Del B	Uppgift 1-9. Endast svar krävs.
Del C	Uppgift 10-16. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Del B och Del C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 66 poäng varav 24 E-, 25 C- och 17 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 17 poäng
D: 27 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 36 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå
B: 45 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 53 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

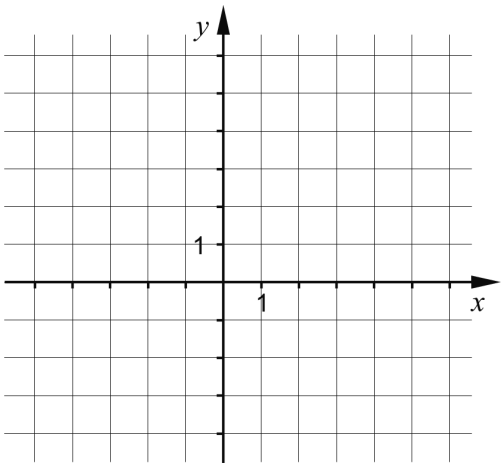
Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux:_____

Del B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. En rät linje går genom punkten (2, 3) och har lutningen $k = 2$

a) Rita linjen i koordinatsystemet nedan. (1/0/0)

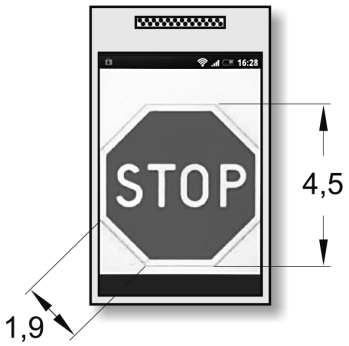


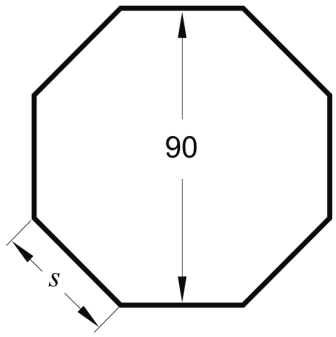
Ekvationen för linjen kan skrivas på formen $y = kx + m$.

b) Vilket m-värde har linjen? _____ (1/0/0)

2. Kajsa är med i en teatergrupp och ska tillverka en stoppskylt av kartong till en föreställning. Hon letar på Internet och får reda på att höjden av en stoppskylt är 90 cm men hittar inte hur lång en sida är. Kajsa söker då fram en bild av en stoppskylt med sin mobiltelefon. Hon mäter skyltens höjd och en av sidorna. Se nedan.

(cm)



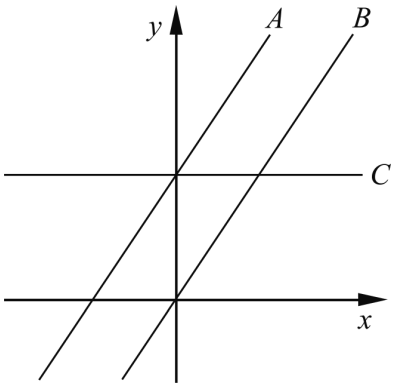


Hur lång är stoppskyltens sida s i verkligheten? _____ (1/0/0)

3. Ange en andragradsekvation där den ena komplexa roten är $x = -3\mathrm{i}$

_____ (1/0/0)

4. I figuren är tre räta linjer *A*, *B* och *C* ritade. Ekvationen för linje *A* är $y = 1{,}5x + 3$



Linjerna *A* och *B* är parallella.

a) Ange ekvationen för linje *B*. _____ (1/0/0)

Linje *C* är parallell med *x*-axeln.

b) Ange ekvationen för linje *C*. _____ (1/0/0)

5. Lös ekvationerna och svara exakt.

a) $10^x = 9$ _____ (1/0/0)

b) $\sqrt{x} = 10^{\lg 9}$ _____ (0/1/0)

