Del B	Uppgift 1-11. Endast svar krävs.
Del C	Uppgift 12-16. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Del B och Del C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 63 poäng varav 24 E-, 21 C- och 18 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 17 poäng
D: 25 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 32 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå
B: 42 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 50 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

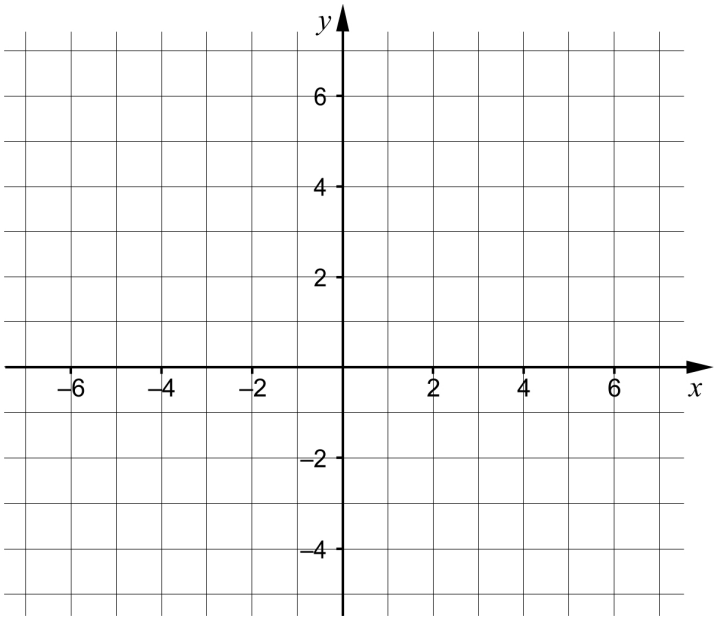
Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Del B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1.



a) Rita linjen $y = 2x + 1$ i koordinatsystemet. (1/0/0)

b) Ge ett exempel på en ekvation för en annan linje som är parallell med linjen i uppgift a).

_____ (1/0/0)

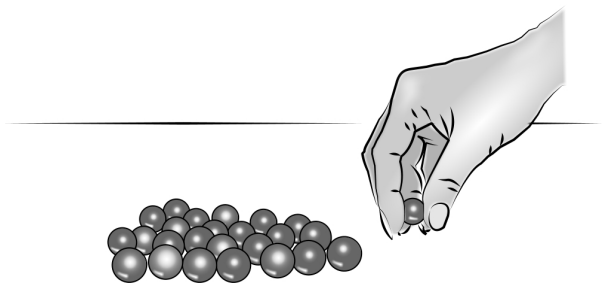
2. Hanna ska beställa pärlor på internetsidan Fina-Pärlan. Hon läser att en förpackning med pärlor kostar 15 kr. Det står även att det vid beställning tillkommer en fast avgift i form av postförskott.

a) Hanna beställer 5 förpackningar med pärlor och betalar då 125 kronor. Hur stor är den fasta avgiften?

_____ (1/0/0)

b) Teckna ett uttryck för den totala kostnaden om Hanna beställer x förpackningar med pärlor.

_____ (1/0/0)



3. Förenkla $(x+3)^2 - x^2$ så långt som möjligt. _____ (1/0/0)

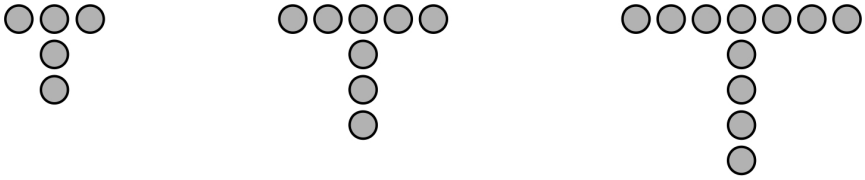
4. Beräkna $25^{1/2}$ _____ (1/0/0)

5. Lös ekvationen $x^2 - 4x = 0$ _____ (1/0/0)

6. Ange det uttryck som ska stå i parentesen för att likheten ska gälla.

$x^2 - 16 = (x-4) \cdot (\quad)$ _____ (0/1/0)

7. Bilden visar tre figurer som består av prickar. Figurerna bildas enligt ett mönster. Fler figurer kan bildas enligt samma mönster.



