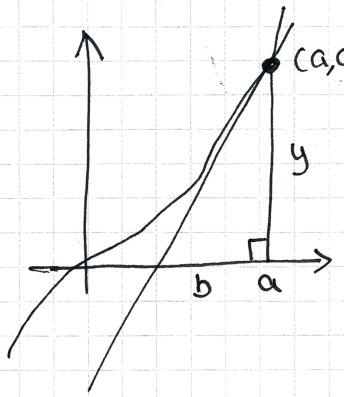

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen bestäms triangelns bas med hjälp av tangentens ekvation och vidare bestäms ett korrekt värde på *a*. Sammantaget ges lösningen tre problemlösningspoäng på A-nivå.

**Elevlösningsexempel 18.3 (3 APL)**

$f(x) = x^3 \quad f'(x) = 3x^2$

$f'(a)$ = tangentens k-värde

Tangentens $k = 3a^2$




$A_\Delta = 1{,}5$ a.e

$A_\Delta = \frac{b \cdot h}{2} = 1{,}5$

$h = y$

$A_\Delta = \frac{b \cdot y}{2} = 1{,}5$

$y = f(a) = a^3$

$A_\Delta = \frac{b \cdot a^3}{2} = 1{,}5$

För att räkna ut b så måste vi ha ett värde på antingen hypotenusan eller basen.

Vi kan uttrycka b genom alt

tangenten $k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ och $\Delta x = b$

$3a^2 = \frac{a^3}{b} \qquad b = \frac{a^3}{3a^2} = \frac{a}{3}$

Nu kan vi skriva ett uttryck för arean med enda variabeln a

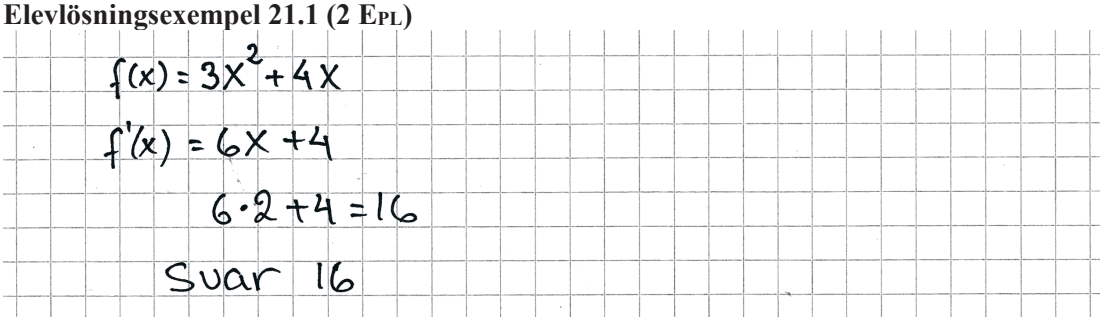
$A_\Delta = \frac{\frac{a}{3} \cdot a^3}{2} = 1{,}5 \rightarrow \frac{a^4}{3} = 3$

$a^4 = 9 \qquad a = \sqrt[4]{9} = \sqrt{3}$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen bestäms triangelns bas med hjälp av tangentens lutning och vidare bestäms ett korrekt värde på *a*. Sammantaget ges lösningen tre problemlösningspoäng på A-nivå.

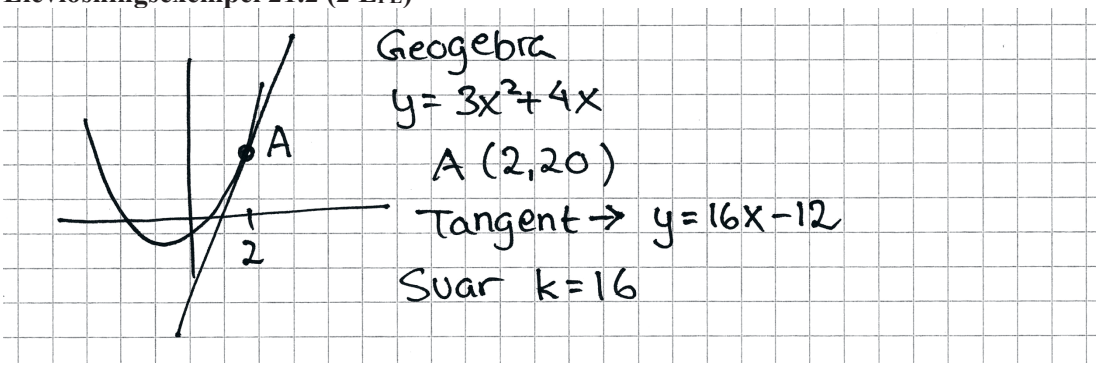
## Uppgift 21

**Elevlösningsexempel 21.1 (2 EPL)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen bestäms ett korrekt uttryck för funktionens derivata. På rad 3 saknas visserligen beteckningen för derivata men beräkningen av derivatans värde då $x = 2$ är korrekt. Trots att det inte helt tydligt framgår att $f'(2) = k$ så anses lösningen uppfylla kraven för två problemlösningspoäng på E-nivå.