6. Ge ett förslag på vad som kan stå i parenteserna för att likheten ska gälla.

$(\quad)\cdot(\quad) = 4x^2 - 36$

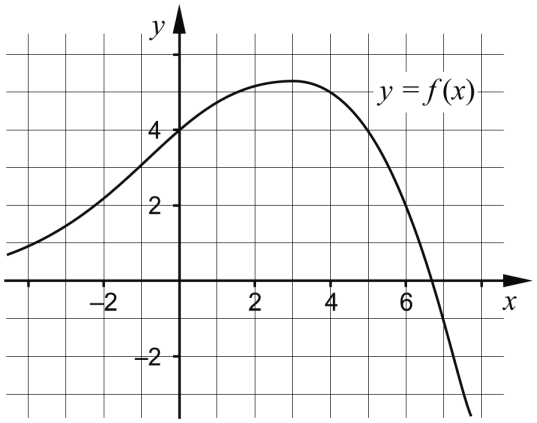
Variabeln *x* ska förekomma i båda parenteserna. _____ (0/1/0)

7. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $8y + (4 - y)^2$ _____ (1/0/0)

b) $\dfrac{3(x+3)^2 - 3(3+3x)}{3}$ _____ (0/1/0)

8. Figuren visar grafen till funktionen f där $y = f(x)$.



a) Använd grafen och bestäm a om $f(a) = -1$ _____ (0/1/0)

b) Använd grafen och bestäm $f(b)$ då $f(b-1) = 4$

_____ (0/0/2)

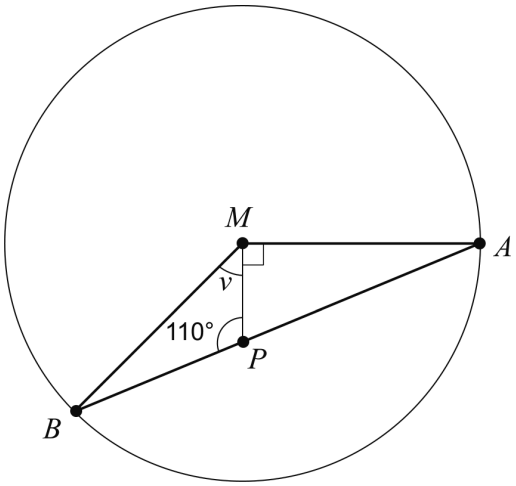
9. Bestäm för vilka värden på x som olikheten $x^2 > 3$ gäller.

_____ (0/1/1)

Del C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

10. Lös ekvationen $x^2 - 8x - 9 = 0$ med algebraisk metod. (2/0/0)

11. Triangeln *ABM* är inskriven i en cirkel med medelpunkten *M*.
Punkten *P* ligger på linjen *AB*, se figur.



Bestäm vinkeln *v*. (1/1/0)

12. Bestäm de värden på *x* där graferna till andragradsfunktionen
$f(x) = 3x^2 - 4x - 29$ och linjen $g(x) = 2x + 16$ skär varandra. (0/3/0)

13. Lös ekvationen $\sqrt{5 - x} + 3 = x$ med algebraisk metod. (0/3/0)

14. En maskin tillverkar skruvar. Skruvarnas längder är normalfördelade med en standardavvikelse på 0,20 mm.



Ungefär 82 % av skruvarna har en längd mellan 54,0 mm och 54,6 mm.

Bestäm skruvarnas medellängd. (0/2/1)

15. För funktionerna f och g gäller att $f(x) = x^2 + a$ och $g(x) = -x^2 + b$.
Antalet skärningspunkter mellan funktionernas grafer beror på hur konstanterna a och b väljs.

Undersök hur antalet skärningspunkter beror på valet av a och b. (0/2/1)

16. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} \lg x^3 - \lg y^{-2} = 13 \\ \lg x + \lg y = 5 \end{cases}$ (0/0/2)

Del D	Uppgift 17-25. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 66 poäng varav 24 E-, 25 C- och 17 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 17 poäng
D: 27 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 36 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå
B: 45 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 53 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux:_____

