Delprov B	Uppgift 1–8. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 9–15. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för delprov B och delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 58 poäng varav 21 E-, 20 C- och 17 A-poäng.

Gräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 29 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 38 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 45 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux:_____

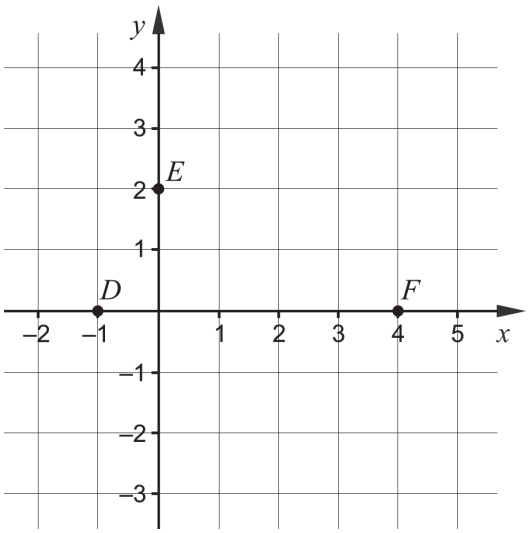
Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i elevhäftet.

1. Förenkla uttrycken så långt som möjligt.

a) $(x+5)^2 - 10x$ _____ (1/0/0)

b) $(x+3)(x-3)+9$ _____ (1/0/0)

2. Grafen till andragradsfunktionen *f*, där $y = f(x)$, går genom punkterna $D(-1, 0)$, $E(0, 2)$ och $F(4, 0)$.



a) Funktionen *f* kan skrivas på formen $f(x) = ax^2 + bx + c$.
Bestäm konstanten *c*.
_____ (1/0/0)

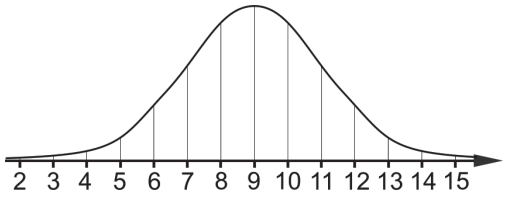
b) Grafen till funktionen *f* har en maximipunkt.
Bestäm *x*-koordinaten för maximipunkten. _____ (1/0/0)

3. Nedan anges två påståenden om Lena.

Lena bor i Europa. ☐ Lena bor i Sverige.

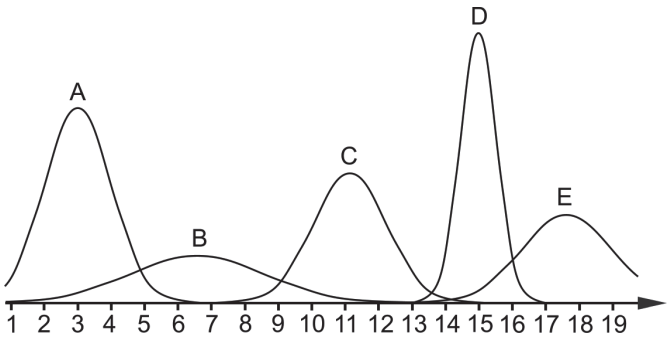
Vilken symbol ska stå i rutan mellan de två påståendena för att argumentationen ska vara korrekt?
Välj mellan $\Leftrightarrow$, $\Rightarrow$ och $\Leftarrow$. _____ (1/0/0)

4. a) Figuren visar en kurva som representerar en normalfördelning.



Vilket medelvärde har normalfördelningen? _____ (1/0/0)

b) Figuren visar fem kurvor A–E som representerar normalfördelningar.



Vilken av kurvorna A–E representerar den normalfördelning som har den minsta standardavvikelsen?

_____ (0/1/0)

5. a) I ett koordinatsystem finns punkten $Q(1, 0)$. Ge ett exempel på koordinaterna för punkten P om avståndet mellan P och Q är 5 längdenheter.

_____ (1/0/0)

b) Mitt emellan punkterna $A(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ och B i ett koordinatsystem ligger punkten $M(1, \frac{3}{4})$.