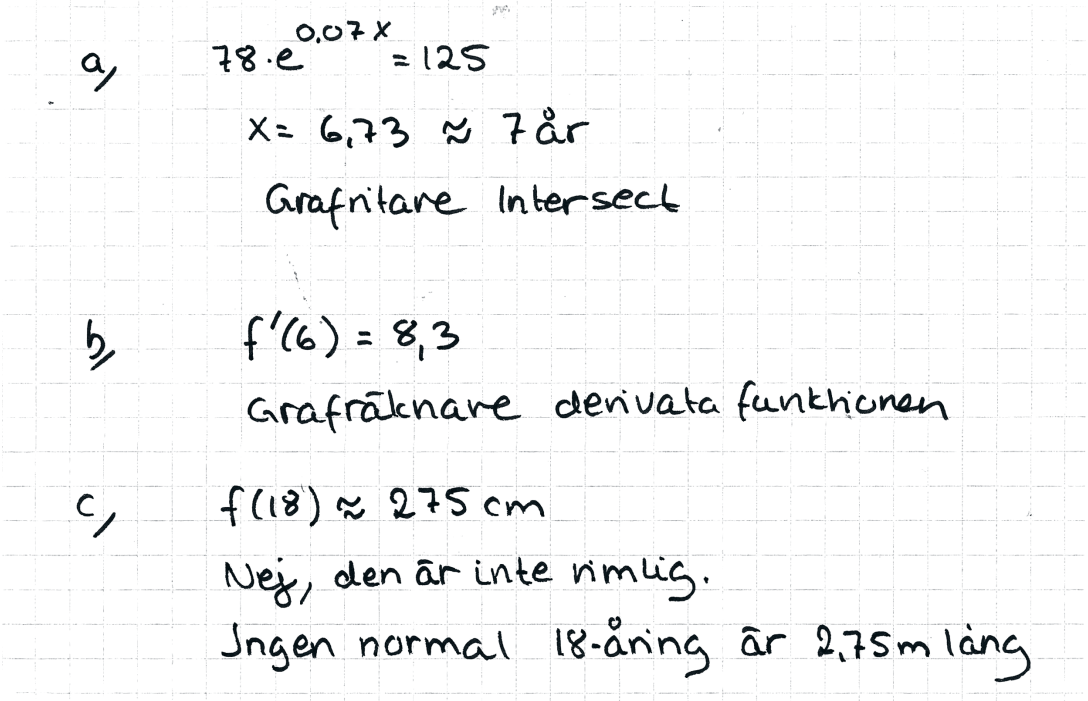
**Elevlösningsexempel 21.2 (2 EPL)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen används ett digitalt verktyg för att bestämma tangentens ekvation då $x = 2$. Utifrån tangentens ekvation identifieras ett korrekt värde på $k$. Lösningen ges två problemlösningspoäng på E-nivå.

**Uppgift 22**

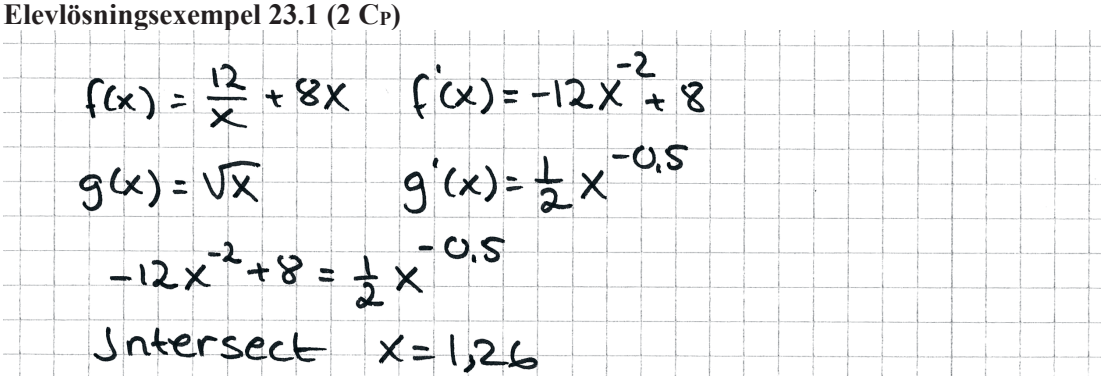
**Elevlösningsexempel 22.1 (2 EM och 1 ER)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen framgår det att ett grafritande verktyg använts. Lösningen är visserligen knapphändig men det framgår vilken metod som använts och genom hänvisning till kommandona ”intersect” i deluppgift a) och ”derivatafunktionen” i deluppgift b) framgår det hur verktyget använts. I deluppgift b) anses lösningsmetoden vara godtagbar men enhet saknas. Därmed uppfylls inte kraven för modelleringspoäng på C-nivå. I deluppgift c) styrks en korrekt slutsats med en beräkning. Sammantaget ges lösningen för deluppgift a) två modelleringspoäng på E-nivå, deluppgift b) noll poäng och deluppgift c) en resonemangspoäng på E-nivå.

