Del B	Uppgift 1-10. Endast svar krävs.
Del C	Uppgift 11-16. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Del B och Del C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 73 poäng varav 27 E-, 27 C- och 19 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 18 poäng
D: 28 poäng varav 9 poäng på minst C-nivå
C: 37 poäng varav 16 poäng på minst C-nivå
B: 48 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 57 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

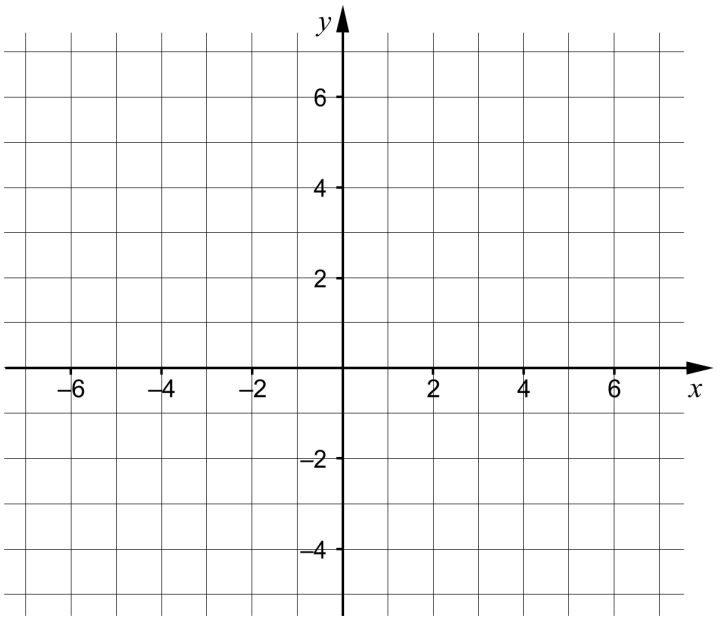
Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux:_____

Del B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1.

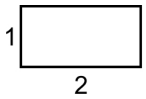


a) Rita linjen $y = 2x + 1$ i koordinatsystemet. (1/0/0)

b) Ge ett exempel på en ekvation för en annan linje som är parallell med linjen i uppgift a).

_____ (1/0/0)

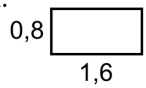
2. I figuren visas en rektangel.



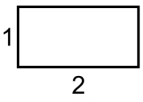
(cm)

Vilka av rektanglarna A-F är kongruenta med rektangeln ovan?

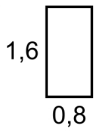
A.



B.

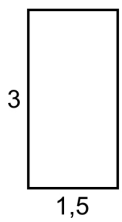


C.



(cm)

D.



E.



F.



_____ (1/0/0)

3. Lös ekvationerna och svara exakt.

a) $x^2 - 4x = 0$ _____ (1/0/0)

b) $10^x = 5$ _____ (1/0/0)

c) $x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}$ _____ (0/1/0)

4. För andragradsfunktionen f gäller att $f(x) = (x-4)(x-8)$

a) Ange koordinaterna för en punkt som ligger på funktionens graf.

_____ (1/0/0)

b) För vilket värde på x har funktionens graf en minimipunkt?

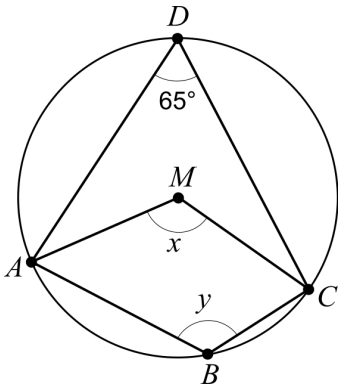
_____ (0/1/0)

5. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $(x+3)^2 - x^2$ _____ (1/0/0)

b) $4\left(\frac{x}{2}-1\right)\left(\frac{x}{2}+1\right)$ _____ (0/1/0)