Bestäm koordinaterna för punkten B. _____ (0/1/0)

6. Lös ekvationerna och svara exakt på enklaste form.

a) $5^x = 7$ _____ (1/0/0)

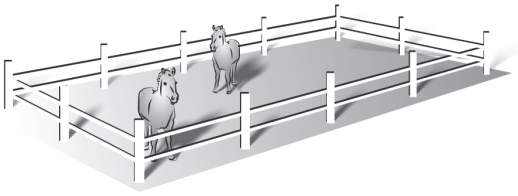
b) $3 - \sqrt{\sqrt{2x-5}} = 0$ _____ (0/1/0)

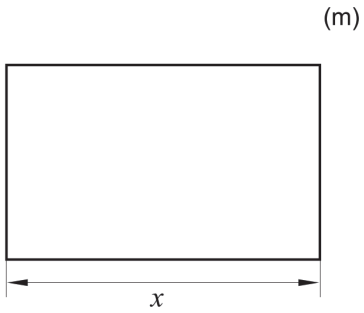
c) $\lg 200 - \lg 2 + 98 = 10^x$ _____ (0/1/0)

d) $(3x-4)(4-3x) = -9x^2$ _____ (0/1/0)

e) $(5987-x)^2 - 2(5987-x) = 0$ _____ (0/0/1)

7. Bosse ska bygga en rektangulär hage av 120 meter staket till sina två hästar. Längden av hagens ena sida betecknas med x. Se figur.





Teckna hagens area A som en funktion av x. _____ (0/1/0)

8. Det finns många andragradsfunktioner som har en graf med symmetrilinjen $x = 3$

a) Ge exempel på en sådan funktion. _____ (0/1/0)

En parabel har samma form som grafen till en andragradsfunktion. Det finns parabler där $x = f(y)$, det vill säga att parabeln ges av en andragradsfunktion f som är en funktion av y istället för av x.

b) Ge exempel på en ekvation till en parabel med symmetrilinjen $y = 0$

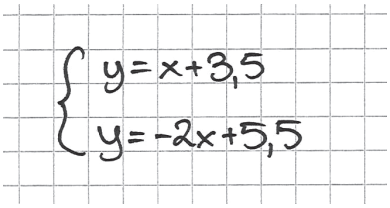
_____ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

9. Lös andragradsekvationen $x^2 + 8x + 12 = 0$ med algebraisk metod. (2/0/0)

10. Emma och Sanna har fått i uppgift att lösa ekvationssystemet $\begin{cases} x - y = 3,5 \\ 2x + y = 5,5 \end{cases}$

a) Det finns flera sätt att lösa ett ekvationssystem. Emma börjar med att lösa ut y ur båda ekvationerna och får:



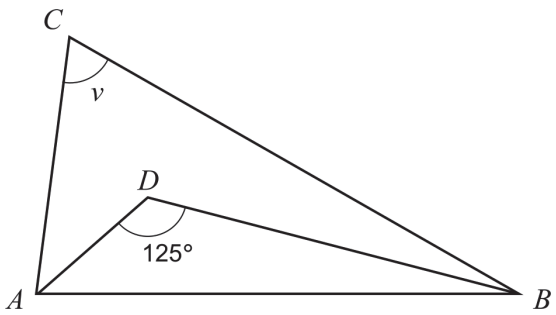
Har Emma löst ut y på ett korrekt sätt ur de båda ekvationerna? Motivera ditt svar. (1/0/0)

b) Sanna påstår att $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1,5 \end{cases}$ är en lösning till ekvationssystemet

$\begin{cases} x - y = 3,5 \\ 2x + y = 5,5 \end{cases}$

Har Sanna rätt? Motivera ditt svar. (1/0/0)

11. I triangeln ABC dras en bisektris från A och en bisektris från B så att bisektriserna skär varandra i D. Bisektriserna bildar en vinkel som är 125°. Se figur.



