Delprov B	Uppgift 1-11. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 12-17. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 57 poäng varav 21 E-, 20 C- och 16 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 23 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 30 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 38 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 45 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

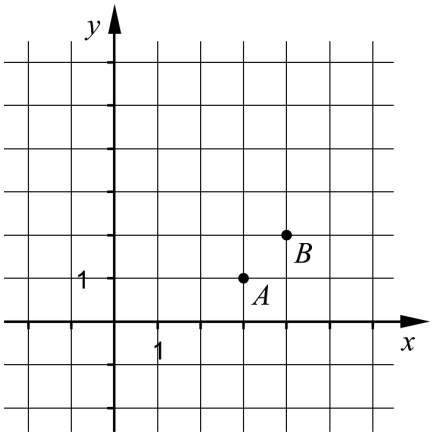
Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. I koordinatsystemet nedan finns två punkter *A* och *B*. Ange ekvationen för den räta linje som går genom dessa punkter.

_____ (2/0/0)



2. Lös ekvationerna och svara exakt.

a) $11^x = 3$ _____ (1/0/0)

b) $\lg x = 5$ _____ (1/0/0)

3. Alva köper några aktier för 2000 kr. Hon undrar hur många år det tar innan värdet av hennes aktier fördubblas om aktiernas värde ökar exponentiellt med 12 % per år.

Vilken av ekvationerna A-F, där x anger antal år efter inköpstillfället, ska Alva välja att lösa för att kunna svara korrekt på frågan:
”Efter hur många år har värdet på mina aktier fördubblats?”

A. $2000 \cdot 0{,}12^x = 4000$

B. $2000 + 1{,}12x = 4000$

C. $2000 \cdot x^{0{,}12} = 4000$

D. $2000 \cdot x^{1{,}12} = 4000$

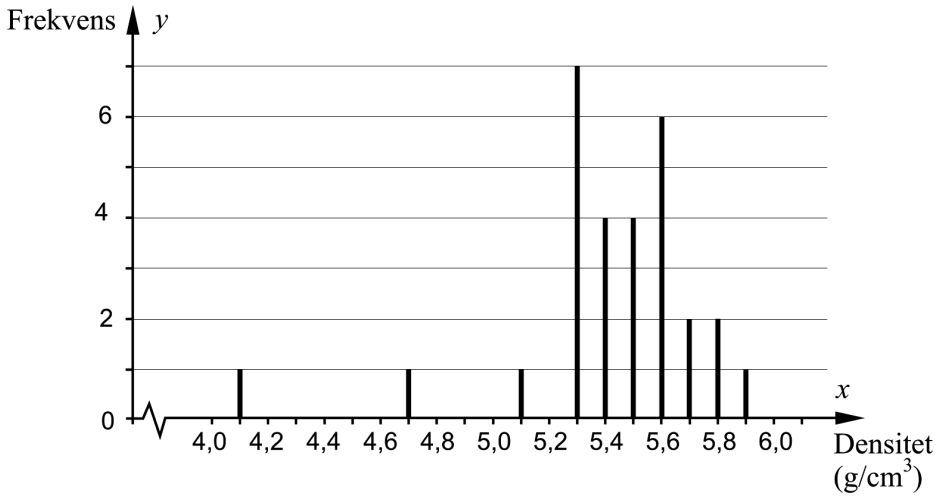
E. $2000 \cdot 1{,}12^x = 4000$

F. $2000 + 0{,}12x = 4000$ _____ (1/0/0)

4. År 1798 försökte engelsmannen Henry Cavendish bestämma jordens densitet. Han gjorde ett antal mätningar och beräknade sedan värden på jordens densitet.



I diagrammet nedan visas 29 av Cavendishs värden på jordens densitet.



a) Bestäm variationsbredden. _____ (1/0/0)

b) Bestäm medianen. _____ (1/0/0)

c) Standardavvikelsen för värdena ovan är 0,35 g/cm^3.