Figur 1 Figur 2 Figur 3

a) Hur många prickar har Figur 4? _____ (1/0/0)

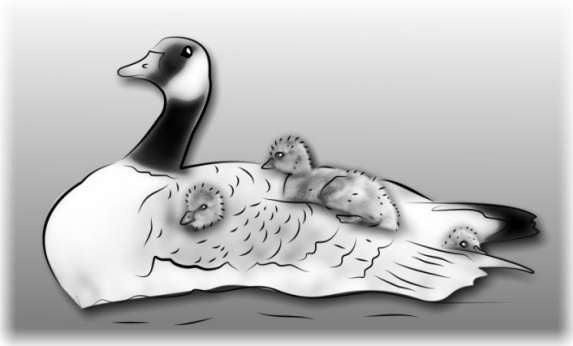
b) Bestäm ett uttryck för antalet prickar i Figur *n*. _____ (0/1/0)

8. Vad ska stå i rutan för att det linjära ekvationssystemet

$\begin{cases} 2x+5y=35 \\ \square x+3y=21 \end{cases}$ ska ha oändligt många lösningar?

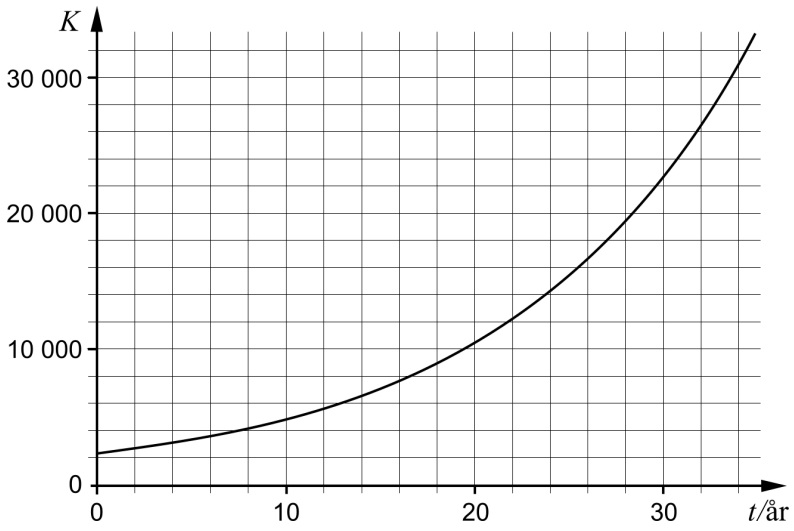
_____ (0/0/1)

9.



Kanadagåsen infördes till Sverige på 1930-talet. Därefter har populationen ökat. Vid samma tidpunkt varje år görs en inventering av antalet kanadagäss. Populationens tillväxt kan beskrivas med en exponentiell modell.

Diagrammet nedan visar antalet kanadagäss K som funktion av tiden t år, där $t = 0$ motsvarar år 1977.



a) Använd grafen och bestäm ett närmevärde till $K(22)$

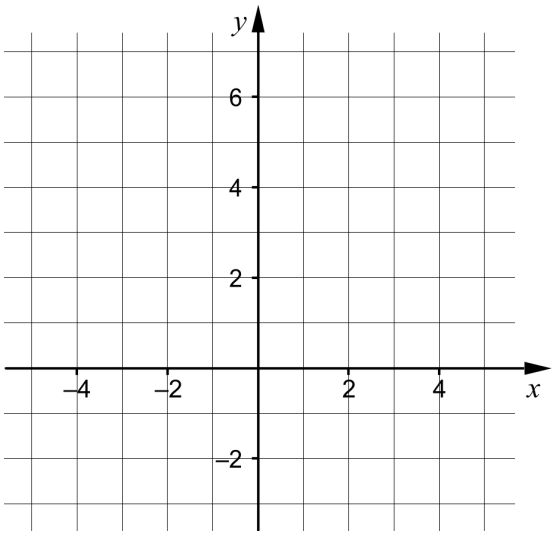
_____ (1/0/0)

b) Använd grafen och bestäm vilket år antalet kanadagäss var 26 000.