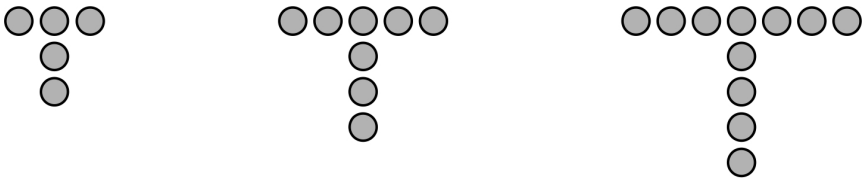
6. Fyrhörningen *ABCD* är inskriven i en cirkel med medelpunkten *M*.



a) Bestäm vinkeln x. _____ (1/0/0)

b) Bestäm vinkeln y. _____ (0/1/0)

7. Bilden visar tre figurer som består av prickar. Figurerna bildas enligt ett mönster. Fler figurer kan bildas enligt samma mönster.



Figur 1 Figur 2 Figur 3

a) Hur många prickar har Figur 4? _____ (1/0/0)

b) Bestäm ett uttryck för antalet prickar i Figur n.

_____ (0/1/0)

8. Ge ett exempel på en andragradsekvation som saknar reella rötter.

_____ (0/1/0)

9. Vad ska stå i rutan för att det linjära ekvationssystemet

$\begin{cases} 2x+5y=35 \\ \square x+3y=21 \end{cases}$ ska ha oändligt många lösningar?

_____ (0/0/1)

10. Förenkla uttrycket $3^{\frac{n}{2}-1}+3^{\frac{n}{2}-1}+3^{\frac{n}{2}-1}$ så långt som möjligt.

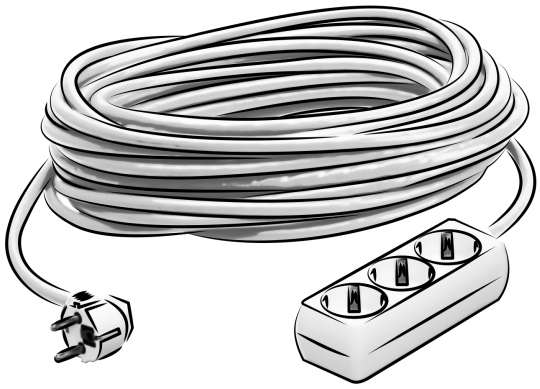
_____ (0/0/1)

Del C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

11. Lös ekvationen $x^2 + 2x - 24 = 0$ algebraiskt. (2/0/0)

12. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 4x + y = 20 \\ x - 2y = -13 \end{cases}$ algebraiskt. (2/0/0)

13. Ett företag tillverkar förlängningssladdar. Sladdarnas längder förväntas vara normalfördelade med medelvärdet 25 m och standardavvikelsen 0,10 m. Endast sladdar som är längre än 24,8 m får säljas.



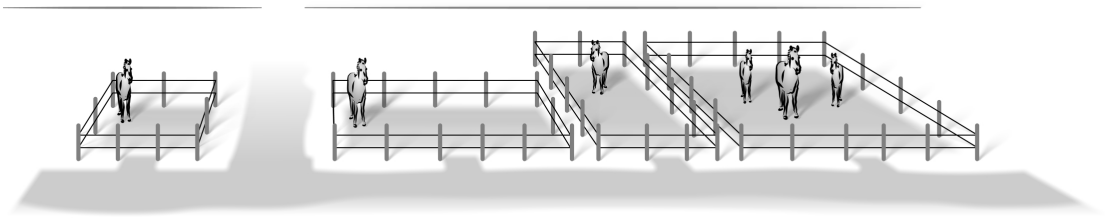
Under en dag tillverkar företaget 1000 sladdar. Hur många av dessa får säljas? (3/0/0)

14. Lös ekvationerna.

a) $x^{\frac{2}{3}} = 5^2,\ x > 0$ (0/2/0)