Ange med *ett ord* vad som händer med standardavvikelsens storlek om de två lägsta värdena 4,1 och 4,7 plockas bort.

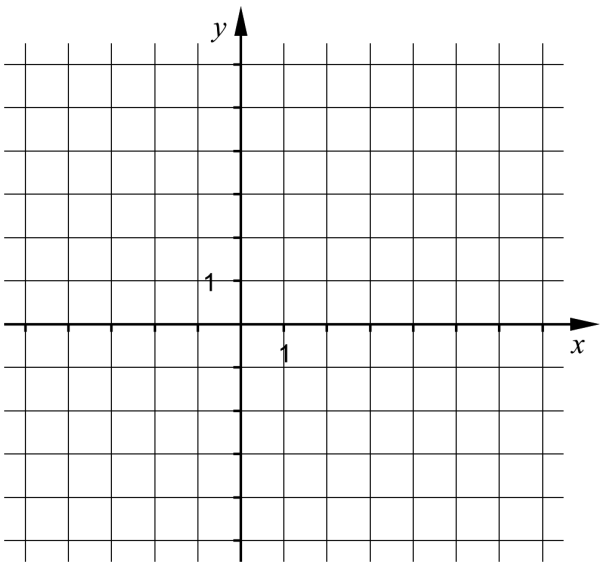
Standardavvikelsen blir _____ (0/1/0)

5. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $(x+5)^2-(5+x)(x+5)$ _____ (0/1/0)

b) $\dfrac{2x^{\frac{4}{3}}\cdot x^{\frac{2}{3}}}{x^2}$ _____ (0/1/0)

6. I funktionen $y=ax^2+bx+c$ är *a*, *b* och *c* konstanter.
Skissa i koordinatsystemet ett förslag på hur grafen till andragradsfunktionen $y=ax^2+bx+c$ kan se ut om ekvationen $ax^2+bx+c=0$ har två icke-reella rötter. (0/1/0)

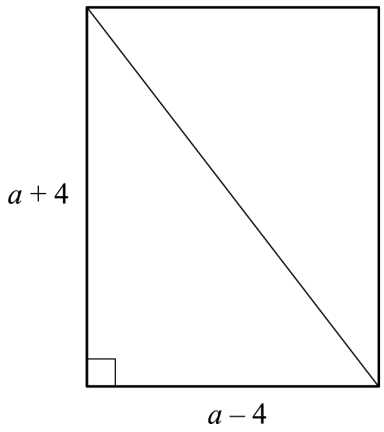


7. Ett linjärt ekvationssystem har lösningen $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

Ekvationssystemet består av två olika ekvationer som båda innehåller variablerna *x* och *y*. Ge ett exempel på ett sådant ekvationssystem.

_____ (0/1/0)

8. Figuren nedan visar en rektangel med diagonalen inritad.



a) Vilka värden kan a anta om rektangelns area ska vara större än 18 cm^2?
Svara exakt.

_____ (0/1/0)

b) Längden av rektangelns diagonal ges av uttrycket $\sqrt{(a+4)^2+(a-4)^2}$
Förenkla uttrycket så långt som möjligt.

_____ (0/1/0)

9. Faktorisera uttrycket $8x^3-18xy^2$ så långt som möjligt.

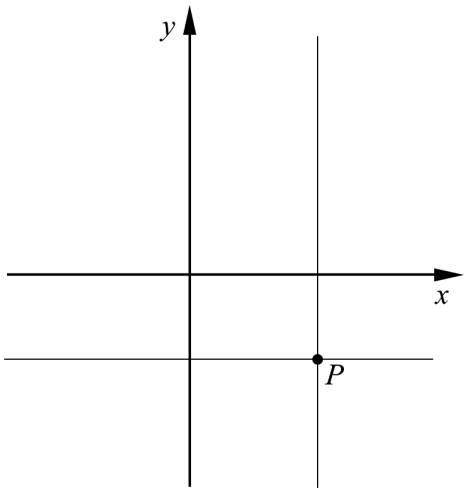
_____ (0/0/1)

10. Lös ekvationen $(x-\sqrt{3})^2-4(x-\sqrt{3})+3=0$ om du vet att $t^2-4t+3=0$ har lösningarna $t_1=3$ och $t_2=1$. Svara med exakta värden.