_____ (0/1/0)

10. För funktionen f gäller:

- $f(-2) = 3$
- $f(x) = 0$ för $x = 4$
- Definitionsmängden är $-3 \le x \le 4$
- Värdemängden är $0 \le f(x) \le 5$



Rita en möjlig graf till funktionen f i koordinatsystemet ovan. (0/2/1)

11. Förenkla uttrycket $3^{\frac{n}{2}-1} + 3^{\frac{n}{2}-1} + 3^{\frac{n}{2}-1}$ så långt som möjligt.

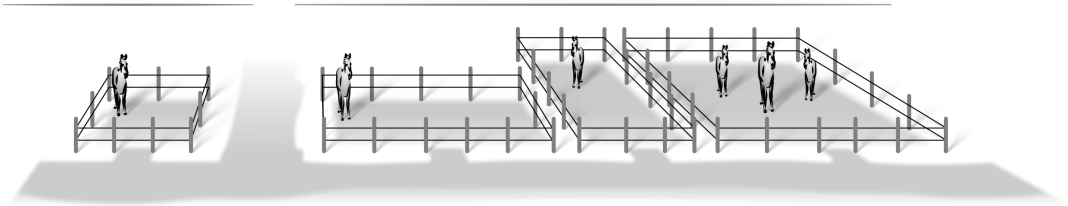
_____ (0/0/1)

Del C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

12. Lös ekvationen $x^2 + 2x - 24 = 0$ algebraiskt. (2/0/0)

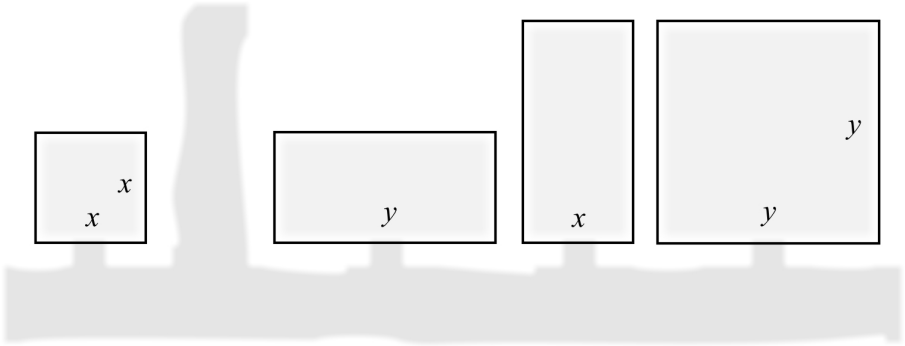
13. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 4x + y = 20 \\ x - 2y = -13 \end{cases}$ algebraiskt. (2/0/0)

14. Bilden visar fyra hästhagar som är kvadratiska respektive rektangulära med sidlängderna x och y meter.



Nedan visas en skiss över hur hagarna ser ut ovanifrån.

(m)



Hästarna ska flyttas till en ny gemensam hage. Den nya hagen är kvadratisk och har lika stor area som de fyra ursprungliga hagarna tillsammans.

Bestäm ett förenklat uttryck för sidans längd hos den nya hagen. (0/1/1)

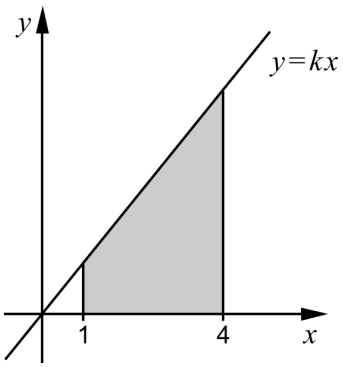
15. Elin och Sanna diskuterar två utsagor, P och Q, där

$$P: x = 2$$
$$Q: x^2 = 4$$

Elin påstår: ”Då gäller att $P \Rightarrow Q$”
Sanna svarar: ”Nej, jag tror att det är tvärtom, $Q \Rightarrow P$”

Vem har rätt? Motivera ditt svar. (0/1/0)

16. Ett område begränsas av x-axeln, linjerna $x = 1$ och $x = 4$ samt den räta linjen $y = kx$ där $k > 0$



Bestäm riktningskoefficienten k algebraiskt så att områdets area blir exakt 10 areaenheter. (0/0/4)

Del D	Uppgift 17-24. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 63 poäng varav 24 E-, 21 C- och 18 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 17 poäng
D: 25 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 32 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå
B: 42 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 50 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux:_____

Del D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

17. Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkterna (1, 7) och (5, 15). (2/0/0)

18. Vid Floda väderstation mäts utomhustemperaturen varje timme. Mätvärdena från en natt i oktober kan enligt en förenklad modell beskrivas med andragradsfunktionen

$f(x) = 0{,}5x^2 - 3{,}75x + 6$

där $f(x)$ motsvarar temperaturen uttryckt i °C och x motsvarar antal timmar efter midnatt (klockan 00:00).