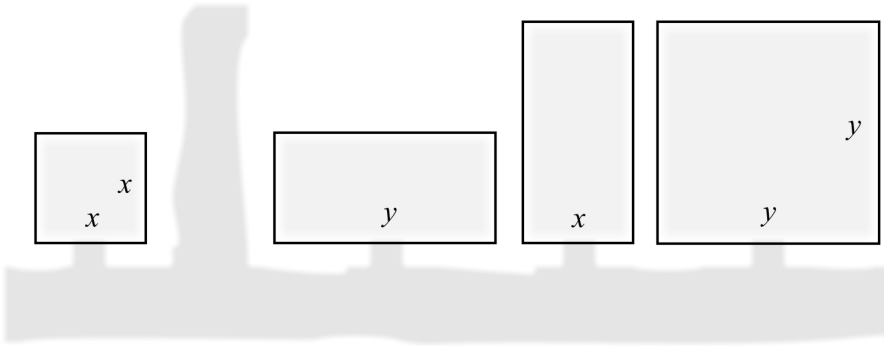
b) $4^x = 2^{4x+5}$ (0/0/2)

15. Bilden visar fyra hästhagar som är kvadratiska respektive rektangulära med sidlängderna x och y meter.



Nedan visas en skiss över hur hagarna ser ut ovanifrån.

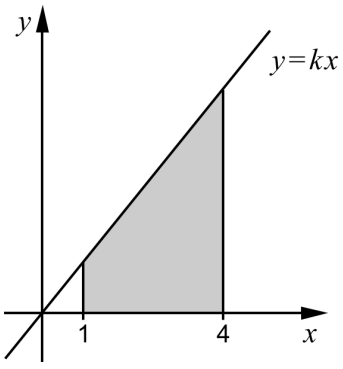
(m)



Hästarna ska flyttas till en ny gemensam hage. Den nya hagen är kvadratisk och har lika stor area som de fyra ursprungliga hagarna tillsammans.

Bestäm ett förenklat uttryck för sidans längd hos den nya hagen. (0/1/1)

16. Ett område begränsas av x-axeln, linjerna $x = 1$ och $x = 4$ samt den räta linjen $y = kx$ där $k > 0$



Bestäm riktningskoefficienten k algebraiskt så att områdets area blir exakt 10 areaenheter. (0/0/4)

Del D	Uppgift 17-25. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 73 poäng varav 27 E-, 27 C- och 19 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 18 poäng
D: 28 poäng varav 9 poäng på minst C-nivå
C: 37 poäng varav 16 poäng på minst C-nivå
B: 48 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 57 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux:_____

Del D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

17. Karin köper en ny dator. Datorns värde V kr förväntas minska enligt modellen $V = 8000 \cdot 0{,}67^t$ där t är antal år efter inköpet.



Efter hur lång tid har datorns värde minskat till en fjärdedel av värdet vid inköpet? (2/0/0)

18. En fabrik fyller konservburkar med ärtsoppa. Vikten på varje burk ska vara 400 gram. Varje dag tar man ett stickprov på 10 burkar för att kontrollera vikten. En dag uppmättes burkarnas vikter (i gram) enligt tabellen nedan.

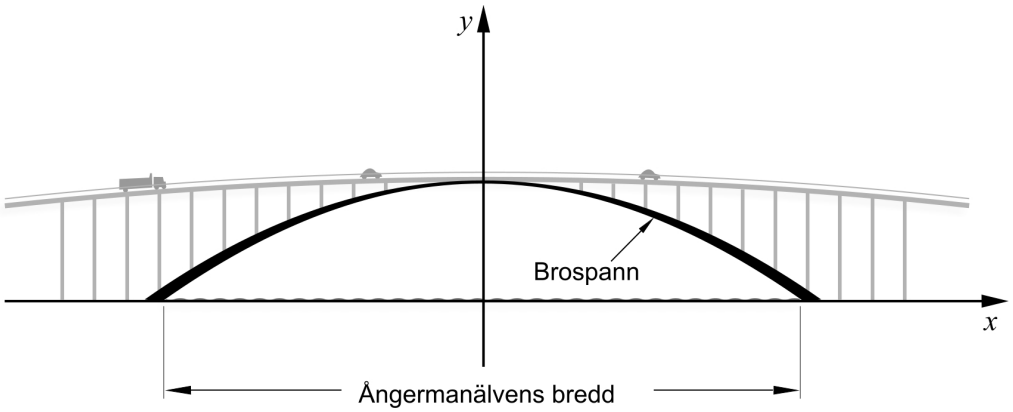
401	396	400	403	399	397	402	404	398	400

Fabriken har kravet att standardavvikelsen inte får vara större än 2,5 gram.

