Kursprov, vårterminen 2015

Matematik

Lärarinformation

inklusive Delprov A (även engelsk översättning) och
Bedömningsanvisningar till Delprov A

1b

Prov som återanvänds av Skolverket omfattas av sekretess
enligt **17 kap. 4 § offentlighets- och sekretesslagen.**
Detta prov återanvänds av Skolverket t.o.m. **2023-06-30**.

Skolverket

Kontaktinformation
Upplysningar om kursproven för matematik 1 ges av PRIM-gruppen, Stockholms universitet, 106 91 Stockholm, fax 08-618 35 71. E-post: info@prim-gruppen.se

PRIM-gruppen
Karin Rösmer (provansvarig) E-post: karin.rosmer@mnd.su.se, tfn: 08-1207 6627
Katarina Kristiansson (provutvecklare) E-post: katarina.kristiansson@mnd.su.se, tfn: 08-1207 6574
Niklas Thörn (provutvecklare) E-post: niklas.thorn@mnd.su.se, tfn: 08-1207 6948
Astrid Pettersson (projektledare) E-post: astrid.pettersson@mnd.su.se
Veronica Palmgren (administratör) E-post: veronica.palmgren@mnd.su.se
Frågor om PRIM-gruppens urvalsinsamling ställs till: insamling@prim-gruppen.se

Skolverket
Ansvarig på Skolverket för kursproven i matematik är:
Marcus Strömbäck Hjärne E-post: marcus.stromback.hjarne@skolverket.se
Frågor om totalinsamlingen via SCB ställs till Skolverket på tfn: 08-527 332 00

Beställning och distribution
Exaktaprinting E-post: np.bestallning@exakta.se, tfn: 040-685 51 10

Innehåll

Allmän information 5
- Syfte med nationella prov 5
- Material som ingår i de nationella proven i matematik 1a, 1b och 1c 5
- Provens genomförande 5
- Översikt över delproven 6
- Stöd och anpassning av prov 7
- Sekretess 8
- Hantering 8
- Rapportering av resultat 9
- Urvalsinsamlingen 9
- Redovisning av resultat 9
- Arkivering 10

Specifik information om de aktuella proven 11
- Genomförande 11
- Ankring 11
- Information till eleverna om kursprovet 12
- Bedömning 13
- Kravgränser för provbetygen 14
- Provbetyg 14
- Lista över utsänt material 15

Delprov A – Muntligt delprov 16
- Beskrivning av muntligt delprov 16
- Organisation 16
- Bedömning 17
- Förberedelser inför det muntliga delprovet 17
- Funktioner 18
- Functions 22
- Bedömningsmatris 26
- Exempel på godtagbara svar och motiveringar med bedömning 27
- Kopieringsunderlag 35
- Information till eleverna om det muntliga delprovet 36
- Verkliga situationer 37
- Förenklad bedömningsmatris 47
- Kopieringsunderlag (engelsk översättning) 49
- Information for students regarding the oral part of the test 50
- Real situations 51
- Förenklad bedömningsmatris 61

Allmän information

Detta häfte innehåller information om de nationella proven i matematik 1. I avsnittet ”Allmän information” återfinns kortfattad information om syftet med proven, beskrivning av delproven och det övriga material som ingår, anpassning av proven, hantering samt rapportering av resultat. I avsnittet ”Specifik information om de aktuella proven” återfinns den information som behövs för genomförandet av de nationella proven för kursen och i avsnittet ”Delprov A – Muntligt delprov” återfinns information och kopieringsunderlag för det muntliga delprovet.

Stora delar av det centrala innehållet i matematik 1a är kopplat mot karaktärsämnena och inom vissa områden ska centralt innehåll väljas utifrån karaktärsämnenas behov. Då kursprovet för matematik 1a är gemensamt och vänder sig till samtliga yrkesprogram prövas endast delar av det centrala innehållet. Provet prövar i nuläget inte centralt innehåll utifrån karaktärsämne. Prövningen av dessa delar överlåtes helt till läraren.

Syfte med nationella prov

Syftet med de nationella proven är i huvudsak att

- stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning
- ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå.

Material som ingår i de nationella proven i matematik 1a, 1b och 1c

De nationella proven i matematik 1a, 1b och 1c består av elevmaterial och lärarmaterial. Lärarmaterialet innehåller Lärarinformation inklusive Delprov A (även engelsk översättning) och Bedömningsanvisningar till Delprov A (grönt häfte) samt Bedömningsanvisningar till delprov B, C och D (rött häfte). Lärarinformation inklusive Delprov A (även engelsk översättning) och Bedömningsanvisningar till Delprov A ska delas ut till berörda lärare direkt när det har levererats till skolenheten. Bedömningsanvisningarna till de skriftliga delproven ska delas ut till berörda lärare efter det att de skriftliga delproven genomförts.

Provens genomförande

Gymnasieskolan

De nationella proven genomförs på fastställda provdatum. Datumen för detta prov framgår av Översikt över delproven. Om särskilda skäl föreligger får rektor besluta om ett senare provdatum för hela skolenheten.

Kommunal vuxenutbildning på gymnasial nivå

Inom kommunal vuxenutbildning på gymnasial nivå kan proven genomföras löpande från och med det datum som provet genomförs i gymnasieskolan. Skolverket rekommenderar att proven i så hög utsträckning som möjligt genomförs på det första provdatumet.

Kommunal vuxenutbildning på gymnasial nivå kommer att kunna använda både de prov som används i gymnasieskolan och de prov som enbart används i kommunal vuxenutbildning. De prov som kan användas i både gymnasieskolan och vuxenutbildningen utkommer även fortsättningsvis varje höst- och vårtermin. Det prov som endast kan användas inom vuxenutbildningen utkommer i september varje år.

