Del B	Uppgift 1-7. Endast svar krävs.
Del C	Uppgift 8-14. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Del B och Del C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 66 poäng varav 26 E-, 22 C- och 18 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 19 poäng
D: 28 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 35 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 45 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 53 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

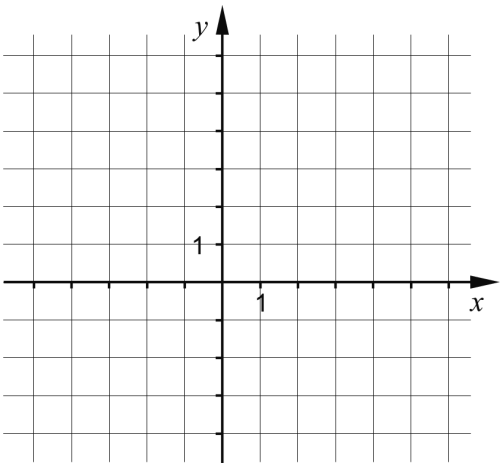
Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Del B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. En rät linje går genom punkten (2, 3) och har lutningen $k = 2$

a) Rita linjen i koordinatsystemet nedan. (1/0/0)



Ekvationen för linjen kan skrivas på formen $y = kx + m$.

b) Vilket *m*-värde har linjen? _____ (1/0/0)

2. Ge ett förslag på vad som kan stå i parenteserna för att likheten ska gälla.

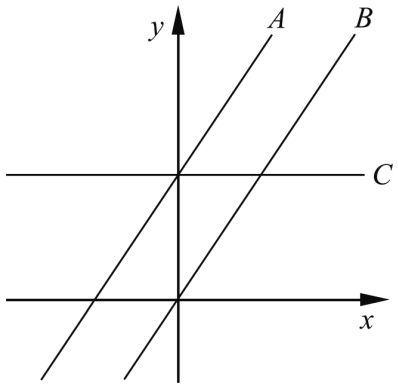
$(\quad)\cdot(\quad) = x^2 - 9$

Variabeln *x* ska förekomma i båda parenteserna. _____ (1/0/0)

3. Förenkla uttrycket $8y + (4 - y)^2$ så långt som möjligt.

_____ (1/0/0)

4. I figuren är tre räta linjer A, B och C ritade.
Ekvationen för linje A är $y = 1{,}5x + 3$



Linjerna A och B är parallella.

a) Ange ekvationen för linje B. _____ (1/0/0)

Linje C är parallell med x-axeln.

b) Ange ekvationen för linje C. _____ (1/0/0)

5. Lös ekvationerna

a) $x^2 - 100 = 0$ _____ (1/0/0)

b) $3^{2x} \cdot 9^x = 3^4$ _____ (0/1/0)

6. Vilket av alternativen A-C ska stå mellan de två inringade utsagorna nedan?

$f(x) = 3x+3$

A. $\Rightarrow$

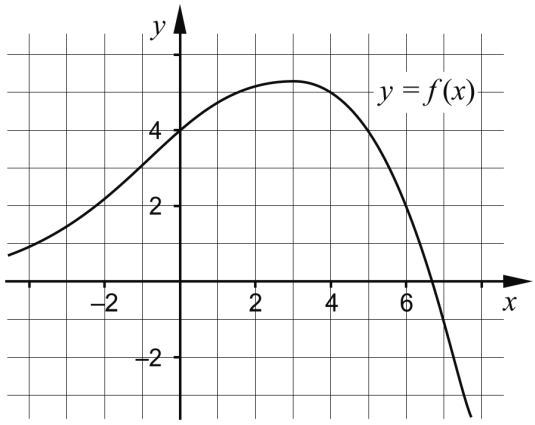
B. $\Leftrightarrow$

C. $\Leftarrow$

Grafen till funktionen f är en rät linje
och
$f(0) = 3$

_____ (0/1/0)

7. Figuren visar grafen till funktionen f där $y = f(x)$.



a) Använd grafen och bestäm a om $f(a) = -1$ _____ (0/1/0)