a) Beräkna $f(2)$ (1/0/0)

b) Tolka vad $f(4) = -1$ betyder i detta sammanhang. (0/1/0)

c) Vid vilket klockslag inträffar den lägsta temperaturen enligt modellen? (0/2/0)

19. Tabellen visar prislistan för två olika mobiltelefonabonnemang.

Abonnemang All-prat	
Abonnemangsavgift	299 kr / månad
Datahastighet (ned)	10 Mbit/s
Datahastighet (upp)	4,6 Mbit/s
Fri surf/månad	10 GB/månad
Samtalskostnad	0,29 kr / minut

Abonnemang Prata-på	
Abonnemangsavgift	199 kr / månad
Surfhastighet	Upp till 3 Mbit/s
Surfvolym 1	Fritt inom Sverige
Samtalskostnad	0,69 kr / minut

Victor vill jämföra de båda abonnemangen och undersöka månadskostnaden.

a) Teckna månadskostnaden som funktion av samtalstiden x minuter för abonnemangen All-prat respektive Prata-på. (2/0/0)

b) Hjälp Victor att utreda vilket abonnemang som är billigast beroende på hur lång hans samtalstid blir under en månad. (1/2/0)

20. I början av år 2004 köpte Niklas en lägenhet för 635 000 kronor. Han sålde den 7 år senare för 1 115 000 kronor.

a) Anta att värdeökningen var exponentiell under tidsperioden.
Beräkna den årliga procentuella värdeökningen för lägenheten. (0/2/0)

b) Hur mycket skulle lägenheten vara värd i början av år 2020 om värdeökningen fortsätter i samma takt? (0/2/0)



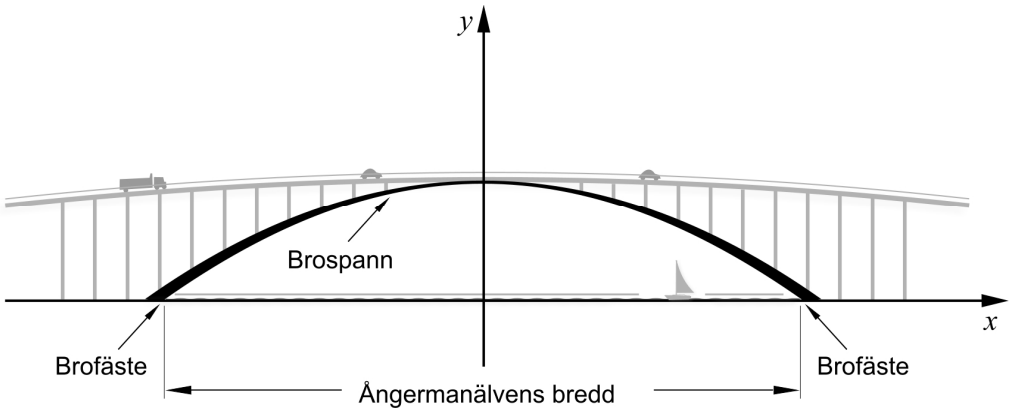
21. Lisa säger till Melker:

- Tänk på ett tal mellan -100 och 100.
- Kvadrera talet.
- Subtrahera med ditt ursprungliga tal 18 gånger.
- Addera 50.

Lisa: Vilket tal fick du?
Melker: Jag fick 5.
Lisa: Tänkte du på 15?
Melker: Nej.

Vilket tal tänkte Melker på? (Förutsatt att han har räknat rätt.) (0/0/2)

22. Sandöbron är en bro över Ångermanälven. Bron byggdes 1943 och var fram till 1964 världens största betongbro med endast ett brospann.