För att möta vuxenutbildningens särskilda behov av flexibilitet får varje kursprov inom kommunal vuxenutbildning användas under **ett år** räknat från första provdatum, se Översikt över delproven. Detta gäller proven som kommer ut från och med september 2014. Observera att prov som kom ut under våren 2014 alltså **inte** längre får användas.

När den ettåriga användningstiden för respektive kursprov har gått ut kan proven komma att återanvändas av Skolverket och proven omfattas därmed av sekretess, se under rubriken Sekretess. Den ettåriga användningstiden innebär att det inom kommunal vuxenutbildning alltid kommer att finnas minst två kursprov samtidigt för respektive kurs i matematik.

Översikt över delproven

Delprov	**Material och hjälpmedel**	**Provtid (Tidsåtgång)**	**Gymnasieskolan datum för genomförande**	**Kommunal vuxenutbildning datum för genomförande** Användningstid ett år	
				Första provdatum	**Sista provdatum**
Delprov A *Muntligt delprov*	*Kopieringsunderlag* *Formelblad, digitala verktyg, linjal*	Cirka 20–30 minuter per grupp	Från det att materialet levererats till skolan till och med kursens slut	Från det att materialet har levererats till skolan	19 maj 2016
Delprov B *Skriftligt delprov*	*Elevhäfte Delprov B* *Formelblad, linjal*	60 minuter	20 maj 2015	20 maj 2015	19 maj 2016
Delprov C *Skriftligt delprov*	*Elevhäfte Delprov C* *Formelblad, digitala verktyg, linjal*	60 minuter	20 maj 2015	20 maj 2015	19 maj 2016
Delprov D *Skriftligt delprov*	*Elevhäfte Delprov D* *Formelblad, digitala verktyg, linjal*	120 minuter	20 maj 2015	20 maj 2015	19 maj 2016

Stöd och anpassning av prov

För vissa elever, t.ex. elever med funktionsnedsättning eller i språksvårigheter, kan visst stöd eller anpassning av provet behövas. Stödet kan gälla både förberedelser inför provet och vid genomförandet av provet. Anpassning får göras för elever med funktionsnedsättning och rektor är ansvarig för att anpassning genomförs.

Stöd

Vid behov kan stöd inför och/eller under provet ges. Stöd får ges på ett sådant sätt att de förmågor som avses bli prövade fortfarande prövas. Detta betyder t.ex. att elever endast får använda räknare på de delprov där digitala verktyg är tillåtna.

Stöd kan innebära att elever i läs- och skrivsvårigheter får ytterligare tid på sig att genomföra provet och/eller att de erbjuds provet inläst på skiva/usb. Stöd kan också innebära att texten kopieras till större stil eller att texten läses upp av läraren. Elever med annat modersmål än svenska, och som har svårigheter att förstå svenska, får använda lexikon och kan få hjälp med att översätta vissa ord. Dessutom kan läraren förklara svåra ord som kan hjälpa eleverna in i uppgiftens sammanhang, dock utan att röja uppgiftens matematiska innehåll.

Anpassning

Anpassning får göras för elever med funktionsnedsättning. Anpassning bör föregås av omsorgsfull analys med hänsyn tagen till vad provet avser att pröva och elevens förutsättningar. En diagnos är inget krav för att anpassning ska få ske vid provsituationen.

Det är viktigt att skolan genomför anpassning så att provet så långt som möjligt prövar de kunskaper och förmågor som avses att prövas. Detta betyder t.ex. att elever endast får använda räknare på de delprov där digitala verktyg är tillåtna. En funktionsnedsättning kan innebära olika svårigheter för olika elever och det är därför inte möjligt att nationellt ange exakt vad som kan göras vid varje anpassning.

Det är av stor vikt att eleven är delaktig i hur anpassning görs och kan göras. Anpassningen ska på så sätt vara känd för eleven vid provtillfället. Läraren bör även värna om att anpassningen inte får negativa konsekvenser för elevens självbild och hur eleven uppfattas av andra elever.

Mer information om anpassning av prov finns att läsa på Skolverkets webbplats www.skolverket.se

Sekretess

I 17 kap. 4 § offentlighets- och sekretesslagen (2009:400) finns bestämmelser om sekretess för prov. Vid sekretess får provens innehåll inte röjas. Sekretesskyddat material ska förvaras på ett betryggande sätt så att innehållet inte röjs. Prov som återanvänds omfattas av sekretess. På elevhäftena, Lärarinformationen och Bedömningsanvisningarna anges att kursprovet i matematik 1a, 1b och 1c planeras att återanvändas av Skolverket till och med 30 juni 2023.

Det är viktigt att läraren informerar eleverna om konsekvenserna av att uppgifter om provet sprids, dvs. att provet inte kan återanvändas eftersom bedömningen av elevernas kunskaper då kan bli felaktig.

Information om sekretess, se www.skolverket.se/sekretesskp

Hantering

Det är av avgörande betydelse att samtliga personer som hanterar nationella prov följer de föreskrifter och instruktioner som gäller. Syftet med dessa är att de nationella proven ska genomföras på ett likvärdigt och säkert sätt. Därigenom kan proven bidra till en rättvis och likvärdig bedömning av elevernas kunskaper över landet. Att genomföra proven före första provdatum är exempel på en handling som kan motverka provens syfte och användbarhet. För hantering av nationella prov se Skolverkets föreskrifter (SKOLS 2013:19) om hantering och genomförande av nationella prov samt information på www.skolverket.se/hanteringkp

Rapportering av resultat

För att kunna följa upp och utvärdera kvaliteten i svensk skola, för forskning och för utveckling av proven, behövs insamling av provresultat. Skolhuvudmannen ska skicka in resultat till Skolverkets två olika insamlingar.