$x_1 =$ _____

$x_2 =$ _____ (0/0/1)

11. Figuren visar linjerna $x = a$ och $y = b$, där a och b är olika konstanter, $a \neq 0$, $b \neq 0$. Linjerna skär varandra i punkten P i koordinatsystemets fjärde kvadrant.



Vilken eller vilka av nedanstående linjer A-D går genom punkten P?

A. $ax + by = 0$

B. $ax - by = 0$

C. $ay + bx = 0$

D. $ay - bx = 0$

_____ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

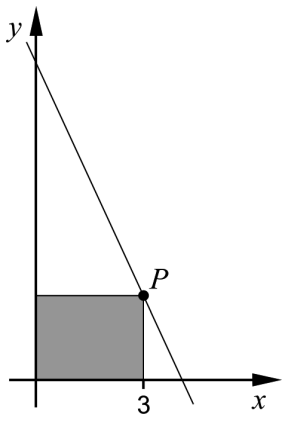
12. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases}$ med algebraisk metod. (2/0/0)

13. Lös ekvationerna med algebraisk metod.

a) $x^2 + 2x - 15 = 0$ (2/0/0)

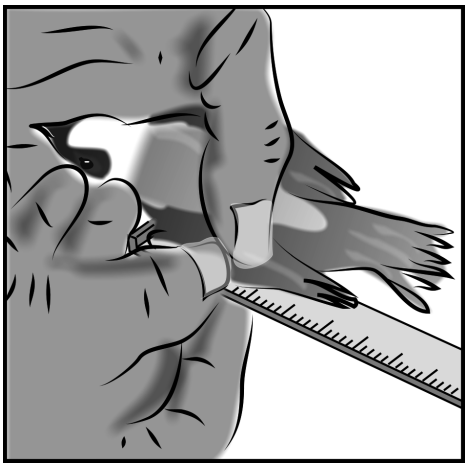
b) $x(x + 3) = x + 3$ (0/2/0)

14. En rät linje har ekvationen $y = -2x + 8{,}15$ och går genom punkten P med x-koordinaten 3. Rektangeln i figuren har ett hörn i punkten P och motsatta hörnet i origo. Två av rektangelns sidor ligger på de positiva koordinataxlarna.



Bestäm rektangelns area. (2/0/0)

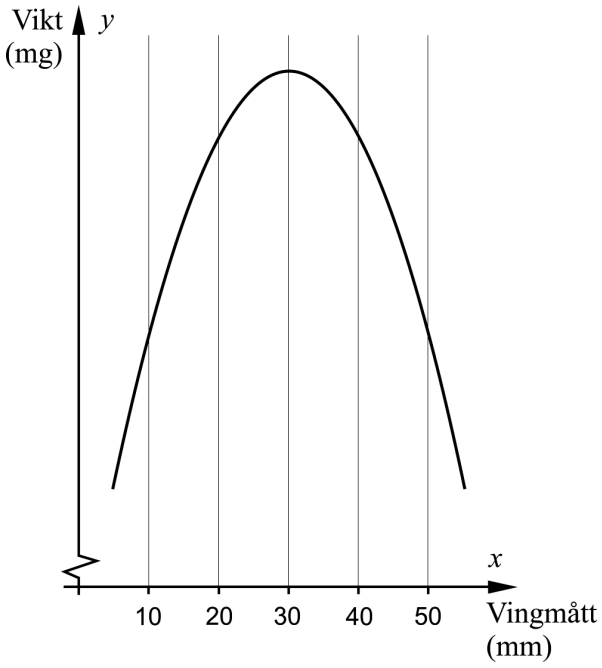
15. I samband med ringmärkning bestäms ofta fågelns vikt och vingmått.