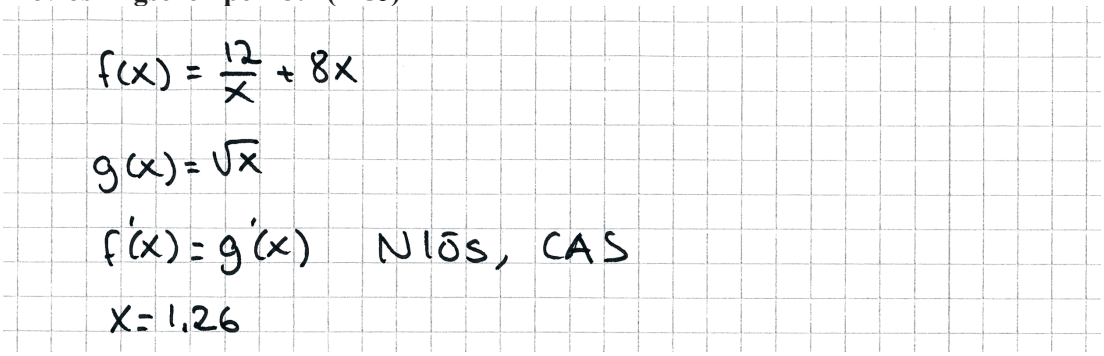
**Uppgift 23**

**Elevlösningsexempel 23.1 (2 CP)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen visas en godtagbar lösning där digitalt verktyg använts. Genom att ange kommandot ”Intersect” framgår det hur verktyget använts för att lösa ekvationen $-12x^{-2}+8=\frac{1}{2}x^{-0,5}$. Lösningen ges två procedurpoäng på C-nivå.

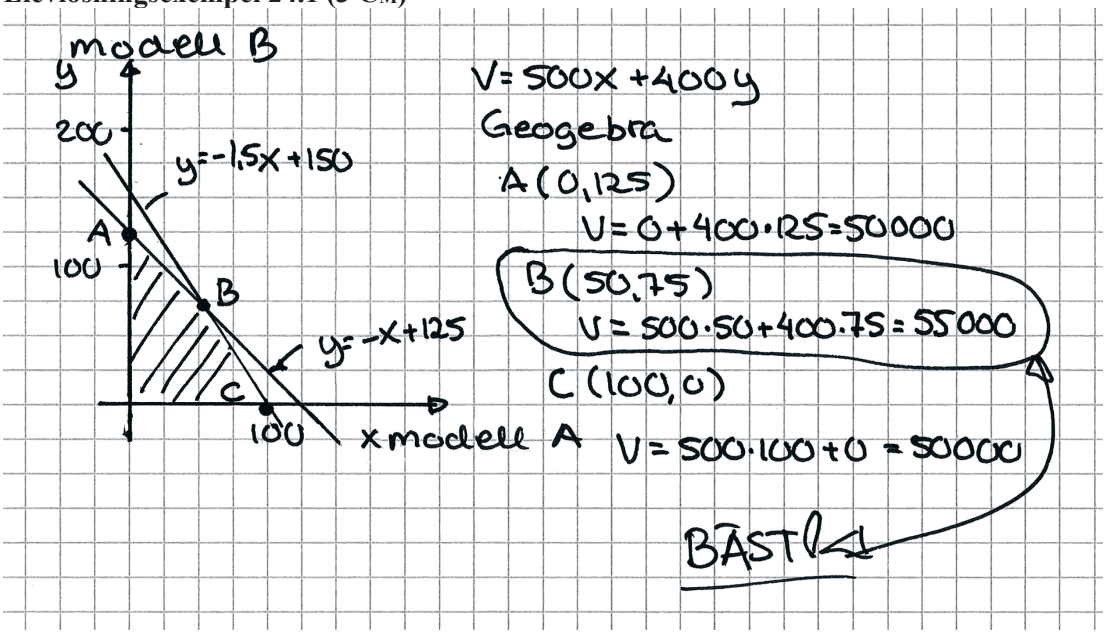
**Elevlösningsexempel 23.2 (2 CP)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen visas en godtagbar lösning där digitalt verktyg använts. Genom kommandot ”Nlös, CAS” framgår det hur det digitala verktyget använts för att lösa ekvationen. Lösningen ges två procedurpoäng på C-nivå.