Den ena insamlingen gäller rapportering av **provresultat för samtliga elever**. Denna insamling görs av Statistiska centralbyrån (SCB) på uppdrag av Skolverket. Information om denna insamling kommer att skickas till skolorna via brev från SCB. **Provresultat för gymnasieskolan rapporteras senast 18 juni 2015 för vårens prov. Provresultat för kommunal vuxenutbildning rapporteras så snart som möjligt efter genomförandet.** För mer information se www.skolverket.se/insamlingkp

Utöver detta kan Skolinspektionen på regeringens uppdrag samla in provunderlag från ett urval skolor för kontrollrättning. Skolinspektionen skickar information till rektor om skolan ingår i urvalet.

Den andra insamlingen görs av PRIM-gruppen, Stockholms universitet som konstruerar de nationella proven i matematik 1a, 1b och 1c på uppdrag av Skolverket. Denna insamling gäller lärarsynpunkter samt ett urval av elevarbeten och resultat på elevnivå.

Urvalsinsamlingen

1. Gå in på www.su.se/primgruppen och klicka på **Resultatinsamling**.

2. Skapa ett konto med hjälp av **provkoden karvt151b**.

3. Fyll i lärarenkäten.

4. Registrera **elever födda den 4:e, 9:e, 14:e, 19:e och 29:e i varje månad.**

5. Rapportera resultat för respektive elev.

6. Kopiera bedömda elevarbeten för **elever födda den 4:e och 19:e i varje månad** och skicka till PRIM-gruppen. Använd **Resultatredovisning – Sammanfattning Elev**, som finns på baksidan av elevhäftet Delprov B, som försättsblad till de elevarbeten du skickar in. Märk kuvertet med **Kurs 1** och skicka det till:

   Stockholms universitet
   MND
   PRIM-gruppen (Kurs 1)
   106 91 Stockholm

För att det ska vara möjligt att publicera en resultatrapport i höst måste alla resultat vara registrerade **senast den 18 juni 2015.**

Redovisning av resultat

Resultat från insamlingar och lärarenkäter beskrivs och kommenteras i årliga rapporter som finns på Skolverkets webbplats www.skolverket.se/resultatkp och www.su.se/primgruppen

Arkivering

Gymnasieskolor med offentlig huvudman har en skyldighet att arkivera nationella prov enligt arkivlagen (1990:782). Detsamma gäller för kommunal vuxenutbildning även i de fall där kommunen har lagt ut utbildningen på entreprenad. Kommunen förblir huvudman för utbildningen även vid entreprenad.

I gallringsråd som utges av SKL och Riksarkivet ”Bevara eller gallra 2” anges att nationella kursprov i samtliga ämnen, förutom svenska, kan gallras efter fem år i kommunala skolor. Detsamma gäller för sammanställningar av resultat från nationella prov.

Fristående gymnasieskolor med enskild huvudman har en skyldighet enligt 26 kap. 28 § skollagen (2010:800) att bevara nationella prov.

Anordnare av utbildning motsvarande kommunal vuxenutbildning (anordnare med betygsrätt) har inte någon skyldighet att arkivera nationella prov.

Specifik information om de aktuella proven

Genomförande

Kursproven i matematik 1a, 1b och 1c består av ett muntligt delprov och tre skriftliga delprov.

Tillåtna hjälpmedel i samtliga delprov är formelbladet för respektive kurs och linjal. Formelbladet till de nationella proven för matematik 1 finns på www.su.se/primgruppen. Eleverna ska under provet endast ha tillgång till det av provinstitutionen sammanställda formelbladet.

I de delprov där digitala verktyg är tillåtna kan räknare av olika slag eller dator användas. Skolan ska se till att eleverna inte kan kommunicera med varandra eller med andra inom eller utanför skolan under provtillfället. Eleverna får inte heller ha tillgång till otillåten information, t.ex. lagrad information på dator eller räknare.

Det muntliga delprovet, Delprov A, genomförs i grupper om tre till fyra elever. Provtiden för en grupp är cirka 20–30 minuter. Detta delprov genomförs inom gymnasieskolan från det att materialet levererats till skolan till och med kursens slut. Inom kommunal vuxenutbildning genomförs detta delprov från det att materialet levererats till skolan till och med 19 maj 2016. Under det muntliga delprovet ska eleverna ha tillgång till formelblad, digitala verktyg och linjal.

De skriftliga delproven, Delprov B, Delprov C och Delprov D, skrivs under samma dag. En förändring som genomfördes under hösten 2013 för matematik 1, är att samtliga skriftliga delprov har separata provtider och separata häften. I och med denna förändring har provtiden för de skriftliga delproven utökats med 30 minuter. Förändringen har skett bland annat för att förenkla administrationen av de digitala verktygen, men även för att underlätta tidsdisponering av delproven. Provtiden är 60 minuter för Delprov B, 60 minuter för Delprov C och 120 minuter för Delprov D.

En kortare rast rekommenderas mellan Delprov B och Delprov C och en längre rast, gärna lunch, rekommenderas mellan Delprov C och Delprov D, eftersom många elever inte är vana vid en sammanhängande provtid på över tre timmar. Till Delprov B ska eleverna endast ha tillgång till formelblad och linjal. Till Delprov C och D ska eleverna ha tillgång till digitala verktyg, formelblad och linjal.

Ankring

Vi genomför en studie av de nationella kursproven i matematik 1a, 1b och 1c och kommer därför att ankra vissa uppgifter från höstens prov 2014 till vårens prov 2015. Detta innebär att några av uppgifterna förekommer i båda dessa prov. Det är därför inte lämpligt att låta samma elever skriva båda proven.

Information till eleverna om kursprovet

Kursprovet i matematik 1 består av ett muntligt delprov och tre skriftliga delprov.

Muntligt delprov

Det muntliga delprovet, Delprov A, genomförs i grupper om tre till fyra elever. Provtiden för en grupp är cirka 20–30 minuter. För mer information hänvisas till den särskilda elevinformationen, sid. 36.

Skriftliga delprov

Provtid: 60 minuter för Delprov B, 60 minuter för Delprov C och 120 minuter för Delprov D. Formelblad och linjal är tillåtna hjälpmedel på samtliga delprov.