Ett antal fåglar av arten pungmes ringmärktes vid sjön Tåkern i Östergötland. En biolog har fått tillgång till data över fåglarnas vikt och vingmått och ställer upp följande modell för sambandet mellan vikt och vingmått:

$y = -6x^2 + 360x + 5000$

där y är fågelns vikt i milligram och x är fågelns vingmått i millimeter.



a) Beräkna vikten hos en fågel med vingmåttet 10 mm. (1/0/0)

Biologen observerar att det finns fåglar som har samma vikt trots att de har olika vingmått. En fågel med vingmåttet 20 mm väger 9800 mg.

b) Använd grafen för att bestämma ytterligare ett vingmått som motsvarar vikten 9800 mg. *Endast svar krävs* (1/0/0)

16. Två räta linjer har ekvationerna $y = 2x + a$ och $2y - x = b$, där a och b är konstanter.

Anta att linjerna alltid ska skära varandra i en punkt som ligger på linjen $y = 3x$.
Visa vilket samband som då måste gälla mellan a och b. (0/2/0)

17. I ekvationen $ax^2 - a^2x = -2$ är a en positiv konstant. Lös ekvationen och visa vilka värden på a som ger två olika reella rötter. (0/0/3)

Delprov D	Uppgift 18-25. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 57 poäng varav 21 E-, 20 C- och 16 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 23 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 30 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 38 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 45 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux:_____

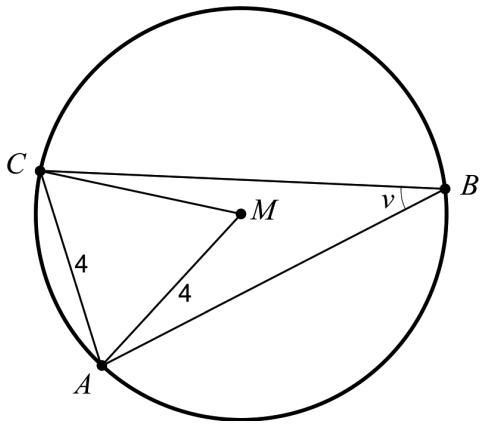
Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

18. För att kontrollera att alla kanelsnäckor som bakas på ett bageri väger ungefär lika mycket vägs kanelsnäckorna. Det visar sig att vikten är normalfördelad med medelvikten 80 gram och standardavvikelsen 3 gram.



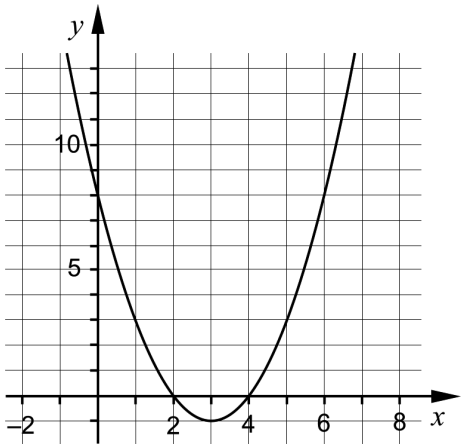
Hur många kanelsnäckor kan förväntas väga mer än 86 gram, om man en dag bakar 400 kanelsnäckor? (2/0/0)

19. I figuren nedan är M cirkelns medelpunkt. Punkterna A, B och C ligger på cirkelns rand.



Bestäm vinkeln v. (2/0/0)