Formen på brospannet kan beskrivas med andragradsfunktionen $y = h(x)$ där

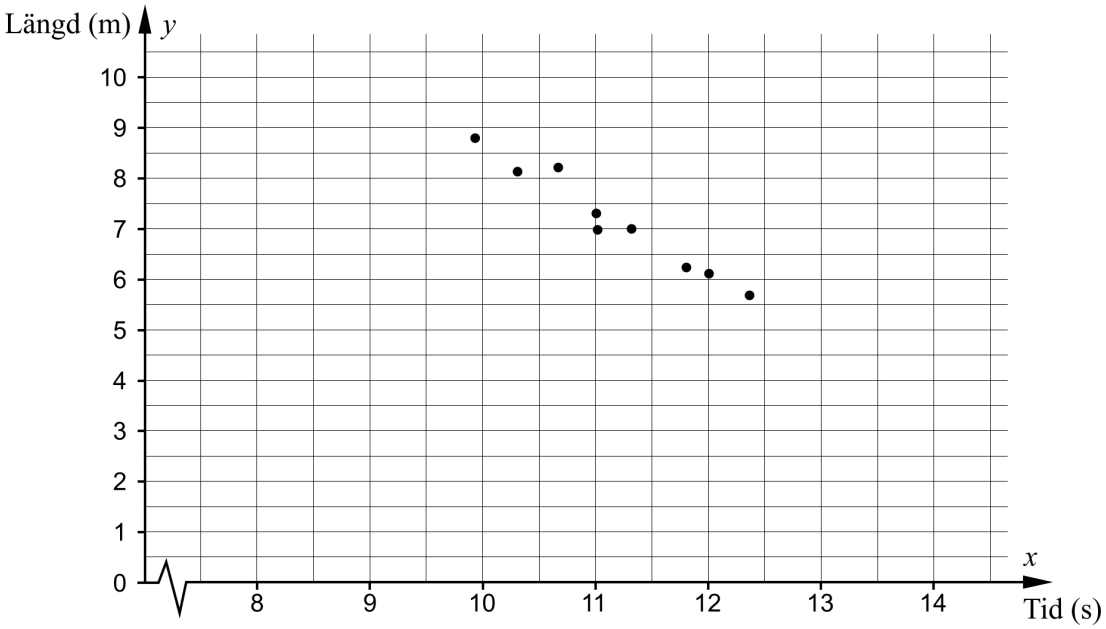
$h(x) = -0{,}0023x^2 + 40$

$h(x)$ är höjden i meter över vattnet.
x är avståndet i meter längs vattenytan från mitten av bron.

a) Hur högt över vattnet kör bilarna när de passerar brons högsta punkt?
Endast svar krävs (1/0/0)

b) En 15 meter hög segelbåt ska passera under bron. Hur nära något av brofästena kan båten passera? (0/0/3)

23. Nio personer som tävlar i både längdhopp och 100 meter löpning uppger sina bästa resultat. Dessa resultat är markerade i diagrammet nedan. Diagrammet visar att det verkar finnas ett linjärt samband mellan hopplängd och tid på 100 meter löpning.



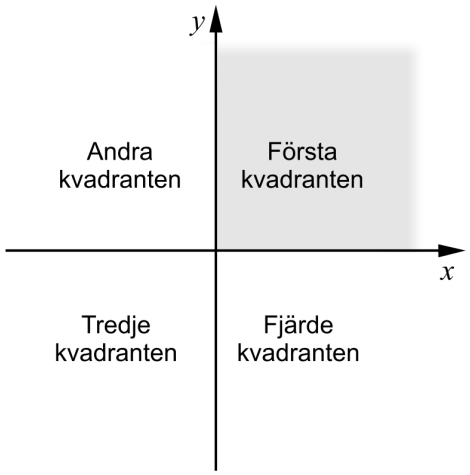
a) Dra en rät linje som så bra som möjligt visar sambandet mellan hopplängd och tid på 100 meter. Bestäm ekvationen för denna linje på formen $y = kx + m$ (0/2/0)

Sambandet kan ses som en modell för hur hopplängd beror av tid på 100 meter löpning.

b) Usain Bolt har världsrekordet på 100 m löpning med tiden 9,58 sekunder. Hur långt skulle Usain Bolt kunna hoppa i längdhopp enligt modellen? (1/0/0)

c) Kommentera om modellen har någon begränsning. (0/1/0)

24. De två räta linjerna $y = ax - 2$ och $y = x - 1$, där a är en konstant, skär varandra i första kvadranten.



Undersök vilka värden som är möjliga för konstanten a. (0/1/2)

Till eleven - Information inför det muntliga delprovet
Du kommer att få en uppgift som du ska lösa skriftligt och sedan ska du presentera din lösning muntligt. Om du behöver får du ta hjälp av dina klasskamrater och din lärare när du löser uppgiften. Din muntliga redovisning börjar med att du presenterar vad uppgiften handlar om och sedan får du beskriva och förklara din lösning. Du ska redovisa alla steg i din lösning. Däremot, om du har gjort samma beräkning flera gånger (till exempel i en värdetabell) så kan det räcka med att du redovisar några av beräkningarna. Din redovisning är tänkt att ta maximalt 5 minuter och ska göras för en mindre grupp klasskamrater och din lärare.