a) Undersök om fabriken uppfyller sitt krav denna dag. (2/0/0)

b) Beskriv vad standardavvikelsen säger om ett statistiskt material. (1/1/0)

19. Sandöbron är en bro över Ångermanälven. Bron byggdes 1943 och var fram till 1964 världens största betongbro med endast ett brospann.



Formen på brospannet kan beskrivas med andragradsfunktionen h där

$h(x) = -0{,}0023x^2 + 40$

$h(x)$ är höjden i meter över vattnet.
x är avståndet i meter längs vattenytan från mitten av bron.

a) Hur högt över vattnet kör bilarna när de passerar brons högsta punkt?
Endast svar krävs (1/0/0)

b) Beräkna bredden på Ångermanälven under bron. (0/2/0)

20. En bagare vill räkna ut vad det kostar att tillverka en chokladboll. I kostnaden räknar bagaren in en arbetskostnad samt kostnaden för ingredienserna. En stor chokladboll som väger 80 g kostar då totalt 8 kr att tillverka.

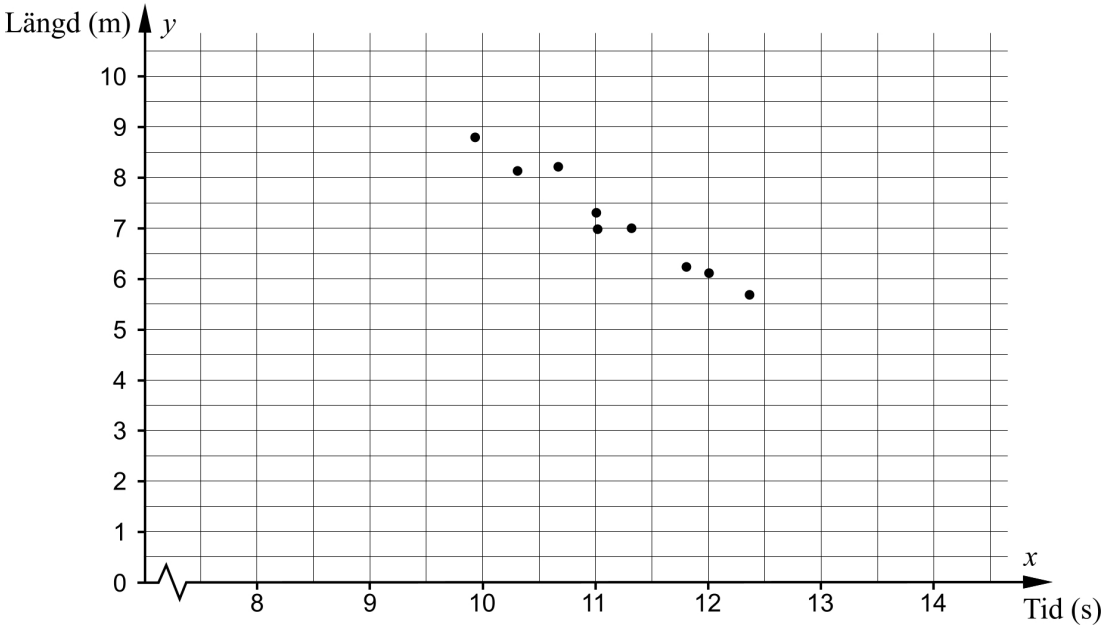
Många kunder tycker att en sådan chokladboll är för stor. Därför har bagaren även börjat göra små chokladbollar. En liten chokladboll väger 45 g och kostar totalt 6 kr att tillverka.