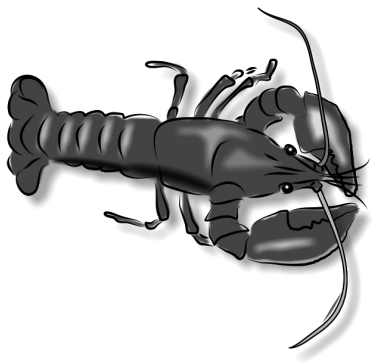
20. Figuren nedan visar grafen till en andragradsfunktion f där $f(x) = ax^2 + bx + c$, och där a, b och c är konstanter.



a) Bestäm konstanten c med hjälp av figuren. Motivera. (1/0/0)

b) Vilket av funktionsvärdena $f(-5)$ eller $f(10)$ är minst? Motivera. (1/1/0)

21. På hösten då fisket av hummer inleds, auktioneras fångsten ut till högstbjudande. Jämförpriset i kr/kg kan då bli väldigt högt.



Vid auktionen år 2009 blev högsta jämförpriset för hummer 1130 kr/kg och år 2012 hade det högsta jämförpriset ökat till 102 000 kr/kg.

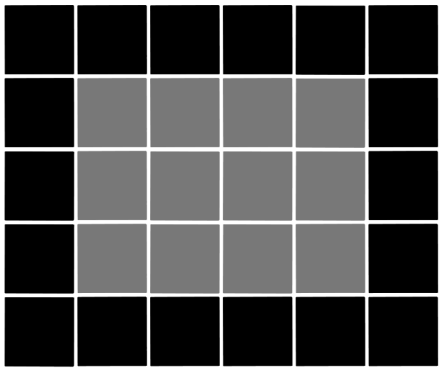
Anta att ökningen av högsta jämförpriset har varit exponentiell.

a) Med hur många procent per år har högsta jämförpriset på hummer ökat? (0/2/0)

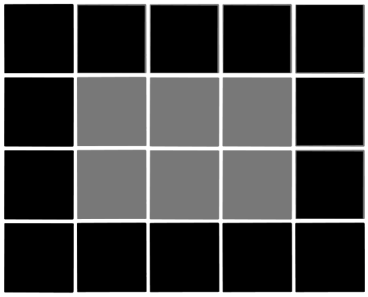
b) Vad borde högsta jämförpriset för hummer bli vid auktionen år 2014 om det skulle följa samma årliga procentuella utveckling som under perioden år 2009 till år 2012? (0/1/0)

22. En plattläggare gör rektangulära uteplatser genom att lägga kvadratiska trädgårdsplattor enligt ett visst mönster. Han använder grå och svarta plattor, alla med samma storlek.

I figuren nedan visas uteplats A och uteplats B som plattläggaren lagt. För uteplats A är den totala kostnaden för plattorna 1422 kr. För uteplats B är den totala kostnaden för plattorna 1000 kr.



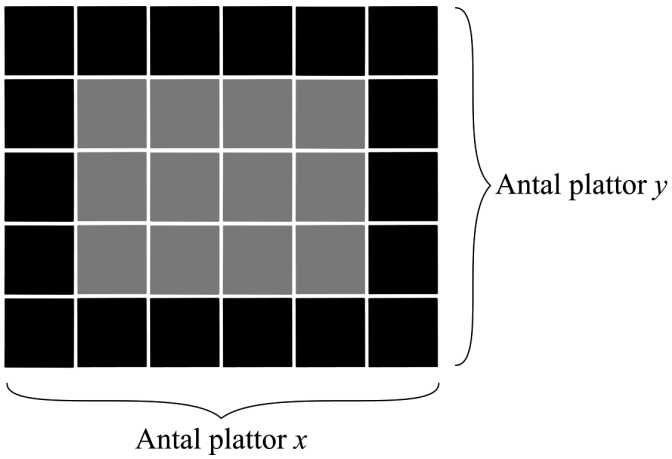
Uteplats A



Uteplats B

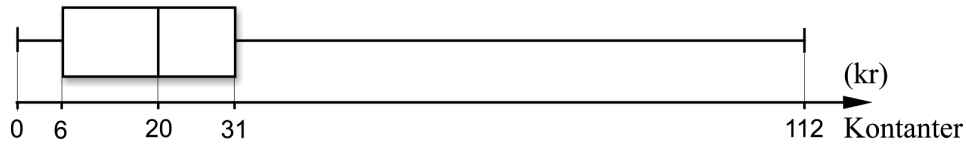
a) Beräkna priset för en grå respektive en svart platta. (0/3/0)