Delprov B: Delprov B består av uppgifter som ska lösas utan digitala verktyg. Till några av uppgifterna ska eleverna redovisa sina lösningar och till övriga uppgifter endast ange svar. Svar och lösningar skrivs i elevhäftet.

Delprov C: Delprov C är en mer omfattande uppgift där även digitala verktyg är tillåtna. Lösningen till denna uppgift ska redovisas på separat papper. Eleverna bör uppmärksammas på att det är viktigt att de försöker lösa denna uppgift eftersom även en påbörjad lösning kan ge poäng.

Delprov D: Delprov D består av ett flertal uppgifter där även digitala verktyg är tillåtna. Lösningar och svar till uppgifterna ska redovisas på separat papper. Till dessa uppgifter ska eleverna lämna fullständiga lösningar. Om en uppgift är markerad *”Endast svar krävs”*, kommer endast svaret att bedömas.

I huvudsak är de inledande uppgifterna lättare att lösa jämfört med de som ligger mot slutet. Men även i senare uppgifter kan det vara relativt lätt att få någon poäng för en påbörjad lösning. Eleverna bör därför uppmanas att försöka lösa alla uppgifter.

I anslutning till var och en av uppgifterna i elevhäftena finns angivet hur många E-, C- respektive A-poäng som uppgiften högst kan ge. Om en uppgift kan ge 2 E-poäng och 1 C-poäng, men inga A-poäng, skrivs detta som (2/1/0). Kravgränser för de olika provbetygen anges i elevhäftena.

Bedömning

Bedömning av förmågor

Bedömningsanvisningarna bygger på principen om positiv bedömning där utgångspunkten är att förtjänster i ett elevarbete lyfts fram och värderas. Bedömningen av lösningen till en uppgift bygger på de kunskaper som visas. Kvalitativa förmågepoäng används och dessa ges för lösningarnas förtjänster. I ämnesplanen i matematik beskrivs sju förmågor som eleverna ska utveckla. I kursproven kommer förmågorna att benämnas:

1. Begrepp (B)
2. Procedur (P)
3. Problemlösning (PL)
4. Matematisk modellering (M)
5. Matematiskt resonemang (R)
6. Kommunikation (K)
7. Relevans

I nuläget kommer relevansförmågan inte att prövas i nationella prov. Prövningen av denna förmåga överlåts i sin helhet till läraren.

Förmågan att kommunicera kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Anledningen till detta är att då eleven uppfyller kraven på E-nivå för övriga förmågor anses eleven även uppfylla kunskapskravet för kommunikation på E-nivå.

E-poäng, C-poäng och A-poäng

För att tydliggöra de kvalitativa nivåer som finns uttryckta i kunskapskraven används E-poäng, C-poäng och A-poäng vid bedömningen. I bedömningsanvisningarna är poängen dessutom markerade med vilken förmåga som främst avses att prövas, t.ex. C_R indikerar resonemang på C-nivå. I och med att förmågorna inte är oberoende av varandra kan det ibland vara flera förmågor som prövas, men det är den huvudsakliga förmågan som tilldelas poängen.

Poängmarkeringen (2/1/0) vid en uppgift i elevhäftet innebär att uppgiften kan ge högst 2 E-poäng och 1 C-poäng. Markeringen (0/0/2) anger att uppgiften kan ge högst 2 A-poäng. Vilka förmågor som uppgifterna avser att pröva framgår inte i elevhäftet utan endast i bedömningsanvisningarna.

Bedömningen görs på liknande sätt i samtliga uppgifter, men bedömningsanvisningarna kan skrivas något olika. Vid bedömning av vissa uppgifter skrivs bedömningen kronologiskt utifrån lösningen av uppgiften. Till uppgifter där lösningsvägen genom uppgiften varierar skrivs bedömningsanvisningarna i matrisform. Detta gäller exempelvis det muntliga delprovet och vissa större uppgifter. Exempel på olika uppgifter och tillhörande bedömningsanvisningar finns i tidigare givna prov för matematik 1 på www.su.se/primgruppen

Det är viktigt att eleverna i god tid före provet får kännedom om de kunskapskrav som bedömningen bygger på samt hur bedömningen av prestationerna på nationella prov relaterar till dessa kunskapskrav.

Sambedömning
En del i arbetet med likvärdig bedömning består av att lärare tillsammans diskuterar bedömning av elevarbeten i relation till bedömningsanvisningarna, s.k. sambedömning. Sambedömning kan vara ett sätt att stärka bedömningens tillförlitlighet.

Ett bedömningsstöd för bedömning av elevernas muntliga prestationer i matematik finns på Skolverkets webbplats.

Sammanställning av bedömningen
Olika typer av blanketter för att underlätta sammanställningen av bedömningen kommer att finnas i det röda häftet med bedömningsanvisningar till de skriftliga delproven och på www.su.se/primgruppen

Kravgränser för provbetygen

Kravgränser för provbetygen E, D, C, B och A ges på kursprovet som helhet. Kravgränserna består av en totalpoäng men även krav på att vissa av dessa ligger på en viss kvalitativ nivå.

Den modell som används vid konstruktionen av de nationella proven medför att poängen fördelas på centralt innehåll och förmågor på ett sådant sätt att då kravgränserna är uppfyllda har eleven med största sannolikhet även visat en bredd på innehåll och förmågor. Konstruktionen av kravgränserna tar således hänsyn till bredden i visade kunskaper och förmågor.

I kursproven har vissa förmågor grupperats. Modellering och problemlösning har förts samman och utgör en grupp. Resonemang och kommunikation utgör en annan grupp. Detta innebär att det i sammanställningen endast finns fyra förmågegrupper. De enskilda poängen kategoriseras i bedömningsanvisningen med de sex olika förmågorna, men i sammanställningen visas bara de fyra grupperna.