Bagaren räknar med att det är samma arbetskostnad att tillverka en stor chokladboll som att tillverka en liten chokladboll.

Bestäm arbetskostnaden för en chokladboll. (0/4/0)

21. Nio personer som tävlar i både längdhopp och 100 meter löpning uppger sina bästa resultat. Deras resultat är redovisade i tabellen och markerade i diagrammet nedan.

100 m löpning Tid (s)	**Längdhopp** Längd (m)
9,92	8,79
10,3	8,13
10,66	8,21
11,00	7,30
11,01	6,98
11,31	7,00
11,80	6,23
12,00	6,11
12,36	5,69



Det verkar finnas ett linjärt samband mellan hopplängd och tid på 100 meter löpning.

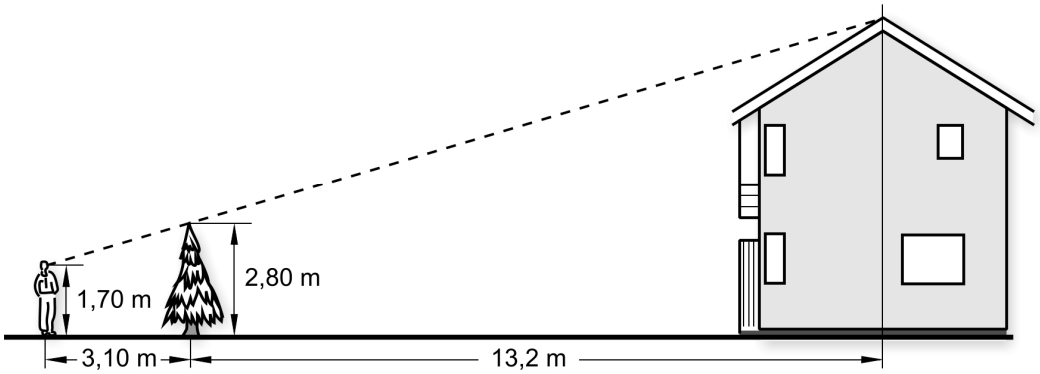
a) Anpassa en rät linje till punkterna och bestäm sambandet för linjen på formen $y = kx + m$ (0/2/0)

Det linjära sambandet kan ses som en modell för hur hopplängd beror av tid på 100 meter löpning.

b) Usain Bolt har världsrekordet på 100 m löpning med tiden 9,58 sekunder. Hur långt skulle Usain Bolt kunna hoppa i längdhopp enligt modellen? (1/0/0)

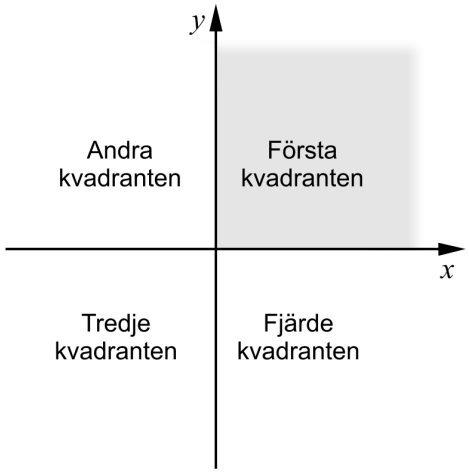
c) Kommentera om modellen har någon begränsning. (0/1/0)

22. Rickard har fått i uppgift att bestämma höjden på ett hus. För att göra detta tar han hjälp av en gran som står framför huset. Rickard ställer sig så att han ser toppen på granen och toppen på taket sammanfalla. Han gör en markering där han står. Därefter tar han mått på nödvändiga sträckor och skriver in dem i skissen nedan.