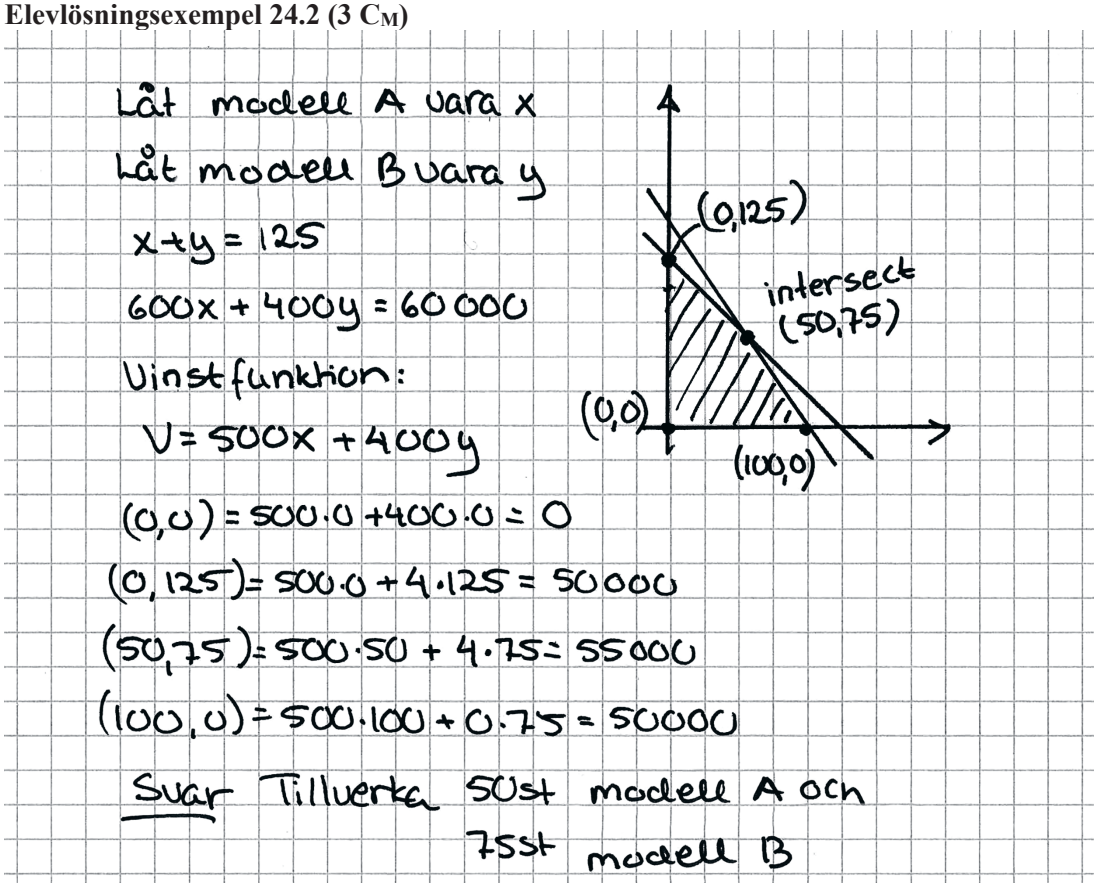
**Uppgift 24**

**Elevlösningsexempel 24.1 (3 CM)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen visas en godtagbar grafisk ansats där systemet av olikheter framgår av bilden. Redovisning av hur linjerna och skärningspunkterna har tagits fram saknas men trots detta anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för tre modelleringspoäng på C-nivå.