I och med att poängen är benämnda med huvudsaklig förmåga och kvalitativ nivå kan en förmågeprofil över elevernas provresultat erhållas. Denna profil kan vara till stöd för att se förmågespridningen på provresultatet. I häftet med bedömningsanvisningar återfinns respektive provs kravgränser, en sammanställning över vilket centralt innehåll som avses att prövas i provets olika uppgifter samt en sammanställning över provets förmågefördelning.

Kravgränserna finns även angivna i elevhäftena.

Provbetyg

Provbetyget sammanfattar de kunskaper eleven visat i det nationella provet. Kursbetyget behöver inte vara detsamma som provbetyget eftersom kursbetyget grundar sig på alla kunskaper eleven visat i kursen.

Lista över utsänt material

Lärarmaterial:

- Lärarinformation inklusive Delprov A, Matematik 1a
- 16 st A3 med grafer och samband, Matematik 1a
- Bedömningsanvisningar, Delprov B–D, Matematik 1a
- Lärarinformation inklusive Delprov A, Matematik 1b
- 16 st A3 med grafer och funktionsuttryck, Matematik 1b
- Bedömningsanvisningar, Delprov B–D, Matematik 1b
- Lärarinformation inklusive Delprov A, Matematik 1c
- 16 st A3 med grafer och funktionsuttryck, Matematik 1c
- Bedömningsanvisningar, Delprov B–D, Matematik 1c

Elevmaterial (elevhäften):

- Delprov B, Matematik 1a
- Delprov C, Matematik 1a
- Delprov D, Matematik 1a
- Delprov B, Matematik 1b
- Delprov C, Matematik 1b
- Delprov D, Matematik 1b
- Delprov B, Matematik 1c
- Delprov C, Matematik 1c
- Delprov D, Matematik 1c

Delprov A – Muntligt delprov

Beskrivning av muntligt delprov

Det muntliga delprovet i matematik 1 handlar om olika representationsformer av funktioner. Som utgångspunkt för arbetet används beskrivningar av verkliga situationer, diagram, grafer och funktionsuttryck.

Till detta delprov ska kort med verkliga situationer samt en A3-sida med grafer och funktionsuttryck användas. Korten med verkliga situationer finns att klippa ut under kopieringsunderlag och kan användas till flera grupper. I detta häfte finns fyra uppsättningar med sådana kort. Behövs det fler kort än de i häftet går det bra att kopiera. A3-sidan med grafer och funktionsuttryck är bifogad i en separat inplastat bunt och till varje lärarinformation medföljer 16 sådana A3-sidor. Vid genomförandet används två A3-sidor åt gången och eleverna antecknar på dessa. Sidan med grafer och funktionsuttryck finns även i A4-format som kopieringsunderlag att kopiera och förstora till A3 om det skulle behövas fler.

Delprovet är uppdelat i två delar. I den första delen (Del I) handlar det om att eleverna får bekanta sig med olika verkliga situationer. Eleverna ska utifrån varsin verklig situation para ihop den med en graf och ett funktionsuttryck. I den andra delen (Del II) handlar det om fördjupande enskilda frågor eller diskussionsfrågor till de olika situationerna, graferna och funktionsuttrycken. I samtliga delar finns ett antal frågor att ställa till eleverna. Dessa frågor är i Del I enskilda frågor och i Del II diskussionsfrågor. Varje elev ska få en verklig situation och du väljer själv ut vilka av de sex situationerna du vill använda i respektive grupp. Du väljer också vilka frågor som ska användas till situationerna. På så sätt varieras innehållet i uppgiften mellan dina elevgrupper och du kan anpassa svårighetsnivån för att bättre passa aktuell elevgrupp. Du kan välja att rikta vissa frågor till enskilda elever för att få tydligare underlag för din bedömning.

Organisation

Hur man organiserar genomförandet av det muntliga delprovet beror på förhållandena i klassen och skolan. Det är en fördel om lärarna tillsammans, med stöd av skolledningen, planerar genomförandet. Man har då möjlighet att hjälpa varandra, t.ex. med att sambedöma någon grupp eller med handledning av övriga elever under den tid en grupp genomför det muntliga delprovet.

Gruppindelningen ska göras av läraren. Hänsyn bör tas så att eleverna i gruppen fungerar bra tillsammans. Vid utprövningar av detta delprov har en indelning i kunskapsmässigt relativt homogena grupper fungerat bättre. Om läraren bedömer att någon elev inte alls mår bra av att genomföra det muntliga delprovet i grupp, kan genomförandet ske enskilt. Det ställer då högre krav på läraren om eleven ska få visa alla de aspekter som uppgiften avser att pröva.

Det muntliga delprovet kan göras när som helst under den angivna provperioden. Det är naturligtvis möjligt att låta eleverna göra det muntliga delprovet samlat under någon eller några dagar. Delprovet genomförs av elevernas ordinarie lärare eller av någon annan lärare i matematik.

Eftersom avsikten är att varje elev ska ges möjlighet att kommunicera matematik muntligt är det bäst om delprovet genomförs i särskild lokal. Möjlighet finns då att spela in samtalen om läraren vill lyssna på dem efteråt som stöd för bedömningen.

Bedömning

Bedömningen av elevernas prestationer på det muntliga delprovet ska göras med stöd av en uppgiftsspecifik bedömningsmatris. Det går att se en progression i kvaliteten i elevens genomförande, men detta sker inte alltid inom samma huvudsakliga förmåga. Därför har bedömning av förmågorna begrepp, procedurer, problemlösning och modellering samlats under rubriken metod och genomförande i matrisen. Bedömningsmatrisen finns även i förenklad form som kopieringsunderlag. Medan eleverna redovisar kan du som lärare göra noteringar i den uppgiftsspecifika bedömningsmatrisen eller i den förenklade bedömningsmatrisen.

Utöver den uppgiftsspecifika bedömningsmatrisen finns exempel på svar och motiveringar till de olika versionerna.