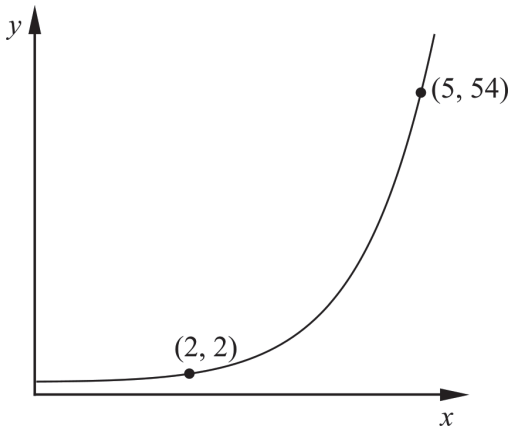
Bestäm vinkeln v. (0/2/0)

12. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 0,2x - 0,5y = 1,2 \\ x + y + 3,5 = 6 \end{cases}$ med algebraisk metod. (0/2/0)

13. Fiona undersöker två tal där differensen mellan talen är 1. Hon påstår att differensen mellan kvadraten av det större talet och kvadraten av det mindre talet är lika stor som summan av talen.

Visa att Fionas påstående alltid stämmer för två tal där differensen mellan talen är 1. (0/2/0)

14. Figuren visar grafen till en exponentialfunktion.



Bestäm y-koordinaten för grafens skärningspunkt med y-axeln.
Förenkla svaret så långt som möjligt och svara exakt. (0/0/2)

15. I en butik köper Armand ett rep för 60 kr. En annan butik säljer samma typ av rep men där är repet 1 kr dyrare per meter. Om Armand hade handlat i den andra butiken hade han fått ett 2 meter kortare rep för 60 kr.



Bestäm hur långt rep Armand köpte. Prövning godtas inte. (0/0/3)

Delprov D	Uppgift 16–28. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 58 poäng varav 21 E-, 20 C- och 17 A-poäng.

Gräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 29 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 38 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 45 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

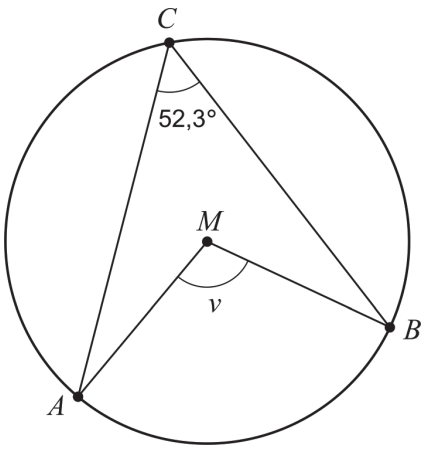
Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux:_____

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Till flera av uppgifterna krävs att du använder digitala verktyg för att kunna lösa dem. Till övriga uppgifter kan det vara en fördel att använda de digitala verktygen vid lösning av uppgiften. Skriv dina lösningar på separat papper.

16. Figuren visar en cirkel med medelpunkten *M*. Punkterna *A*, *B* och *C* ligger på cirkelns rand.



Bestäm vinkeln *v*. *Endast svar krävs* (1/0/0)

17. Lös ekvationen $\sqrt{2,11x-5}=8,6$ och svara med minst en decimal.

Endast svar krävs (1/0/0)

18. En andragradsfunktion *f* ges av $f(x)=3x^2+5x+7$

Ge ett exempel på en punkt som ligger på grafen till *f*.

Endast svar krävs (1/0/0)

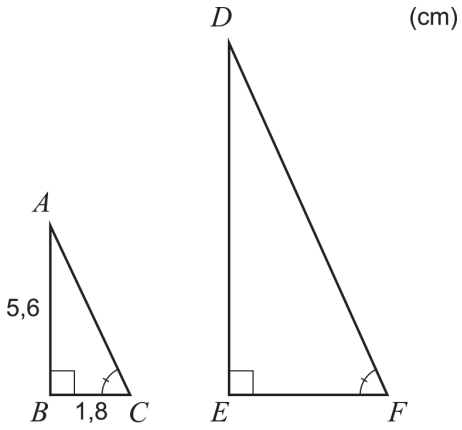
19. Värdetabellen visar ett antal värden på variablerna *x* och *y*.

x	22	23	24	25	26	27	28
y	4,2	5,6	4,9	3,6	3,1	1,9	2,5

Ur värdena kan ett anpassat samband på formen $y=ax+b$ bestämmas.

Bestäm *a* och *b* med hjälp av linjär regression. Svara med minst två decimaler. *Endast svar krävs* (1/0/0)

20. I en rätvinklig triangel *ABC* är sidan *AB* 5,6 cm och sidan *BC* 1,8 cm. Triangeln *DEF* är likformig med triangeln *ABC*. Sidan *EF* är dubbelt så lång som sidan *BC*, se figur.