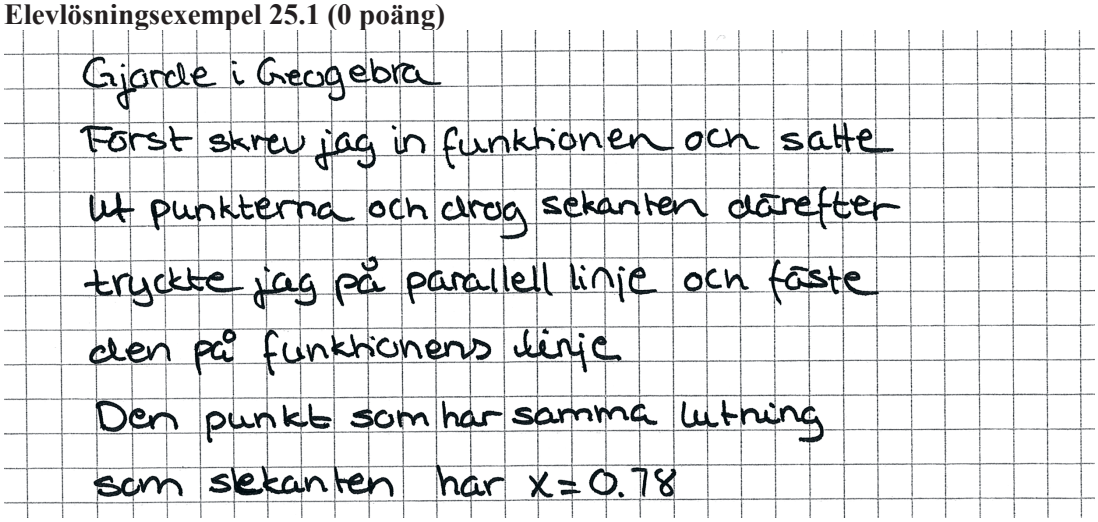
**Elevlösningsexempel 24.2 (3 $C_M$)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen bestäms både skärningspunkter och vinstfunktion korrekt. Alla skärningspunkter undersöks, vilket leder fram till rätt svar. Visserligen utgår elevlösningen från ett felaktigt algebraiskt system men detta vägs till viss del upp av en tydlig figur av området som ska undersökas. När det gäller kommunikation är lösningen relativt lätt att följa och förstå. Dock är området inte tydligt motiverat då ekvationer används istället för olikheter och villkoren $x \geq 0$ och $y \geq 0$ saknas. Dessutom används likhetstecknet felaktigt då beräkningarna av den maximala vinsten genomförs. Dessa brister gör att lösningen inte anses uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Sammantaget ges lösningen tre modelleringspoäng på C-nivå.

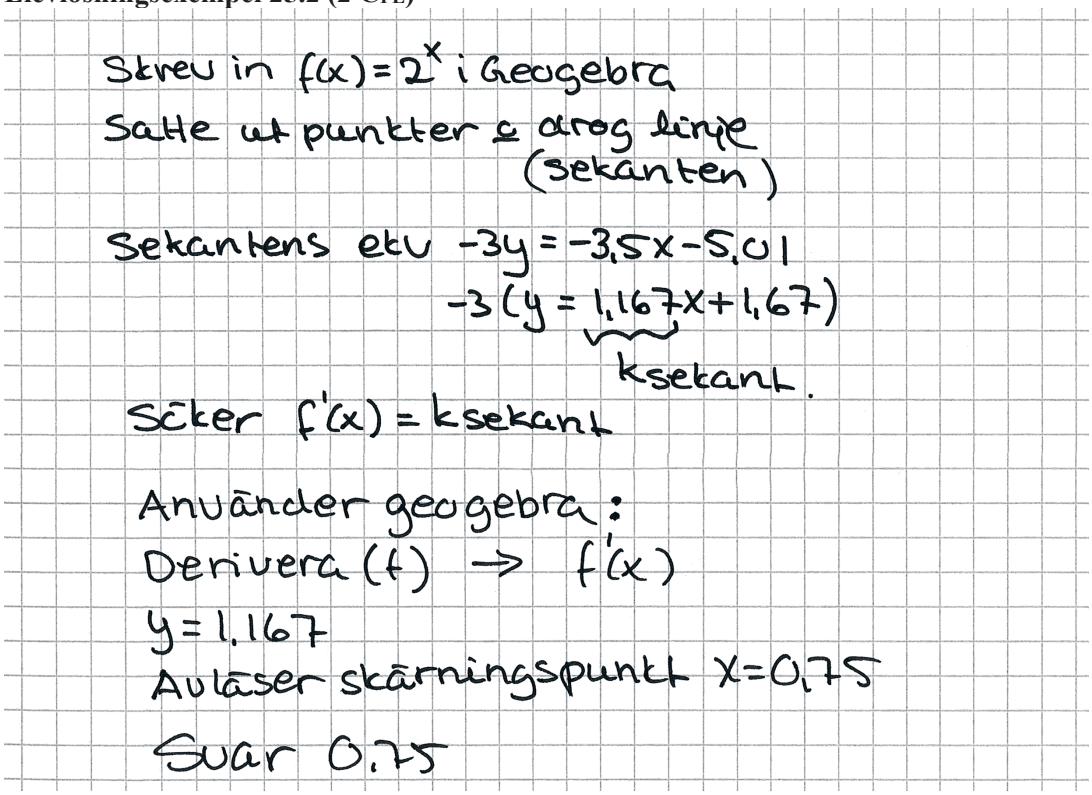
## Uppgift 25

**Elevlösningsexempel 25.1 (0 poäng)**


Gjorde i Geogebra
Först skrev jag in funktionen och satte
ut punkterna och drog sekanten därefter
tryckte jag på parallell linje och fäste
den på funktionens linje
Den punkt som har samma lutning
som sekanten har x=0.78

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen används ett digitalt verktyg för att fästa en parallell linje vid en godtyckligt vald punkt på funktionens graf. Den valda metoden är olämplig då den resulterar i ett osäkert värde på den efterfrågade $x$-koordinaten. Elevlösningen ges noll poäng.