Förberedelser inför det muntliga delprovet

För att förbereda eleverna på hur det muntliga delprovet går till kan de frisläppta proven för kurs 1 vt 2012 användas. Dessa finns på PRIM-gruppens hemsida www.su.se/primgruppen

En förutsättning för delprovets genomförande är att du som lärare är väl insatt i hur uppgifterna ska genomföras och hur elevernas prestationer ska bedömas.

- Läs igenom all information om det muntliga delprovet. Tänk igenom hur dina elever kan tänkas besvara frågorna.
- Kopiera ”Information till eleverna”. Dela ut och gå igenom sidan. Detta kan göras på en lektion någon dag före genomförandet.
- Dela in eleverna i lämpliga grupper och välj vilka verkliga situationer respektive grupp ska använda. Det är lämpligt att skifta verkliga situationer mellan grupperna i samma klass för att på så sätt skapa olika versioner.
- Klipp isär korten med de verkliga situationerna. Behöver du fler kort finns de som **kopieringsunderlag**.
- Ta fram A3-sidorna med grafer och funktionsuttryck i den bifogade plastade bunten och ta med två sådana sidor till varje grupp.
- Kopiera en bedömningsmatris eller en förenklad bedömningsmatris för varje grupp. Anteckningar om vilka förmågor och kvaliteter eleverna visar under det muntliga delprovet kan göras i matrisen.

Hjälpmedel: På bordet bör det finnas pennor som eleverna kan använda. Formelblad, linjal och digitala verktyg (t.ex. i form av miniräknare) bör också finnas tillgängligt för elever som efterfrågar det.

Funktioner

Del I: Olika representationer av verkliga situationer

Välj ett situationskort (kopieringsunderlag) per elev och dela ut dem. Be eleverna att läsa upp sina situationer för varandra. Till samtliga situationer finns sedan frågor som kan ge eleverna möjlighet att visa olika kvaliteter.

Kalle ska bli medlem i filmklubben. Medlemsavgiften är 100 kr och sedan kostar varje film 20 kronor att hyra.

Lisa ska pumpa ut vattnet från sitt akvarium som rymmer 100 liter. Vattnet pumpas ut med 20 liter per minut.

Jamila klipper bort hälften av ett pappersark upprepade gånger. Från början är pappersarkets area 100 dm^2.

Anna ska bygga ut sitt hus med ett kvadratiskt uterum. Från början är husets area 100 m^2.

Hasse planerar att lägga asfalt på en lekplats. På lekplatsen ska det också finnas en kvadratisk sandlåda. Lekplatsen är totalt 100 m^2 stor.

Mika bakar bullar och använder 100 ml deg per bulle. När degen jäser ökar volymen varje timme med 50 %.

Lägg ut papper med grafer och funktionsuttryck (kopieringsunderlag) på bordet så att alla elever kan se dem ordentligt. Vid utprövning har det fungerat väl med två papper till en grupp på fyra elever. Låt varje elev besvara frågan nedan och motivera sitt svar. Övriga elever har möjlighet att kommentera de andra elevernas svar.

- Varje situation skulle kunna beskrivas med en funktion.

  Vilken graf och vilket funktionsuttryck skulle bäst kunna beskriva din situation?
  Hur ser du det?

  Följdfråga om eleven endast motiverat med hjälp av *en* representationsform:
  Hur kan man se det med hjälp av grafen/funktionsuttrycket? (Fråga efter den representationsform som eleven inte använt).

När alla elever har parat ihop sin situation med de andra representationsformerna är det dags att ytterligare studera diagrammen. Låt eleverna, en i taget, ”namnge” koordinataxlarna och bestämma enheter kopplat till den verkliga situationen med hjälp av nedanstående frågor.
Även här har övriga elever möjlighet att kommentera de andra elevernas svar.

- Vad visar koordinataxlarna, vad anges och i vilken enhet?

  Följdfråga om eleven endast anger storhet: Vilken enhet anger eller mäter man det i?
  Följdfråga om eleven endast anger enhet: Vad är det man anger eller mäter då?

Låt eleverna anteckna på pappret med grafer och funktionsuttryck.

Del II: Fördjupande frågor till situationer och funktioner

I denna del finns frågor att ställa till varje situation. Här har du som lärare möjlighet att variera mellan att rikta några frågor direkt till enskilda elever och sedan låta övriga elever kommentera eller att använda frågorna som diskussionsunderlag till hela gruppen.

Välj lämpliga frågor utifrån de valda situationerna. Stanna i en situation i taget och låt alla elever svara på frågor om den aktuella situationen.

Frågorna bör användas i den ordning som de står, men man kan välja att hoppa över vissa av dem. Frågorna är inte sorterade i svårighetsgrad.

Till några frågor finns stödfrågor, som läraren kan ställa om en elev har svårt att besvara frågan. Om en elev behövt stödfråga som hjälp för att besvara en viss fråga, finns inte samma möjlighet att nå de högre nivåerna i bedömningsmatrisen som om frågan hade besvarats utan hjälp av stödfråga.

Kalles filmklubb

- Blir grafen brantare ju fler filmer Kalle hyr?
- Enligt grafen kan man hyra film för 150 kronor. Är det möjligt?
- Vad bör funktionens definitionsmängd vara för att passa till den verkliga situationen?
  Stödfråga: Vilka värden på x är möjliga för att passa till den verkliga situationen?
- Hur borde grafen se ut för att passa till den verkliga situationen?
- När Kalle hyr 50 filmer eller fler så behöver han inte betala någon medlemsavgift. Han får då tillbaka pengarna för medlemsavgiften.
  Hur påverkar det funktionsuttrycket?
  Hur påverkar det grafens utseende?