b) Använd grafen och bestäm $f(b)$ då $f(b-1) = 4$

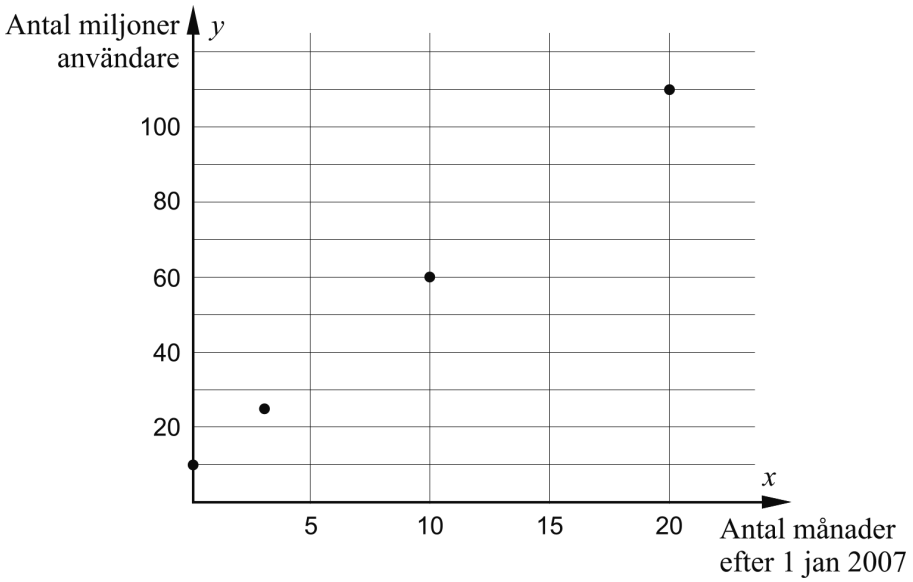
_____ (0/0/2)

Del C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

8. Lös ekvationen $x^2 - 8x - 9 = 0$ med algebraisk metod. (2/0/0)

9. Facebook är ett socialt nätverk som används i stora delar av världen. Vid några tillfällen under åren 2007 och 2008 uppskattades antalet användare.

Resultatet markerades i ett diagram där y är antalet användare i miljoner och x är tiden i månader efter 1 januari 2007. Se nedan.



a) Använd diagrammet och bestäm ett samband för antalet användare på formen $y = kx + m$ (2/0/0)

Den 1 januari 2012 uppskattades antalet användare av Facebook till 840 miljoner.

b) Använd sambandet från uppgift a) och beräkna antalet användare av Facebook den 1 januari 2012. (1/0/0)

c) Kommentera hur väl sambandet stämmer överens med uppskattningen av antalet användare den 1 januari 2012. (1/0/0)

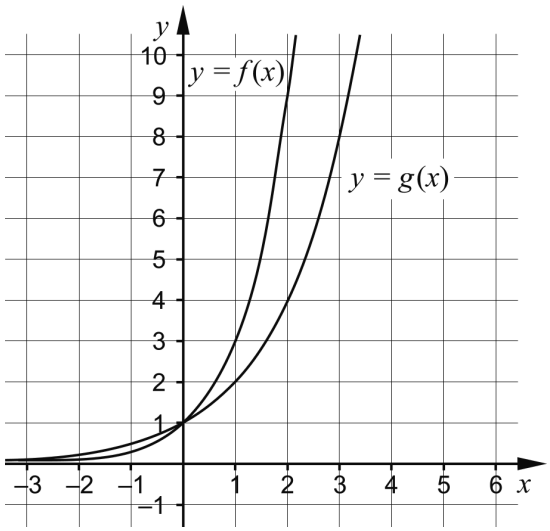
10. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 6x - 2y = 28 \end{cases}$ med algebraisk metod. (2/0/0)

11. Lös ekvationen $3x^2 - 4x - 29 = 2x + 16$ med algebraisk metod. (0/2/0)

12. För funktionerna *f* och *g* gäller att $f(x) = x^2 + a$ och $g(x) = -x^2 + b$.
Antalet skärningspunkter mellan funktionernas grafer beror på hur konstanterna *a* och *b* väljs.

Undersök hur antalet skärningspunkter beror på valet av *a* och *b*. (0/2/1)

13. Figuren visar graferna till exponentialfunktionerna *f* och *g* där $f(x) = a^x$ och $g(x) = b^x$



En av graferna kan användas för att lösa ekvationen $3 \cdot 2^x = 9$

a) Utred vilken av graferna som kan användas för att lösa ekvationen $3 \cdot 2^x = 9$ (0/1/1)

b) Använd figuren och lös ekvationen $3 \cdot 2^x = 9$ (0/1/0)

14. En linje *L* går genom origo i ett koordinatsystem. *L* skär linjen $y = 2x - 3$ i en punkt där *x*-koordinaten är större än 50.