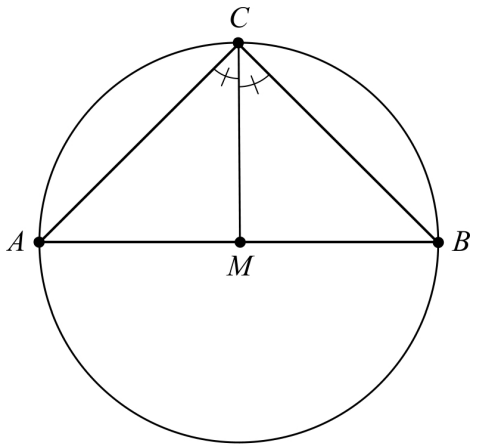
Beräkna hur högt huset är. (0/4/0)

23. De två räta linjerna $y = ax - 2$ och $y = x - 1$, där a är en konstant, skär varandra i första kvadranten.



Undersök vilka värden som är möjliga för konstanten a. (0/1/2)

24. Figuren visar en triangel ABC som är inskriven i en cirkel. Sidan AB går genom cirkelns medelpunkt M. Vinklarna ACM och BCM är lika stora.

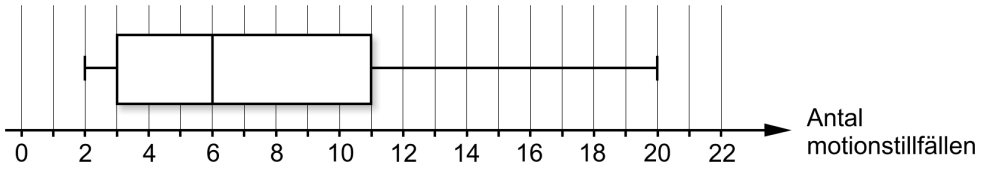


Visa att sträckan CM är vinkelrät mot sträckan AB. (1/1/2)

25. I en statistisk undersökning fick 11 personer svara på frågan:

”Hur många gånger har du motionerat den senaste månaden?”

Resultatet av undersökningen sammanställdes i ett lådagram.



Mellan vilka värden kan medelvärdet av antalet motionstillfällen ligga? (0/1/3)

Till eleven - Information inför det muntliga delprovet

Du kommer att få en uppgift som du ska lösa skriftligt och sedan ska du presentera din lösning muntligt. Om du behöver får du ta hjälp av dina klasskamrater och din lärare när du löser uppgiften. Din muntliga redovisning börjar med att du presenterar vad uppgiften handlar om och sedan får du beskriva och förklara din lösning. Du ska redovisa alla steg i din lösning. Däremot, om du har gjort samma beräkning flera gånger (till exempel i en värdetabell) så kan det räcka med att du redovisar några av beräkningarna. Din redovisning är tänkt att ta maximalt 5 minuter och ska göras för en mindre grupp klasskamrater och din lärare.

Den uppgift som du får ska i huvudsak lösas för hand, algebraiskt. Det kan hända att du behöver en miniräknare för att göra en del beräkningar men du ska inte hänvisa till grafritande och/eller symbolhanterande funktioner på räknaren (om du har en sådan typ av räknare) när du redovisar din lösning.

Vid bedömningen av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är

Din redovisning ska innehålla de delar som behövs för att dina tankar ska gå att följa och förstå. Det du säger bör komma i lämplig ordning och inte innehålla någonting onödigt. Den som lyssnar ska förstå hur beräkningar, beskrivningar, förklaringar och slutsatser hänger ihop med varandra.

Hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning

Din redovisning bör innehålla både beskrivningar och förklaringar. Man kan enkelt säga att en beskrivning svarar på frågan *hur* och en förklaring svarar på frågan *varför*. Du beskriver något när du till exempel berättar *hur* du har gjort en beräkning. Du förklarar något när du motiverar *varför* du till exempel kunde använda en viss formel.

Hur väl du använder den matematiska terminologin

När du redovisar bör du använda ett språk som innehåller matematiska termer, uttryckssätt och symboler som är lämpliga utifrån den uppgift du har löst.

Matematiska termer är ord som till exempel ”exponent”, ”funktion” och ”graf”.

