Del I	Uppgift 1-10. Endast svar krävs.
Del II	Uppgift 11-15. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för del I och del II tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av Del I, Del II, Del III samt en muntlig del och ger totalt 76 poäng varav 28 E-, 24 C- och 24 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 18 poäng
D: 29 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 38 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå
B: 50 poäng varav 8 poäng på A-nivå
A: 61 poäng varav 14 poäng på A-nivå

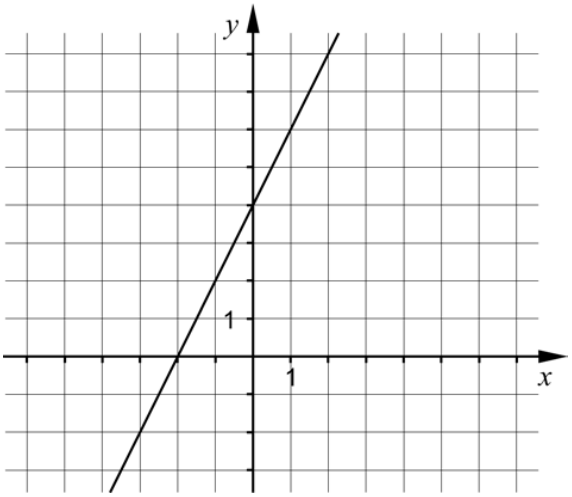
Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där *Endast svar krävs* behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla de papper du lämnar in.

Del I: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1.



a) Bestäm ekvationen för den räta linjen i figuren. _____(1/0/0)

b) Rita i koordinatsystemet en rät linje med riktningskoefficienten $k = -1$ (1/0/0)

2. Förenkla uttrycket $(x+5)(x-5)+25$ så långt som möjligt.

_____(1/0/0)

3. Lös ekvationerna

a) $x(x+7)=0$ _____(1/0/0)

b) $\lg x = 3$ _____(1/0/0)

c) $2^3 \cdot 2^x = 2^{2x}$ _____(0/1/0)

4. Vilken av följande ekvationer A-E har icke-reella lösningar?

A. $x^2 = 16$

B. $x^2 + 6 = 0$

C. $x^2 = 0$

D. $x^2 - \sqrt{5} = 0$

E. $x^2 - \frac{9}{4} = 0$ _____(1/0/0)

5. Anna har 7 km att cykla från hemmet till skolan. Vanligtvis cyklar hon med hastigheten 0,35 km/min. Teckna en funktion som anger hur lång sträcka *y* km hon har kvar till skolan då hon cyklat i *x* minuter.



_____(0/1/0)

6. För en andragradsfunktion gäller:

- Funktionen har ett nollställe för $x = 4$
- Funktionen har sitt största värde för $x = 1$

För vilket värde på *x* har funktionen sitt andra nollställe?

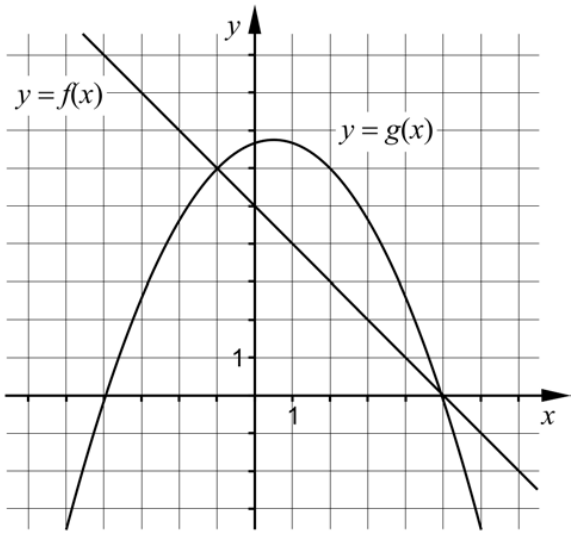
_____(0/1/0)

7. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $2\lg x - 0{,}5\lg x^2$ _____(0/1/0)

b) $(xy - y)^2 \cdot y^{-2}$ _____(0/0/1)

8. I koordinatsystemet visas graferna till den linjära funktionen $y = f(x)$ och andragradsfunktionen $y = g(x)$



Avläs i figuren och besvara frågorna.

a) Bestäm $g(2)$ _____(1/0/0)

b) För vilka värden på x gäller att $f(x) < g(x)$? _____(0/2/0)

c) Ange ekvationen för en rät linje som *inte* skär någon av graferna till funktionerna.