Vilka ekvationer för linjen *L* är möjliga? Motivera ditt svar. (0/0/3)

Del D	Uppgift 15-23. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 66 poäng varav 26 E-, 22 C- och 18 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 19 poäng
D: 28 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 35 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 45 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 53 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

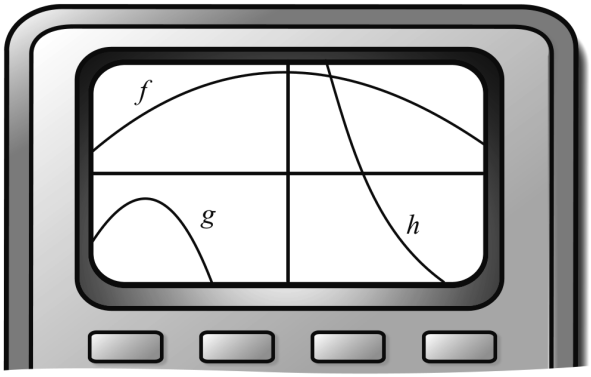
Gymnasieprogram/Komvux:_____

Del D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

15. Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkterna (2, 5) och (6, 17) (2/0/0)

16. Lös ekvationen $x^3 = 320$ *Endast svar krävs* (1/0/0)

17. Petter ska bestämma antalet nollställen till tre andragradsfunktioner f, g och h. Han har ritat funktionerna med hjälp av en grafräknare. Bilden visar fönstret på grafräknaren.



Petter säger: ”Jag måste ändra inställningen på axlarna, så jag kan se mer av graferna.”

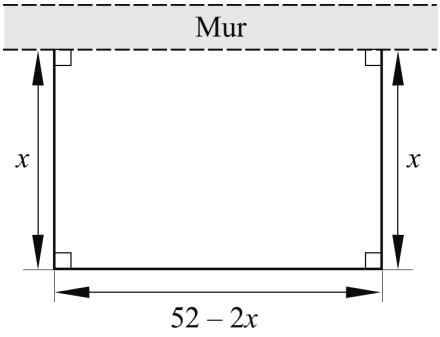
Petters lärare John säger: ”Det behöver du inte, du kan redan nu se hur många nollställen var och en av andragradsfunktionerna har.”

Ange antalet nollställen till var och en av funktionerna f, g och h samt förklara hur du kan bestämma detta med hjälp av den givna bilden. (2/1/0)

18. Ellen och Irma ska ha en filmkväll och köper läsk och godis. Ellen betalar 86 kronor för två läsk och fyra godispåsar. Irma köper tre läsk och två godispåsar och betalar 68 kronor.

Beräkna vad en läsk respektive en godispåse kostar. (0/3/0)

19. En rektangulär hage ska byggas mot en mur. Det finns 52 meter stängsel som ska räcka till tre av sidorna eftersom den fjärde sidan utgörs av muren. Se figur.



(m)

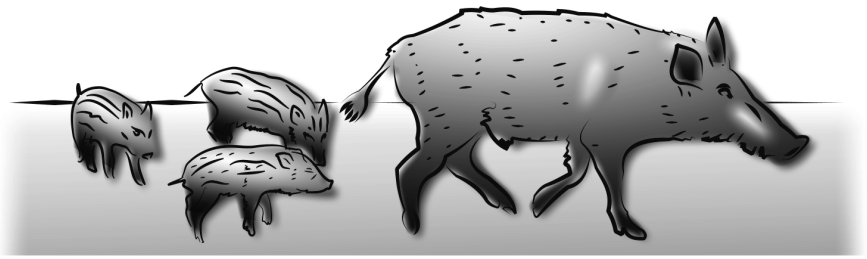
Teckna ett uttryck för arean och bestäm vilka mått hagen ska ha för att dess area ska bli så stor som möjligt. (1/3/0)

20. Under senare tid har vildsvinsstammen i Sverige fördubblats vart tredje år.

Vildsvinsstammen kan beskrivas med en exponentiell modell $y = 15000 \cdot 2^{\frac{x}{3}}$ där y är antalet vildsvin och x är antal år efter år 2000.