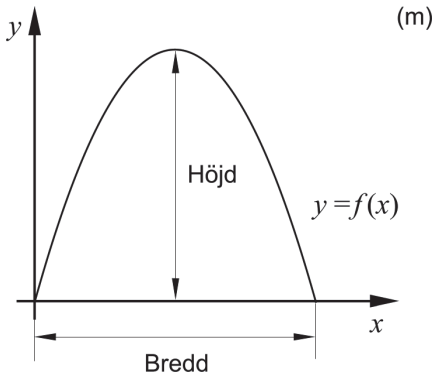


Hur många gånger större är arean av triangeln *DEF* än arean av triangeln *ABC*? (2/0/0)

21. Bilden visar byggnaden Municipal Asphalt Plant i New York.

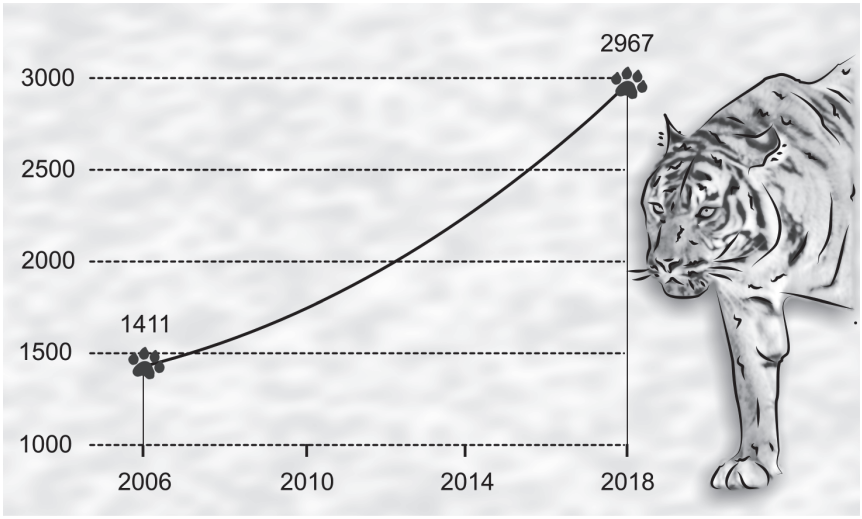


Ytterkanten på byggnadens framsida kan beskrivas med grafen till andragradsfunktionen *f*. Funktionen *f* ges av $f(x) = -0{,}14x^2 + 3{,}92x$ där x och $f(x)$ har enheten meter och där *x*-axeln är placerad på marknivå längs byggnadens framsida. Se figur.



Bestäm byggnadens bredd och höjd. *Endast svar krävs* (2/0/0)

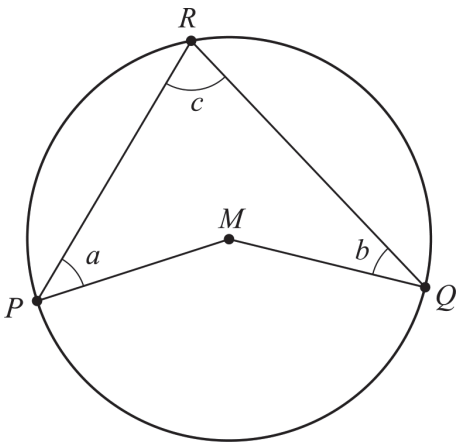
22. Tidningen Times of India släppte år 2018 nyheten att antalet tigrar i Indien mer än fördubblats sedan år 2006.



Tidningen uppgav att det fanns 1411 tigrar i Indien år 2006 och att det fanns 2967 tigrar år 2018. Anta att tigrarna räknades i början av år 2006 och i början av år 2018. Anta även att den årliga procentuella förändringen av antalet tigrar var lika stor under tidsperioden och att förändringen fortsätter i samma takt även efter år 2018.