Lisas akvarium

- Enligt grafen innehåller Lisas akvarium –20 liter efter 6 minuter. Är det möjligt?
- Vad bör funktionens värdemängd vara för den verkliga situationen?
  Stödfråga: Vilka värden på y är möjliga för att passa till den verkliga situationen?
- Hur borde grafen se ut för att passa till den verkliga situationen?
- Hur påverkar det grafens utseende och funktionsuttrycket om vattnet istället pumpas ut med 10 liter per minut?
- Hur påverkar det grafens utseende om vattnet pumpas ut dubbelt så snabbt från Lisas akvarium?
- Hur förändras grafens utseende om man samtidigt fyller på vatten med samma hastighet som akvariet töms?

Jamilas pappersark

- Kommer grafen att skära x-axeln?
- Enligt grafen kan arean på pappersarket vara 20 dm^2. Är det möjligt?
- Vad bör funktionens definitionsmängd vara för att passa till den verkliga situationen?
  Stödfråga: Vilka värden på x är möjliga för att passa till den verkliga situationen?
- Hur borde grafen se ut för att passa till den verkliga situationen?
- Hur påverkas funktionsuttrycket om Jamila klipper bort 25 % varje gång?
  Hur påverkas grafens utseende om Jamila klipper bort 25 % varje gång?
- Hur ska Jamila klippa sitt papper för att grafen istället ska bli linjär?

Annas uterum

- Är funktionen linjär?
- Hur ser grafen ut om $x < 0$?
- Enligt grafen kan den totala arean på huset bli 120 m^2. Är det möjligt?
- Vad bör funktionens värdemängd vara för att passa till den verkliga situationen?
  Stödfråga: Vilka värden på y är möjliga för att passa till den verkliga situationen?
- Hur påverkas funktionsuttrycket om uterummet är rektangulärt med ena sidan 5 meter?
  Hur påverkas grafens utseende om uterummet är rektangulärt med ena sidan 5 meter?

Hasse asfalterar

- Kommer sandlådan att ha ungefär lika stor area som det asfalterade området har om sidan på sandlådan är 7 meter?
- Vad bör funktionens definitionsmängd vara för att passa till den verkliga situationen?
  Stödfråga: Vilka värden på x är möjliga för att passa till den verkliga situationen?
- Vad bör funktionens värdemängd vara för att passa till den verkliga situationen?
  Stödfråga: Vilka värden på y är möjliga för att passa till den verkliga situationen?
- Hur borde grafen se ut för att passa till den verkliga situationen?
- Hur påverkas funktionsuttrycket om sandlådan är en rektangel och dess ena sida alltid ska vara 4 meter?
  Hur påverkas grafens utseende om sandlådan är en rektangel och dess ena sida alltid ska vara 4 meter?

Mika bakar

- Hur påverkas funktionsuttrycket om volymen på Mikas deg ökar med 30 % varje timme?
  Hur påverkas grafens utseende om volymen på Mikas deg ökar med 30 % varje timme?
- Vad bör funktionens värdemängd vara för att passa till den verkliga situationen?
  Stödfråga: Vilka värden på *y* är möjliga för att passa till den verkliga situationen?
- Hur påverkas funktionsuttrycket om Mika använder mindre deg till varje bulle och volymen ökar med 50 % varje timme?
  Hur påverkas grafens utseende om Mika använder mindre deg till varje bulle och volymen ökar med 50 % varje timme? (Eleverna kan skissa grafen i koordinatsystemet.)
- Hur skulle grafen se ut om bullarnas volym istället skulle öka med 10 milliliter varje kvart?

Functions

Part I: Different representations of real situations

Välj ett situationskort (kopieringsunderlag) per elev och dela ut dem. Be eleverna att läsa upp sina situationer för varandra. Till samtliga situationer finns sedan frågor som kan ge eleverna möjlighet att visa olika kvaliteter.

Kalle is going to join the film club. The membership fee is SEK 100 and then each film costs SEK 20 to rent.

Lisa is pumping the water out of her aquarium, which can hold 100 litres. The water is pumped out at a rate of 20 litres per minute.

Jamila cuts off half of a piece of paper a number of times. She starts with a piece of paper that has a surface area of 100 dm^2.

Anna is extending her house with the addition of a square conservatory. Initially, the house has an area of 100 m^2.

Hasse is planning on asphalting a playground. The playground is also going to include a square sandpit. The playground has a total area of 100 m^2.

Mika is baking rolls and is using 100 ml of dough per roll. When the dough rises, its volume increases by 50 % every hour.

Lägg ut papper med grafer och funktionsuttryck (kopieringsunderlag) på bordet så att alla elever kan se dem ordentligt. Observera att det endast finns i svensk version. Du som lärare gör eventuella anpassningar till engelska Vid utprövning har det fungerat väl med två papper till en grupp på fyra elever. Låt varje elev besvara frågan nedan och motivera sitt svar. Övriga elever har möjlighet att kommentera de andra elevernas svar.

- Each situation can be described using a function.

  Which graph and which functional expression best describes your situation?
  How can you see that?

  Följdfråga om eleven endast motiverat med hjälp av *en* representationsform:
  How can you see that using the graph/functional expression? (Fråga efter den representationsform som eleven inte använt).

När alla elever har parat ihop sin situation med de andra representationsformerna är det dags att ytterligare studera diagrammen. Låt eleverna, en i taget, ”namnge” koordinataxlarna och bestämma enheter kopplat till den verkliga situationen med hjälp av nedanstående frågor.
Även här har övriga elever möjlighet att kommentera de andra elevernas svar.

- What do the coordinate axes show, what is being represented and in what unit?

  Följdfråga om eleven endast anger storhet: What unit is that stated or measured in?
  Följdfråga om eleven endast anger enhet: What is it that you are stating or measuring then?

Låt eleverna anteckna på pappret med grafer och funktionsuttryck.

Part II: In-depth questions for situations and functions

I denna del finns frågor att ställa till varje situation. Här har du som lärare möjlighet att variera mellan att rikta några frågor direkt till enskilda elever och sedan låta övriga elever kommentera eller att använda frågorna som diskussionsunderlag till hela gruppen.