Ett exempel på ett matematiskt uttryckssätt är att x^2 utläses ”x upphöjt till 2” eller ”x i kvadrat”.

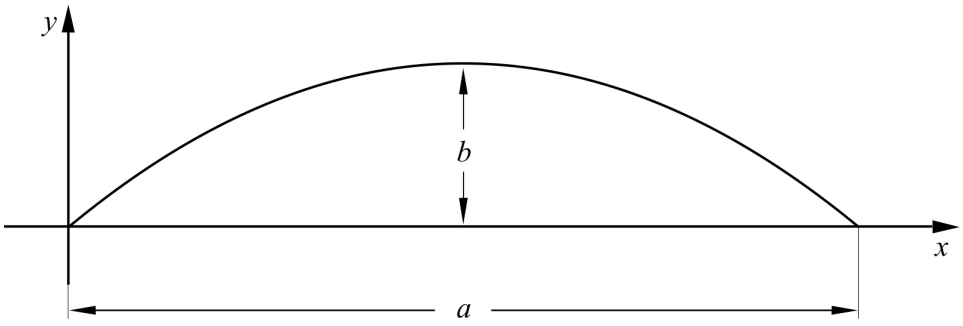
Några exempel på matematiska symboler är π och $f(x)$, vilka utläses ”pi” och ”f av x”.

Uppgift 1. Andragradsfunktion

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Figuren nedan visar grafen till andragradsfunktionen $y = 3x - x^2$



a) Hur långt är avståndet *a*?

b) Hur långt är avståndet *b*, det vill säga avståndet mellan kurvans högsta punkt och *x*-axeln?