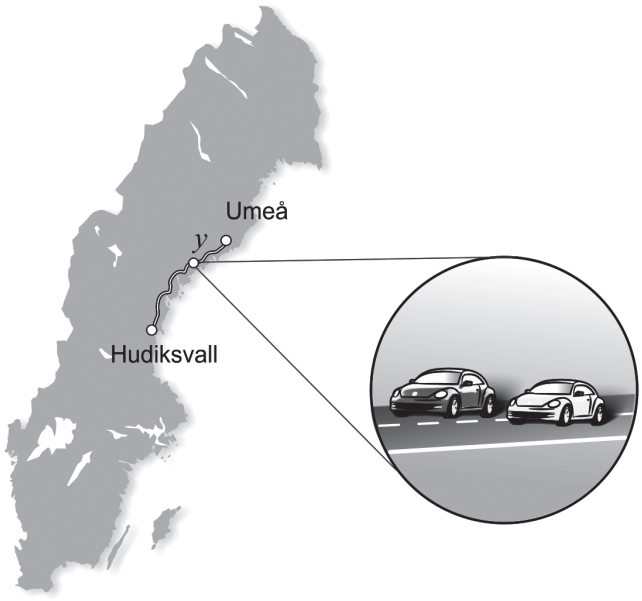
Bestäm vilket år som tigrarnas antal förväntas vara 5000. (0/3/0)

23. Figuren visar fyrhörningen *PMQR* i en cirkel där *P*, *Q* och *R* ligger på cirkelns rand och *M* är cirkelns medelpunkt. Vinklarna *a*, *b* och *c* är markerade i figuren.



Visa att sambandet $a + b = c$ gäller för alla fyrhörningar *PMQR* där *P*, *Q* och *R* ligger på cirkelns rand och *M* är cirkelns medelpunkt. (0/2/0)

24. Edith och Adrian kör samma sträcka från Umeå till Hudiksvall. Adrian startar först och Edith startar när Adrian redan har kört 13 km. Efter ett tag kör Edith om Adrian. Adrian kör med medelhastigheten 72 km/h fram till omkörningen och Edith kör med medelhastigheten 81 km/h fram till omkörningen.



Det påbörjade ekvationssystemet kan användas för att ta reda på hur lång sträcka Edith har kört när hon kör om Adrian.

$$\begin{cases} y = 81x \\ \ldots \end{cases}$$

där y km är sträckan fram till omkörningen. Se figur.

a) Tolka vad x betyder i detta sammanhang. (1/0/0)

När Edith kör om Adrian har de kört en tredjedel av hela sträckan.

b) Beräkna hur långt det är mellan Umeå och Hudiksvall. (0/0/2)

25. För fyra personers timlöner gäller följande:

Medelvärde: 210 kr/h
Median: 200 kr/h
Variationsbredd: 80 kr/h

Undersök vad timlönen kan vara för den person som har den högsta timlönen. (0/2/0)

26. Anta att a, b och c är tre på varandra följande heltal där $a < b < c$.

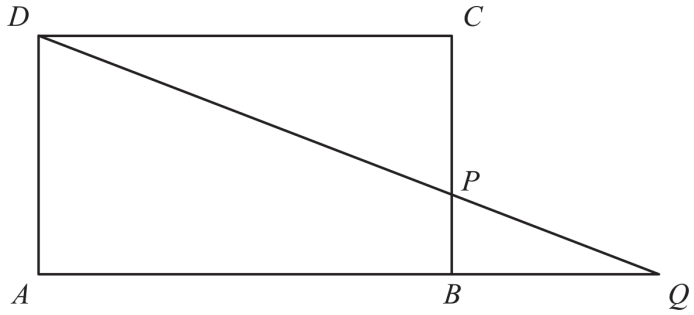
Undersök om uttrycket $\frac{a^2 + b^2 + c^2 - 2}{3}$ alltid är ett heltal för alla sådana på varandra följande heltal a, b och c. (0/0/3)

27. Funktionen f ges av $f(x) = \frac{x^2}{a}$ där a är en konstant och $a > 0$

En sträcka S dras från den punkt på funktionens graf där x-koordinaten är a till den punkt på funktionens graf där x-koordinaten är $2a$.

Bestäm längden av sträckan S uttryckt i a. (0/0/2)

28. Figuren visar rektangeln $ABCD$ med en punkt P på sidan BC. När sträckorna DP och AB förlängs skär de varandra i punkten Q.



Bestäm $\frac{AB}{AQ}$ om $BP = a$ och $PC = 3a$. (0/0/3)