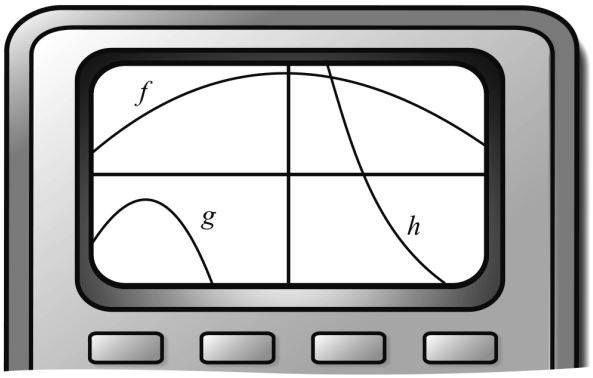
Del D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

17. Albin och Joakim ska ha en filmkväll och köper läsk och godis.
Albin betalar 86 kr för två läsk och fyra godispåsar. Joakim köper tre läsk och två godispåsar och betalar 68 kr.

Låt priset för en läsk vara x kr och för en godispåse y kr. Ställ upp ett ekvationssystem och beräkna vad en läsk respektive en godispåse kostar. (2/0/0)

18. Bestäm ekvationen för en rät linje som skär x-axeln då $x = 5$ och som har en positiv lutning. (2/0/0)

19. Petter ska bestämma antalet nollställen till tre andragradsfunktioner f, g och h. Han har ritat funktionerna med hjälp av en grafräknare. Bilden visar fönstret på grafräknaren.



Petter säger: ”Jag måste ändra inställningen på axlarna, så jag kan se mer av graferna.”

Petters lärare John säger: ”Det behöver du inte, du kan redan nu se hur många nollställen var och en av andragradsfunktionerna har.”

Ange antalet nollställen till var och en av funktionerna f, g och h samt förklara hur du kan bestämma detta med hjälp av den givna bilden. (2/1/0)

20. Koncentrationen av vätejoner i naturen påverkar både vattnet och marken omkring oss. pH-skalan som beskriver denna koncentration är logaritmisk. Sambandet mellan pH-värdet och vätejonkoncentrationen kan skrivas

$y = -\lg x$

där y är pH-värdet och x är vätejonkoncentrationen i mol/dm^3.

a) Bestäm pH-värdet då vätejonkoncentrationen är $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ mol/dm^3.
Endast svar krävs (1/0/0)

b) Under en laboration mättes pH-värdet i ett regnvattenprov till 5,60.
Beräkna koncentrationen av vätejoner i regnvattenprovet. (0/1/0)

21. Medianen för tre heltal är 34. Medelvärdet är 26 och variationsbredden 30.

Vilka är de tre talen? (0/3/0)

22. Ett av Sveriges miljömål är att minska koldioxidutsläppet. År 1990 var koldioxidutsläppet $7{,}29 \cdot 10^7$ ton. År 2011 hade utsläppet minskat till $6{,}63 \cdot 10^7$ ton. Anta att koldioxidutsläppet har minskat enligt det exponentiella sambandet

$y = C \cdot a^x$

där y motsvarar koldioxidutsläppet i ton och x motsvarar antalet år efter 1990.

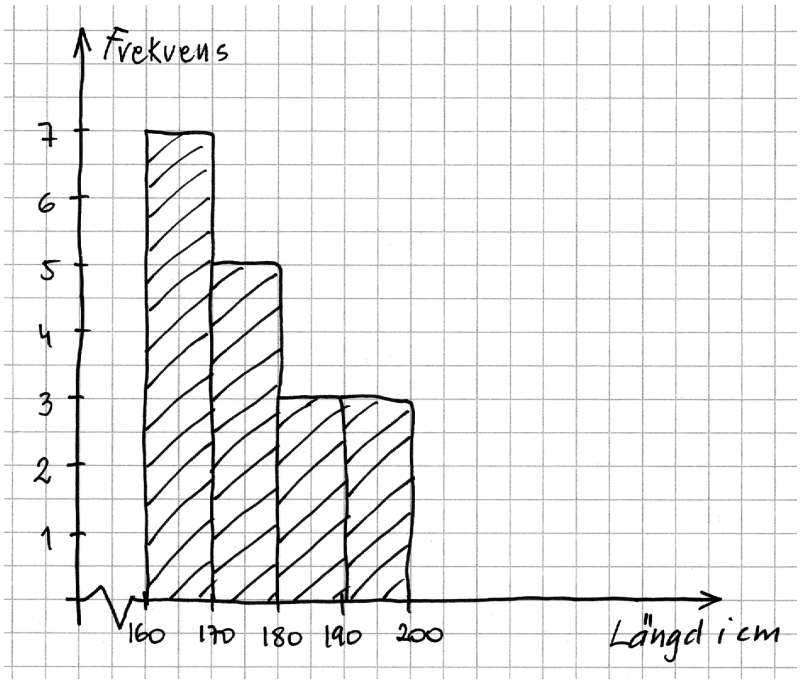
a) Bestäm konstanten C i sambandet ovan. *Endast svar krävs* (1/0/0)