_____(0/0/1)

9. I början av år 2011 köpte Matilda en dator för 10000 kr. Datorns värde kan beskrivas med $V(t) = 10000 \cdot 0{,}60^t$ där V är datorns värde i kr och t är tiden i år efter inköpet.



a) Med hur många procent minskar datorns värde per år?

_____(1/0/0)

b) Teckna en ny funktion som anger datorns värde V i kr som funktion av tiden t, där tiden nu istället ska räknas i *månader* efter inköpet.

_____(0/0/1)

10. Ett ekvationssystem består av två ekvationer där varje ekvation innehåller två variabler x och y.

a) Den ena ekvationen är $3x + 2y = 12$
Ge ett exempel på hur den andra ekvationen kan se ut så att ekvationssystemet saknar lösningar.

_____(0/0/1)

b) Den ena ekvationen är fortfarande $3x + 2y = 12$
Ge ett exempel på hur den andra ekvationen kan se ut så att ekvationssystemet endast får lösningen $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

_____(0/0/1)

Del II: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

11. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 2x - y = -9 \\ 5x + 2y = 0 \end{cases}$ med algebraisk metod. (2/0/0)

12. Lös ekvationerna med algebraisk metod.

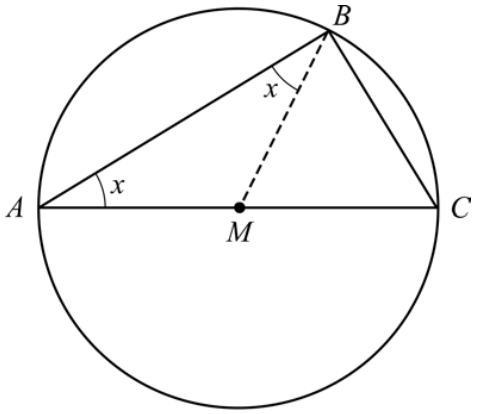
a) $x^2 - 4x - 45 = 0$ (2/0/0)

b) $\sqrt{35 - 2x} = x$ (0/3/0)

13. Thales från Miletos var en grekisk matematiker som levde för 2600 år sedan. Han formulerade en sats med följande innebörd:

Varje triangel som är inskriven i en cirkel har en rät vinkel om en av triangelns sidor är diameter i cirkeln.

Triangeln ABC är inskriven i en cirkel på ett sådant sätt. Sidan AC är en diameter i cirkeln. Punkten M är mittpunkt på sträckan AC. I figuren är även sträckan BM inritad.



a) Förklara varför de två vinklarna betecknade med x är lika stora. (1/1/0)

b) Visa, utan att använda randvinkelsatsen, att Thales sats är korrekt. (0/2/2)

14. I ekvationen $x^2 - (a-1)^2 = 0$ är a en konstant.
Lös ekvationen och svara på så enkel form som möjligt. (0/0/2)

15. På linjen $y = 2x - 5$ ligger en punkt P i första kvadranten. Avståndet mellan punkten P och origo är 10 längdenheter. Bestäm x-koordinaten för punkten P.
Svara exakt. (0/0/4)

Del III	Uppgift 16-23. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av Del I, Del II, Del III samt en muntlig del och ger totalt 76 poäng varav 28 E-, 24 C- och 24 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 18 poäng
D: 29 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 38 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå
B: 50 poäng varav 8 poäng på A-nivå
A: 61 poäng varav 14 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där *Endast svar krävs* behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