Den uppgift som du får ska i huvudsak lösas för hand, algebraiskt. Det kan hända att du behöver en miniräknare för att göra en del beräkningar men du ska inte hänvisa till grafritande och/eller symbolhanterande funktioner på räknaren (om du har en sådan typ av räknare) när du redovisar din lösning.

Vid bedömningen av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är
Din redovisning ska innehålla de delar som behövs för att dina tankar ska gå att följa och förstå. Det du säger bör komma i lämplig ordning och inte innehålla någonting onödigt. Den som lyssnar ska förstå hur beräkningar, beskrivningar, förklaringar och slutsatser hänger ihop med varandra.

Hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning
Din redovisning bör innehålla både beskrivningar och förklaringar. Man kan enkelt säga att en beskrivning svarar på frågan *hur* och en förklaring svarar på frågan *varför*. Du beskriver något när du till exempel berättar *hur* du har gjort en beräkning. Du förklarar något när du motiverar *varför* du till exempel kunde använda en viss formel.

Hur väl du använder den matematiska terminologin
När du redovisar bör du använda ett språk som innehåller matematiska termer, uttryckssätt och symboler som är lämpliga utifrån den uppgift du har löst.

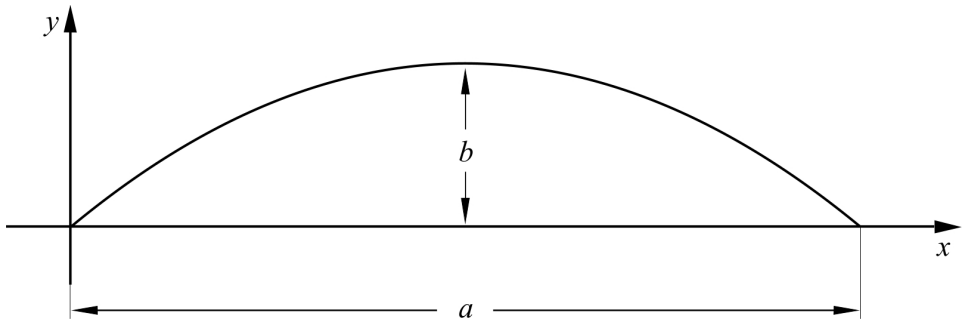
Matematiska termer är ord som till exempel ”exponent”, ”funktion” och ”graf”.
Ett exempel på ett matematiskt uttryckssätt är att x^2 utläses ”x upphöjt till 2” eller ”x i kvadrat”.
Några exempel på matematiska symboler är π och $f(x)$, vilka utläses ”pi” och ”f av x”.

Uppgift 1. Andragradsfunktion

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Figuren nedan visar grafen till andragradsfunktionen $y = 3x - x^2$



a) Hur långt är avståndet *a*?

b) Hur långt är avståndet *b*, det vill säga avståndet mellan kurvans högsta punkt och *x*-axeln?