b) Beräkna den årliga procentuella minskningen mellan år 1990 och år 2011. (2/0/0)

Målet är att minska koldioxidutsläppet med 40 % från år 1990 till år 2020.

c) Anta att den årliga procentuella minskningen är 1 % från och med år 2011 då utsläppet var $6{,}63 \cdot 10^7$ ton. Hur många år kommer det att ta, räknat från år 2011, innan koldioxidutsläppet är 40 % lägre än år 1990? (0/2/0)

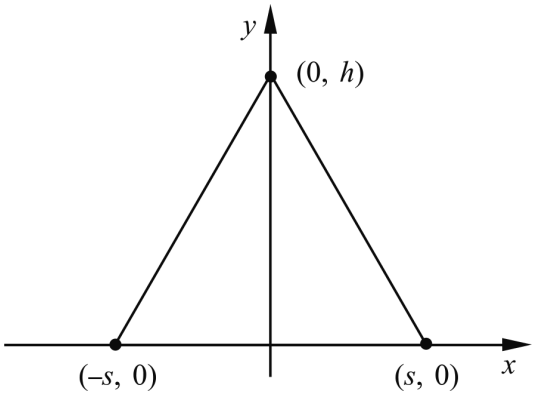
23. Emelie gör en statistisk undersökning om sina 18 klasskamraters längd. Hon beräknar sedan medelvärdet av längderna och får det till 175,5 cm.
Emelie presenterar sina resultat i ett histogram. Se nedan.



Emelie visar histogrammet för Anton. Han beräknar medelvärdet med hjälp av histogrammet och får då medelvärdet till 176,1 cm. Både Emelie och Anton räknar rätt men får olika medelvärden.

Förklara varför medelvärdet blir olika med de olika metoderna. (0/1/1)

24. En liksidig triangel är ritad i ett koordinatsystem. Den har sina hörn i punkterna $(0, h), (-s, 0)$ och $(s, 0)$



Bestäm den liksidiga triangelns area A uttryckt endast i s. (0/0/3)

25. Bilden visar en fontän i Sydkoreas huvudstad Seoul.



Avståndet längs vattenytan från en stråles start till dess att strålen träffar vattnet är ungefär 2,3 m. Strålens högsta höjd över vattenytan är ungefär 3,1 m. Anta att strålens bana har samma form som grafen till en andragradsfunktion.

Bestäm en funktion som beskriver strålens bana. (0/0/3)

Till eleven - Information inför det muntliga delprovet

Du kommer att få en uppgift som du ska lösa skriftligt och sedan ska du presentera din lösning muntligt. Om du behöver får du ta hjälp av dina klasskamrater och din lärare när du löser uppgiften. Din muntliga redovisning börjar med att du presenterar vad uppgiften handlar om och sedan får du beskriva och förklara din lösning. Du ska redovisa alla steg i din lösning. Däremot, om du har gjort samma beräkning flera gånger (till exempel i en värdetabell) så kan det räcka med att du redovisar några av beräkningarna. Din redovisning är tänkt att ta maximalt 5 minuter och ska göras för en mindre grupp klasskamrater och din lärare.

Den uppgift som du får ska i huvudsak lösas för hand, algebraiskt. Det kan hända att du behöver en miniräknare för att göra en del beräkningar men du ska inte hänvisa till grafritande och/eller symbolhanterande funktioner på räknaren (om du har en sådan typ av räknare) när du redovisar din lösning.

Vid bedömningen av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är

Din redovisning ska innehålla de delar som behövs för att dina tankar ska gå att följa och förstå. Det du säger bör komma i lämplig ordning och inte innehålla någonting onödigt. Den som lyssnar ska förstå hur beräkningar, beskrivningar, förklaringar och slutsatser hänger ihop med varandra.

Hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning

Din redovisning bör innehålla både beskrivningar och förklaringar. Man kan enkelt säga att en beskrivning svarar på frågan *hur* och en förklaring svarar på frågan *varför*. Du beskriver något när du till exempel berättar *hur* du har gjort en beräkning. Du förklarar något när du motiverar *varför* du till exempel kunde använda en viss formel.

Hur väl du använder den matematiska terminologin

När du redovisar bör du använda ett språk som innehåller matematiska termer, uttryckssätt och symboler som är lämpliga utifrån den uppgift du har löst.

Matematiska termer är ord som till exempel ”exponent”, ”funktion” och ”graf”.

Ett exempel på ett matematiskt uttryckssätt är att x^2 utläses ”x upphöjt till 2” eller ”x i kvadrat”.

Några exempel på matematiska symboler är π och $f(x)$, vilka utläses ”pi” och ”f av x”.

Uppgift 1. Skärningspunkt

Namn:_____

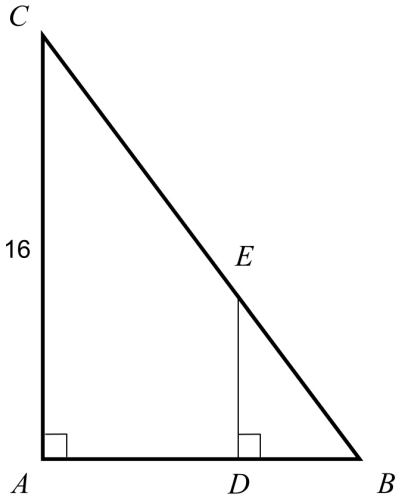
Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

En rät linje går genom punkten $(0, 3)$ och har lutningen -5. En annan rät linje går genom punkterna $(-1, -4)$ och $(2, 5)$. Beräkna linjernas skärningspunkt.

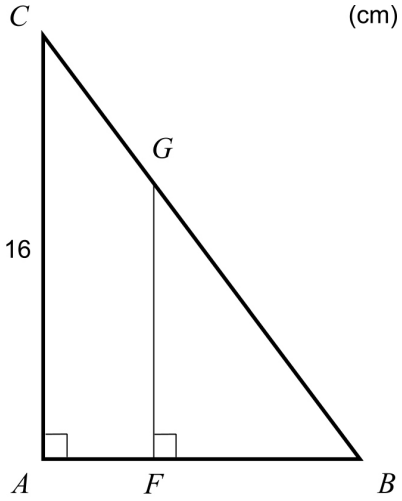
Uppgift 2. Triangel i triangel

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.



Figur 1



Figur 2

Figur 1 visar två trianglar ABC och DBE. $AC = 16\,\text{cm}$ och $AB = 12\,\text{cm}$.

a) Bestäm DE om $DB = 4{,}2\,\text{cm}$.

Figur 2 visar två trianglar ABC och FBG. $AC = 16\,\text{cm}$ och $AB = 12\,\text{cm}$.

b) Bestäm FG så att arean av triangeln FBG utgör 50 % av arean av triangeln ABC.

Uppgift 3. Inkast

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Jose spelade fotboll och skulle göra ett inkast. Bollen följde en bana som kan beskrivas med funktionen

$$y = -0{,}04x^2 + 0{,}6x + 2$$

Bollens höjd över marken är y meter.
x är avståndet i meter längs marken från den plats där Jose befann sig då han kastade.



Inkast

a) Hur långt kastade Jose bollen?

b) Beräkna bollens högsta höjd över marken.

Uppgift 4. Smyckegrottan

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Smyckegrottan har rea på allt i butiken. Sarah, Wei och Amanda går dit för att fynda. De upptäcker att alla hårspännen har samma reapris. Alla armband har också ett fast reapris.

Sarah köper tre hårspännen och sex armband och betalar 178,50 kr.
Wei köper åtta hårspännen och två armband och betalar 168 kr.

Amanda tänker köpa sex hårspännen och tre armband. Hur mycket ska hon betala?