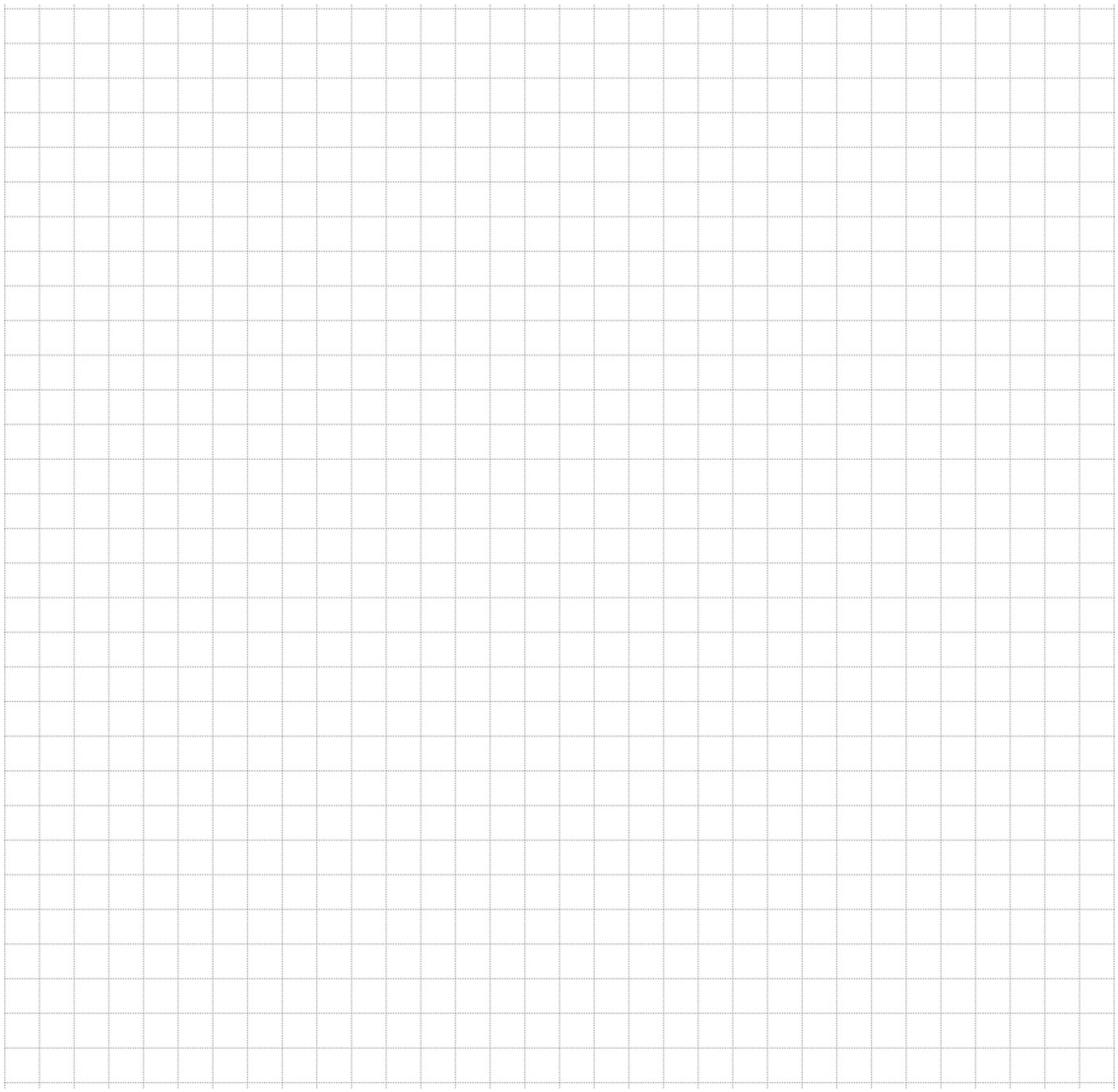
Uppgift 2. Skolmateriel

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Inför skolstarten har Hanna och Lukas gått till bokhandeln för att köpa block och skrivmateriel. Bokhandeln säljer block för 12 kr styck men även pennor och suddgummin. Hanna köper fyra block, tre pennor och sex suddgummin och betalar 78 kr. Lukas köper sju block, åtta pennor och två suddgummin och betalar 122 kr.

Vad kostar en penna respektive ett suddgummi?

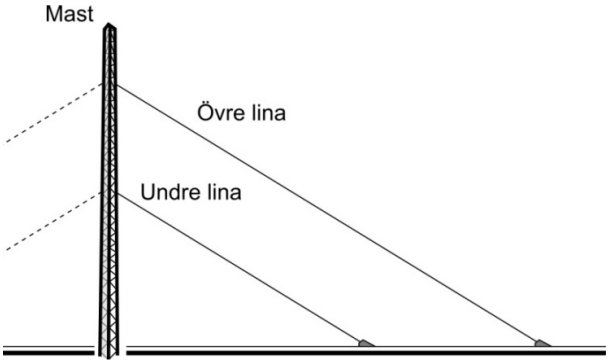


Uppgift 3. Masten

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

En 30 meter hög mast är fäst med linor som går från masten snett ner till marken. Den övre linan är 40 meter lång och har sitt fäste 5 meter under mastens topp. Den undre linan har sitt fäste ytterligare 10 meter längre ner på masten. Den är spänd parallellt med den övre linan. Masten står vinkelrätt mot marken.



a) Hur långt ut från masten är den övre linan fäst i marken?

b) Hur lång är den undre linan?

Uppgift 4. Maxpuls för kvinnor

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

En grupp kvinnor ingår i en studie där man undersöker hur kvinnornas maxpuls varierar med deras ålder. Kvinnorna är 15 år första gången man mäter deras maxpuls. Sedan gör man ytterligare två mätningar då kvinnorna är 30 år respektive 40 år.

Ålder x (år)	Maxpuls y (slag/minut)
15	194
30	182
40	174

Tabellen visar värden för Lisa, en av kvinnorna i gruppen.

a) Undersök om värdena i tabellen bildar ett linjärt samband.

b) Bestäm med hjälp av tabellen ett algebraiskt samband för hur Lisas maxpuls y slag/minut beror av åldern x år och använd ditt samband för att avgöra vid vilken ålder hon har maxpulsen 146 slag/minut.