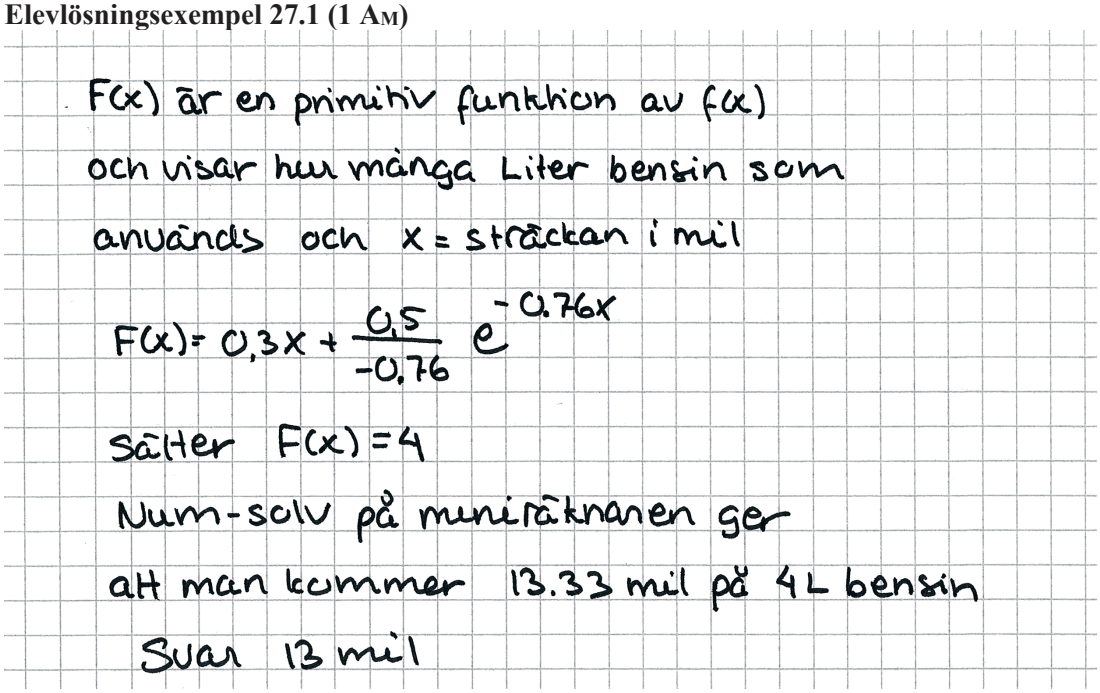
**Elevlösningsexempel 25.2 (2 CPL)**


Skrev in $f(x)=2^x$ i Geogebra
Satte ut punkter & drog linje
(sekanten)
Sekantens ekv $-3y=-3{,}5x-5{,}01$
$-3(y=1{,}167x+1{,}67)$
ksekant.
Söker $f'(x)=k_{sekant}$
Använder geogebra:
Derivera (f) → f'(x)
y=1,167
Avläser skärningspunkt x=0,75
Svar 0,75

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen används digitalt verktyg för att bestämma sekantens ekvation. Omskrivningen där $-3$ bryts ut är matematiskt olämplig men påverkar inte den efterföljande lösningen som leder fram till rätt svar. Sammantaget ges lösningen två problemlösningspoäng på C-nivå.