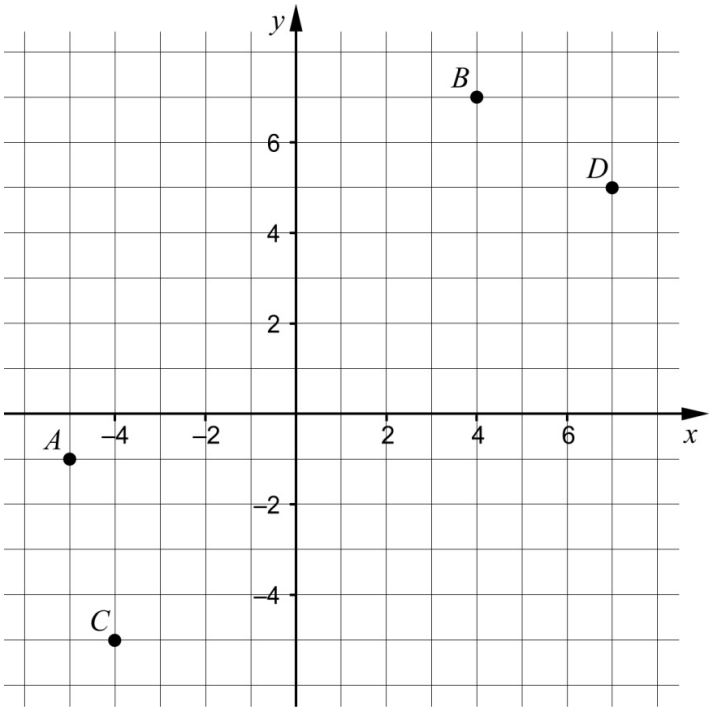
Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla de papper du lämnar in.

Del III: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

16. Två likformiga rektanglar har olika mått. Rektangel *A* har sidorna 4 cm och 6 cm. Rektangel *B* har en sida som är 12 cm.

Vilka mått kan den andra sidan hos rektangel *B* ha? (2/0/0)

17. En linje L_1 ritas genom punkterna *A* och *B*.
En annan linje L_2 ritas genom punkterna *C* och *D*.



Är linjerna L_1 och L_2 parallella? Motivera ditt svar. (3/0/0)

18. Marcus sätter in en stek i ugnen klockan 14.30.
Då är temperaturen i steken $16{,}5\ ^\circ\text{C}$. Därefter ökar temperaturen $T\ ^\circ\text{C}$ i steken enligt sambandet:

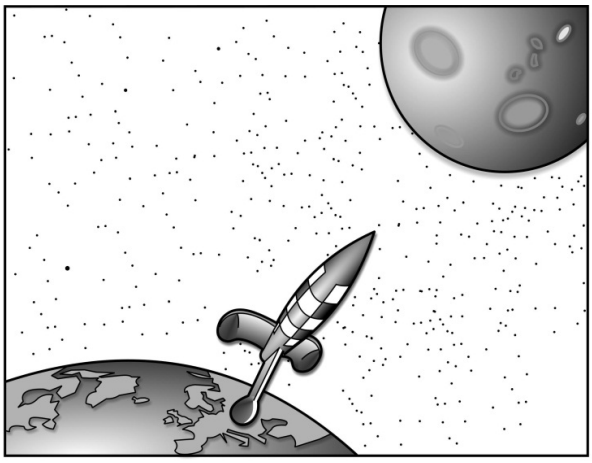
$T(t) = 16{,}5 \cdot 1{,}0085^t$

där *t* är tiden i minuter. När stektermometern visar $77\ ^\circ\text{C}$ är steken klar.



Hinner steken bli klar till klockan 18.00 då Marcus ska bjuda på middag? (2/0/0)

19. Hugo och Ilona ska göra en datorsimulering av en raket som ska landa på månen. De har var sin modell för att beskriva raketens rörelse mot månens yta.



Hugo använder modellen $h(t)=\frac{t^2}{90}-\frac{20t}{3}+1000$ där h är höjden i meter över månens yta och t är tiden i sekunder från det att raketen påbörjar sin landning.

a) På vilken höjd över månen påbörjar raketen sin landning enligt Hugos modell? (1/0/0)

b) Beräkna $h(300)$ och tolka resultatet. (1/1/0)

Ilona använder modellen $g(t)=1000-\frac{10t}{3}$ där g är höjden i meter över månens yta och t är tiden i sekunder från det att raketen påbörjar sin landning.