a) Hur många vildsvin fanns det år 2010 enligt modellen? (1/0/0)

b) Hur många procent per år växer vildsvinsstammen enligt modellen? (0/2/0)



21. Ozonskiktet som omger Jorden skyddar oss från UV-strålning. Ozonskiktets tjocklek mäts i enheten Dobson Unit (DU).

Sedan 1980-talet mäter SMHI ozonskiktets tjocklek över olika platser i Sverige, bland annat över Norrköping. Mätvärdena från 1 juni till 31 december år 2008 kan enligt en förenklad modell beskrivas av andragradsfunktionen

$f(x) = 0{,}0052x^2 - 1{,}4x + 378, \quad 0 \le x \le 210$

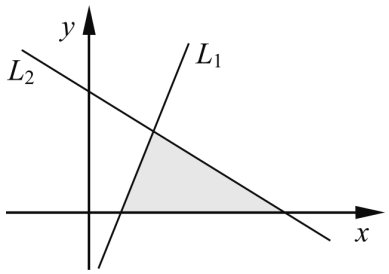
där $f(x)$ är ozonlagrets tjocklek i enheten DU och x är antal dagar efter 1 juni.

a) Bestäm $f(0)$ och beskriv hur $f(0)$ kan tolkas i detta sammanhang. (1/1/0)

När meteorologer talar om ozonhål menar de egentligen områden där ozonskiktets tjocklek är mindre än 220 DU. Det är alltså inte frågan om ett hål utan snarare om ett tunnare ozonskikt.

b) Uppstod det ett ozonhål i Norrköping under perioden 1 juni till 31 december 2008? Motivera ditt svar. (0/1/1)

22. Figuren visar ett koordinatsystem med de båda linjerna L_1 och L_2.
Linje L_1 har ekvationen $y = 2x - 2$ och linje L_2 har ekvationen $y = kx + m$
Linjerna skär varandra i punkten (3, 4) och bildar tillsammans med den positiva x-axeln en triangel med arean 12 ae.



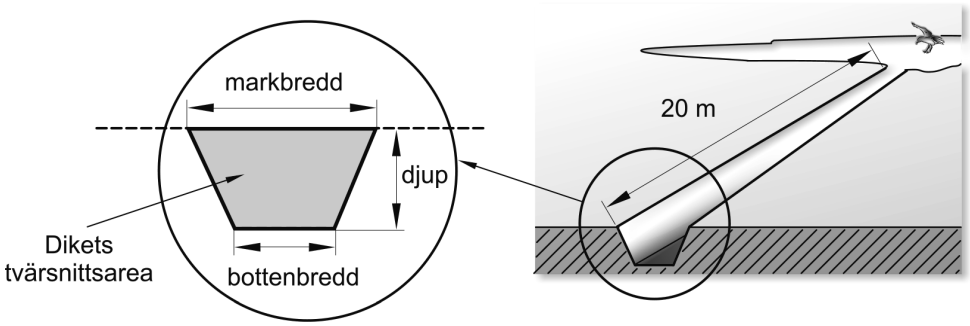
Bestäm ekvationen för linje L_2 (0/1/3)

23. Sonya och Bert ska gräva ett 20 meter långt dike längs en av tomtgränserna vid sitt hus. Jorden som de gräver upp tänker de köra till återvinningscentralen. De vet att de måste betala en avgift till återvinningscentralen om jordens volym är mer än 10 m^3.

Bert: – Undrar hur stort dike vi kan gräva utan att behöva betala avgift till återvinningscentralen?

Sonya: – Jag har läst att ett bra dike ska ha samma bottenbredd som djup. Dikets markbredd ska vara 0,5 meter längre än bottenbredden.

Bert: – Om jag ritar en skiss på tvärsnittsarean för ett sådant dike så kan vi räkna ut hur stort dike vi kan gräva utan att behöva betala avgiften.