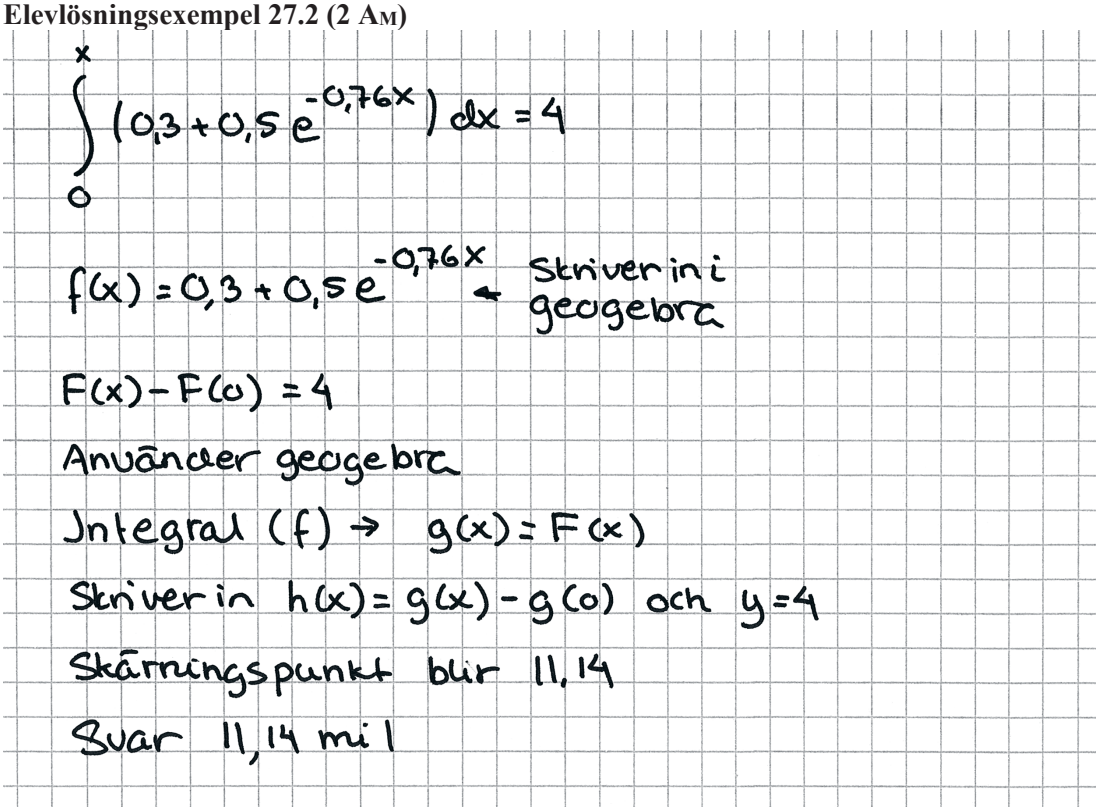
**Uppgift 27**

**Elevlösningsexempel 27.1 (1 AM)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen bestäms en korrekt primitiv funktion vilket anses motsvara en godtagbar ansats. I den fortsatta lösningen används den primitiva funktionen för att lösa $F(x) = 4$ istället för $F(x) - F(0) = 4$. Lösningen ges en modelleringspoäng på A-nivå.

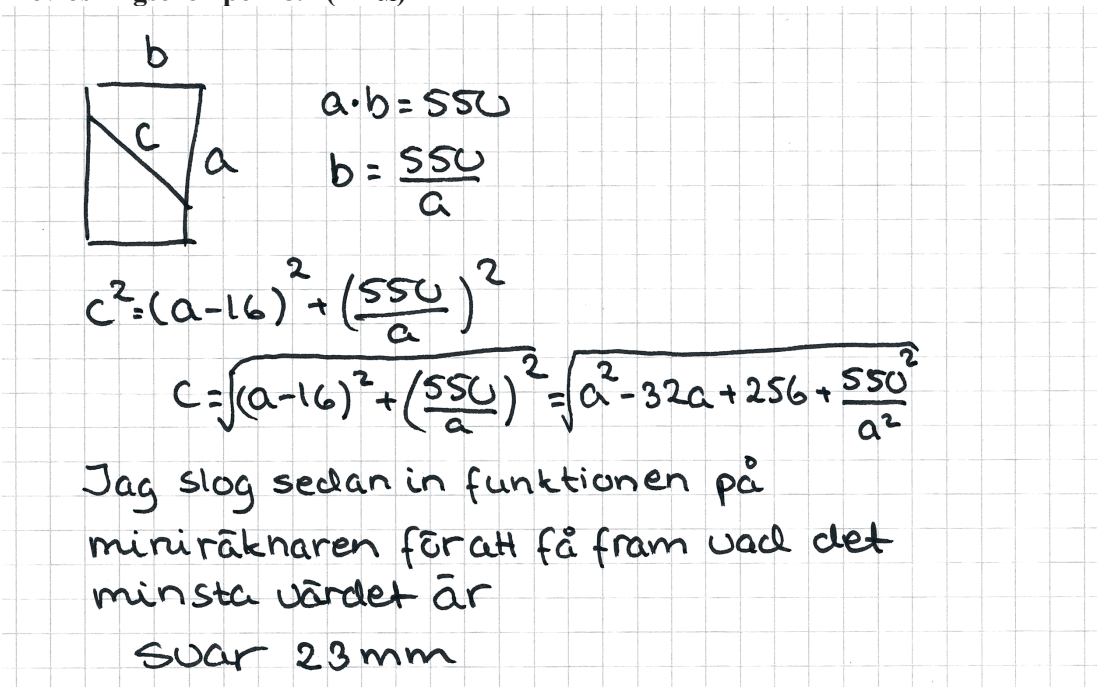
**Elevlösningsexempel 27.2 (2 AM)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen tecknas en korrekt integral som sätts lika med fyra. Den sökta integrationsgränsen bestäms med ett digitalt verktyg. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på A-nivå.