Plattläggaren vill snabbt kunna göra kostnadsberäkningar för plattor vid beställning av uteplatser. Han betecknar antalet plattor utmed uteplatsens ena sida med x och antalet plattor utmed uteplatsens andra sida med y, se figur nedan.



b) Visa att den totala kostnaden för plattorna kan bestämmas med formeln $K_{tot} = 52x + 52y + 31{,}80xy - 104$ för alla rektangulära uteplatser som är möjliga att lägga. Uteplatserna innehåller *alltid* både svarta och grå plattor där de svarta plattorna ligger som en ram. (0/0/2)

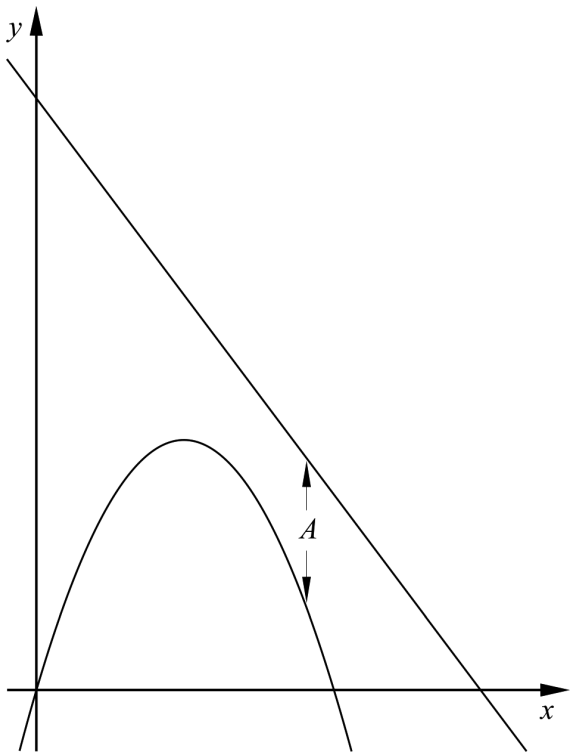
23. Demy och Oskar diskuterar hur mycket pengar i kontanter ungdomar i deras egen ålder har med sig till skolan. De bestämmer sig för att göra en undersökning i en klass. Demy och Oskar lämnar ut en lapp med frågan ”Hur mycket pengar har du med dig idag?” och får svar från alla 19 eleverna i klassen. Resultatet redovisar de i lådagrammet nedan.



Undersök i vilket/vilka intervall A-D medelvärdet M kan ligga. Motivera.

A. $0 \le M < 6$
B. $6 \le M < 20$
C. $20 \le M < 31$
D. $31 \le M \le 112$ (0/2/1)

24. Figuren nedan visar graferna till två funktioner f och g där
$f(x) = -x^2 + 5x$ och $g(x) = -2x + 15$



a) Avståndet A mellan kurvorna i y-led är beroende av värdet av x.
Bestäm A som funktion av x. (0/0/1)

b) Bestäm det minsta avståndet mellan kurvorna i y-led. (0/0/2)

25. I en likbent triangel dras en linje så att linjen delar triangeln i en topptriangel och ett parallelltrapets. Topptriangelns bas blir gemensam med en av sidorna i parallelltrapetset och får längden 9,0 cm. Topptriangelns andra två sidor blir då 8,0 cm vardera. Beräkna längden av parallelltrapetsets sidor om topptriangeln har lika stor omkrets som parallelltrapetset. (0/0/4)