Jämför Hugos och Ilonas modeller för hur raketen rör sig mot månens yta från det att raketen påbörjar sin landning till dess att den landat på månen.

c) Beskriv två likheter hos modellerna. (0/1/0)

d) Beskriv någon skillnad mellan modellerna. (0/1/1)

20. Ett företag fyller konservburkar med krossade tomater. Enligt märkningen innehåller en burk 400 g tomater. Tomaternas vikt är normalfördelad kring medelvärdet 395 g och standardavvikelsen är 5,0 g.



a) Hur många procent av konservburkarna kan förväntas innehålla mindre än de 400 g som anges på burken? (2/0/0)

Företaget vill inte ha för många missnöjda kunder och tänker därför fylla konservburkarna lite mer. De ändrar kravet till att minst 97,7 % av burkarna ska innehålla minst 400 g tomater. Standardavvikelsen antas fortfarande vara 5,0 g.

b) Beräkna vilket medelvärde på vikten som motsvarar detta nya krav. (0/3/0)

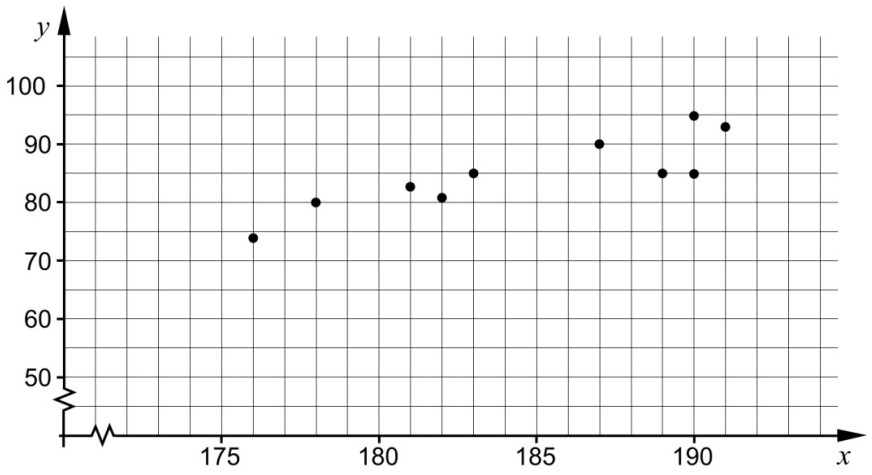
21. Alice och Moa diskuterar medelvärde och median.

Alice påstår:
”Medelvärdet av tre på varandra följande heltal är alltid lika med talens median.”
Moa svarar:
”Nej, det gäller inte alltid.”

Vem har rätt, Alice eller Moa? Motivera ditt svar. (1/1/1)

22. I tabellen och diagrammet visas längd och vikt för tio män från samma arbetsplats.

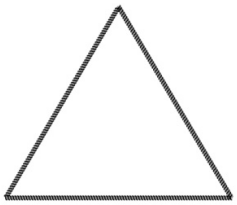
Namn	Längd (cm)	Vikt (kg)
Anders	187	90
Leif	183	85
Göte	190	85
Bengt	189	85
Per	190	95
Stig	191	93
Lennart	176	74
Torgny	182	81
Bertil	181	83
Ingemar	178	80



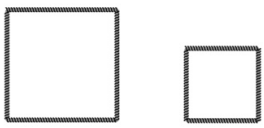
a) Bestäm ett linjärt samband mellan vikten y kg och längden x cm. (0/1/0)

b) Utgå från det linjära samband du bestämde i a). Tolka vad riktningskoefficienten betyder i detta sammanhang. (0/0/2)

23. Ett tunt snöre är 24 m långt. Snöret kan formas till olika geometriska figurer.



Figur 1



Figur 2

a) Hela snöret formas till en liksidig triangel, se Figur 1.
Bestäm triangelns area. (0/3/0)

b) Snöret delas sedan i två olika långa delar. Av varje del formas en kvadrat, se Figur 2.
Undersök om det är möjligt att kvadraterna tillsammans får arean 17 m^2. (0/0/4)