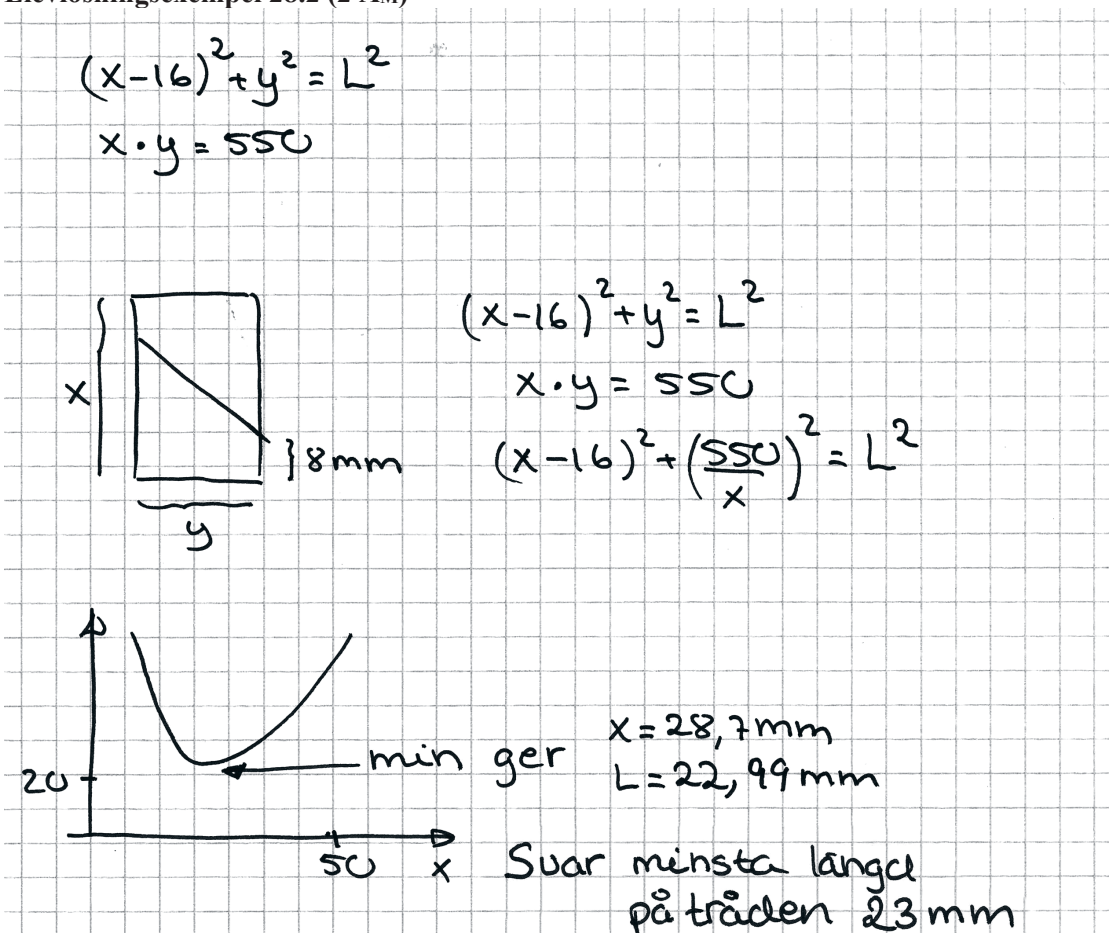
**Uppgift 28**

**Elevlösningsexempel 28.1 (1 AM)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen redovisas ett korrekt funktionsuttryck för trådens längd vilket motsvarar kraven för den första modelleringspoängen på A-nivå. Lösningen leder visserligen fram till ett korrekt svar men saknar en godtagbar verifiering. När det gäller kommunikation är kopplingen mellan figur och uttrycket för trådens längd otydlig och en hänvisning till Pythagoras sats saknas. Dessa brister gör att lösningen inte anses uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen en modelleringspoäng på A-nivå.

**Elevlösningsexempel 28.2 (2 AM)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen behandlas uppgiften i sin helhet och avslutas med ett korrekt svar. Verifiering av minimum är inte heltäckande men anses tillräcklig i detta fall. När det gäller kommunikation är kopplingen mellan figur och uttrycket $L^2$ otydlig. Lösningen innehåller visserligen en graf men det är oklart om grafen representerar $L$ eller $L^2$ och det är inte heller tydligt hur det digitala verktyget använts. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på A-nivå.