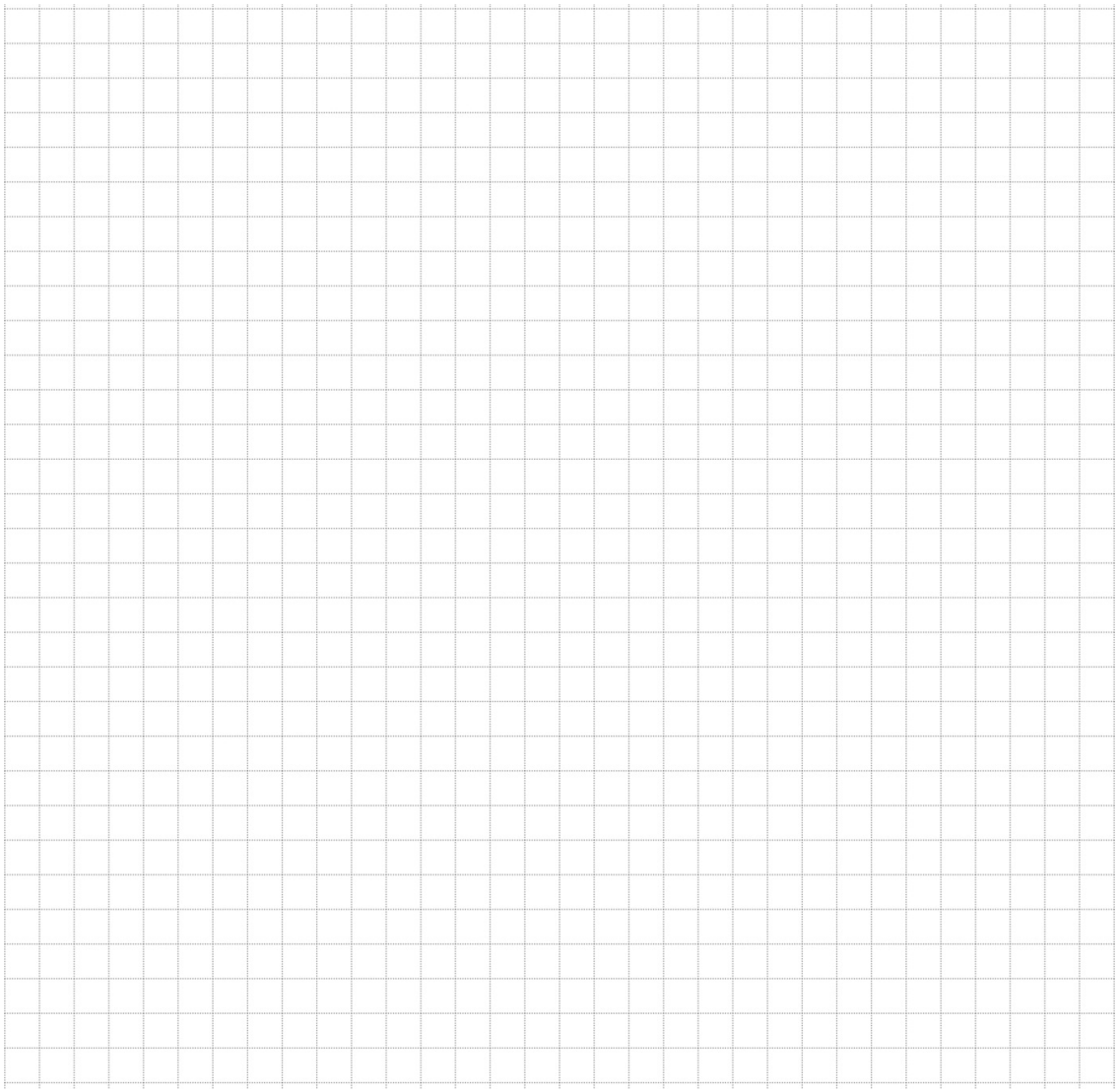
Uppgift 2. Skolmateriel

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Inför skolstarten har Hanna och Lukas gått till bokhandeln för att köpa block och skrivmateriel. Bokhandeln säljer block för 12 kr styck men även pennor och suddgummin. Hanna köper fyra block, tre pennor och sex suddgummin och betalar 78 kr. Lukas köper sju block, åtta pennor och två suddgummin och betalar 122 kr.

Vad kostar en penna respektive ett suddgummi?



Uppgift 3. Magisk kvadrat

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

I en magisk kvadrat är summan av talen i rutorna lika stor för varje rad, varje kolumn och varje diagonal. I kvadraten nedan har olika uttryck skrivits in i några av rutorna.

x^2-20	?	?
x^2	$3x+2$	$x-2$
$x+2$	?	?

a) Bestäm det positiva x-värde som gör att värdena för uttrycken i de ifyllda rutorna uppfyller kraven för en magisk kvadrat.

b) Beräkna de värden som ska stå i var och en av de nio rutorna och rita därefter upp hela den magiska kvadraten.

Uppgift 4. Maxpuls för kvinnor

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

En grupp kvinnor ingår i en studie där man undersöker hur kvinnornas maxpuls varierar med deras ålder. Kvinnorna är 15 år första gången man mäter deras maxpuls. Sedan gör man ytterligare två mätningar då kvinnorna är 30 år respektive 40 år.

Ålder x (år)	Maxpuls y (slag/minut)
15	194
30	182
40	174

Tabellen visar värden för Lisa, en av kvinnorna i gruppen.

a) Undersök om värdena i tabellen bildar ett linjärt samband.

b) Bestäm med hjälp av tabellen ett algebraiskt samband för hur Lisas maxpuls y slag/minut beror av åldern x år och använd ditt samband för att avgöra vid vilken ålder hon har maxpulsen 146 slag/minut.