Till eleven - Information inför den muntliga provdelen
Du kommer att få en uppgift som du ska lösa skriftligt och sedan ska du presentera din lösning muntligt. Om du behöver får du ta hjälp av dina klasskamrater och din lärare när du löser uppgiften. Din muntliga redovisning börjar med att du presenterar vad uppgiften handlar om och sedan får du beskriva och förklara din lösning. Du ska redovisa alla steg i din lösning. Däremot, om du har gjort samma beräkning flera gånger (till exempel i en värdetabell) så kan det räcka med att du redovisar några av beräkningarna. Din redovisning är tänkt att ta maximalt 5 minuter och ska göras för en mindre grupp klasskamrater och lärare.

Vid bedömningen av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är
Din redovisning ska innehålla de delar som behövs för att dina tankar ska gå att följa och förstå. Det du säger bör komma i lämplig ordning och inte innehålla någonting onödigt. Den som lyssnar ska förstå hur beräkningar, beskrivningar, förklaringar och slutsatser hänger ihop med varandra.

Hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning
Din redovisning bör innehålla både beskrivningar och förklaringar. Man kan enkelt säga att en beskrivning svarar på frågan *hur* och en förklaring svarar på frågan *varför*. Du beskriver något när du till exempel berättar *hur* du har gjort en beräkning. Du förklarar något när du motiverar *varför* du till exempel kunde använda en viss formel.

Hur väl du använder den matematiska terminologin
När du redovisar bör du använda ett språk som innehåller matematiska termer, uttryckssätt och symboler som är lämpliga utifrån den uppgift du har löst.

Matematiska termer är ord som till exempel ”exponent”, ”funktion” och ”graf”.
Ett exempel på ett matematiskt uttryckssätt är att x^2 utläses ”x upphöjt till 2” eller ”x i kvadrat”.
Några exempel på matematiska symboler är π och $f(x)$, vilka utläses ”pi” och ”f av x”.

Uppgift 1. Lösning av ekvationssystem

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

a) Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 2x - y = 8 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$ algebraiskt.

b) Lös ekvationssystemet $\begin{cases} x + y = 9 \\ 2y - 4x = -6 \end{cases}$ grafiskt.

Uppgift 2. Lösning av andragradsekvationer

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

a) Lös ekvationen $x^2 - 4x = 5$ algebraiskt.

b) Lös ekvationen $x^2 - 2x - 8 = 0$ grafiskt.

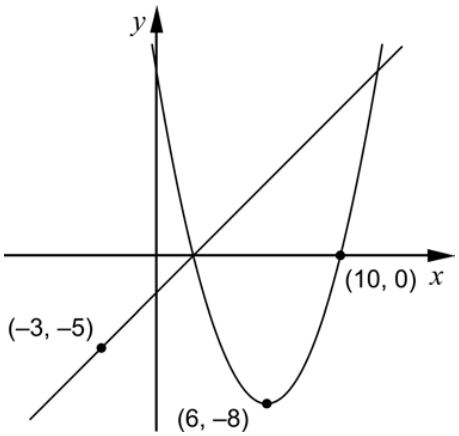
Uppgift 3. Bestäm linjens ekvation

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

I figuren visas grafen till en rät linje och grafen till en andragradsfunktion som har minsta värdet -8. Linjen och grafen till andragradsfunktionen skär varandra på x-axeln.

Bestäm linjens ekvation.



Uppgift 4. Kaffetemperaturen

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Johan fyller en termos med hett kaffe och placerar den genast utomhus där temperaturen är 0°C. Temperaturen hos kaffet avtar exponentiellt med tiden. I tabellen visas kaffetemperaturen vid några olika tidpunkter. Kaffet anses drickbart så länge dess temperatur inte understiger 55°C.

Tid (h)	Temperatur (°C)
0	93
6,0	50

Bestäm hur lång tid efter att Johan ställt ut termosen som kaffet är drickbart.