Vilka är de största måtten ett sådant dike kan ha om diket är 20 meter långt och om Sonya och Bert vill slippa betala avgift till återvinningscentralen? (0/0/4)

Till eleven - Information inför det muntliga delprovet

Du kommer att få en uppgift som du ska lösa skriftligt och sedan ska du presentera din lösning muntligt. Om du behöver får du ta hjälp av dina klasskamrater och din lärare när du löser uppgiften. Din muntliga redovisning börjar med att du presenterar vad uppgiften handlar om och sedan får du beskriva och förklara din lösning. Du ska redovisa alla steg i din lösning. Däremot, om du har gjort samma beräkning flera gånger (till exempel i en värdetabell) så kan det räcka med att du redovisar några av beräkningarna. Din redovisning är tänkt att ta maximalt 5 minuter och ska göras för en mindre grupp klasskamrater och din lärare.

Den uppgift som du får ska i huvudsak lösas för hand, algebraiskt. Det kan hända att du behöver en miniräknare för att göra en del beräkningar men du ska inte hänvisa till grafritande och/eller symbolhanterande funktioner på räknaren (om du har en sådan typ av räknare) när du redovisar din lösning.

Vid bedömningen av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är

Din redovisning ska innehålla de delar som behövs för att dina tankar ska gå att följa och förstå. Det du säger bör komma i lämplig ordning och inte innehålla någonting onödigt. Den som lyssnar ska förstå hur beräkningar, beskrivningar, förklaringar och slutsatser hänger ihop med varandra.

Hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning

Din redovisning bör innehålla både beskrivningar och förklaringar. Man kan enkelt säga att en beskrivning svarar på frågan *hur* och en förklaring svarar på frågan *varför*. Du beskriver något när du till exempel berättar *hur* du har gjort en beräkning. Du förklarar något när du motiverar *varför* du till exempel kunde använda en viss formel.

Hur väl du använder den matematiska terminologin

När du redovisar bör du använda ett språk som innehåller matematiska termer, uttryckssätt och symboler som är lämpliga utifrån den uppgift du har löst.

Matematiska termer är ord som till exempel ”exponent”, ”funktion” och ”graf”.

Ett exempel på ett matematiskt uttryckssätt är att x^2 utläses ”x upphöjt till 2” eller ”x i kvadrat”.

Några exempel på matematiska symboler är π och $f(x)$, vilka utläses ”pi” och ”f av x”.

Uppgift 1. Skärningspunkt

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

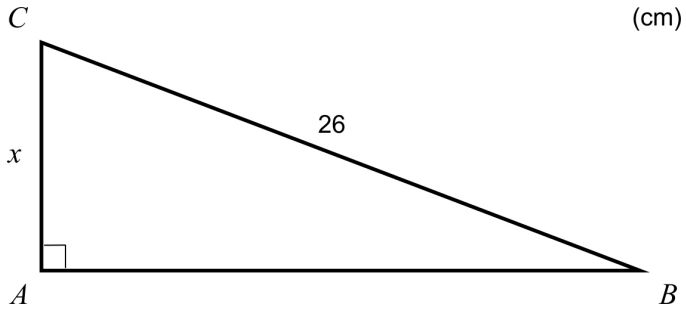
En rät linje går genom punkten $(0, 3)$ och har lutningen -5. En annan rät linje går genom punkterna $(-1, -4)$ och $(2, 5)$. Beräkna linjernas skärningspunkt.

Uppgift 2. Rätvinklig triangel

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

I en rätvinklig triangel ABC är sidan AB 14 cm längre än sidan AC. Den längsta sidan BC är 26 cm.



Beräkna längderna av sidorna AB och AC.

Uppgift 3. Inkast

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Jose spelade fotboll och skulle göra ett inkast. Bollen följde en bana som kan beskrivas med funktionen

$$y = -0{,}04x^2 + 0{,}6x + 2$$

Bollens höjd över marken är y meter.
x är avståndet i meter längs marken från den plats där Jose befann sig då han kastade.



Inkast

a) Hur långt kastade Jose bollen?

b) Beräkna bollens högsta höjd över marken.

Uppgift 4. Smyckegrottan

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Smyckegrottan har rea på allt i butiken. Sarah, Wei och Amanda går dit för att fynda. De upptäcker att alla hårspännen har samma reapris. Alla armband har också ett fast reapris.

Sarah köper tre hårspännen och sex armband och betalar 178,50 kr.
Wei köper åtta hårspännen och två armband och betalar 168 kr.

Amanda tänker köpa sex hårspännen och tre armband. Hur mycket ska hon betala?