Välj lämpliga frågor utifrån de valda situationerna. Stanna i en situation i taget och låt alla elever svara på frågor om den aktuella situationen.

Frågorna bör användas i den ordning som de står, men man kan välja att hoppa över vissa av dem. Frågorna är inte sorterade i svårighetsgrad.

Till några frågor finns stödfrågor, som läraren kan ställa om en elev har svårt att besvara frågan. Om en elev behövt stödfråga som hjälp för att besvara en viss fråga, finns inte samma möjlighet att nå de högre nivåerna i bedömningsmatrisen som om frågan hade besvarats utan hjälp av stödfråga.

Kalle's film club

- Does the graph become steeper the more films Kalle rents?
- According to the graph, films can be rented for SEK 150. Is that possible?
- What should the function's domain be in order to fit the real situation?
  Supporting question: Which values for x are possible in order to fit the real situation?
- What should the graph look like in order to fit the real situation?
- If Kalle rents 50 or more films, he doesn't have to pay any membership fee.
  In that case, he gets the money for the membership fee back.
  How does this affect the functional expression?
  How does this affect the appearance of the graph?

Lisa's aquarium

- According to the graph, Lisa's aquarium contains –20 litres of water after 6 minutes.
  Is that possible?
- What should the function's range be in order to fit the real situation?
  Supporting question: Which values for y are possible in order to fit the real situation?
- What should the graph look like in order to fit the real situation?
- How does it affect the appearance of the graph and the functional expression if the water is instead pumped out at a rate of 10 litres per minute?
- How does it affect the graph if the water is pumped out of Lisa's aquarium twice as fast?
- How does the graph change if water is refilled at the same rate as the aquarium is emptied?

Jamila's piece of paper

- Will the graph intersect the x-axis?
- According to the graph, the area of the piece of paper can be 20 dm^2. Is that possible?
- What should the function's domain be in order to fit the real situation?
  Supporting question: Which values for x are possible in order to fit the real situation?
- What should the graph look like in order to fit the real situation?
- How is the functional expression affected if Jamila cuts off 25 % each time?
  How is the appearance of the graph affected if Jamila cuts off 25 % each time?
- How should Jamila cut her paper in order to make the graph linear instead?

Anna's conservatory

- Is the function linear?
- What does the graph look like if $x < 0$?
- According to the graph, the total area of the house can be 120 m^2. Is that possible?
- What should the function's range be in order to fit the real situation?
  Supporting question: Which values for y are possible in order to fit the real situation?
- How is the functional expression affected if the conservatory is rectangular with one side 5 metres long?
  How is the appearance of the graph affected if the conservatory is rectangular with one side 5 metres long?

Hasse lays asphalt

- Will the sandpit have approximately the same area as the asphalted area if the side of the sandpit is 7 metres long?
- What should the function's domain be in order to fit the real situation?
  Supporting question: Which values for x are possible in order to fit the real situation?
- What should the function's range be in order to fit the real situation?
  Supporting question: Which values for y are possible in order to fit the real situation?
- What should the graph look like in order to fit the real situation?
- How is the functional expression affected if the sandpit is a rectangle and one of its sides always has to be 4 metres?
  How is the appearance of the graph affected if the sandpit is a rectangle and one of its sides always has to be 4 metres?

Mika bakes

- How does it affect the functional expression if the volume of Mika's dough increases by 30 % every hour?
  How does it affect the appearance of the graph if the volume of Mika's dough increases by 30 % every hour?
- What should the function's range be in order to fit the real situation?
  Supporting question: Which values for *y* are possible in order to fit the real situation?
- How does it affect the functional expression if Mika uses less dough for each roll and the volume increases by 50 % every hour?
  How does it affect the appearance of the graph if Mika uses less dough for each roll and the volume increases by 50 % every hour? (Eleverna kan skissa grafen i koordinatsystemet.)
- What would the graph look like if the volume of the rolls instead were to increase by 10 millilitres every quarter of an hour?

Bedömningsmatris

(4/5/5)

	E	**C**	**A**
Metod och genomförande	Eleven kopplar ihop situation med graf eller funktionsuttryck med enkel motivering. $+E_M$ Eleven anger storhet eller enhet för koordinataxlarna eller storhet och enhet för någon koordinataxel i något diagram. $+E_B$	Eleven justerar funktionsuttryck eller graf när situationen förändras. $+C_M$ Eleven anger storhet och enhet för koordinataxlar eller anger godtagbart möjliga x-värden alternativt y-värden för någon funktion, t.ex. att ett decimaltal inte är möjligt eller att x måste vara större än 0. $+C_B$	Eleven justerar funktionsuttryck och graf när situationer förändras och beskriver justeringen utförligt. $+A_M$ Eleven anger godtagbart definitionsmängd eller värdemängd för någon funktion utan hjälp av stödfråga. $+A_B$
Resonemang	Eleven för ett enkelt resonemang kring hur en situation stämmer överens med funktionsuttryck eller graf, t.ex. genom att ange en punkt utöver startvärdet eller hänvisa till storleken på ökning/minskning. $+E_R$ Eleven bidrar med någon enkel kommentar vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. $+E_R$	Eleven för välgrundade resonemang kring hur en situation stämmer överens med funktionsuttryck eller graf, t.ex. genom att både ange punkter och hänvisa till storleken på ökning/minskning. $+C_R$ Eleven bidrar med idéer och kommentarer vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. $+C_R$	Eleven för välgrundade och nyanserade matematiska resonemang om de förändrade situationerna eller funktionernas definitionsmängd eller värdemängd. $+A_R$ Eleven bidrar med förklaringar eller välgrundade argument vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. $+A_R$
Kommunikation		Eleven uttrycker sig med viss säkerhet och använder ett relevant matematiskt språk. $+C_K$	Eleven uttrycker sig med säkerhet och använder ett relevant och korrekt matematiskt språk. $+A_K$

Exempel på godtagbara svar och motiveringar med bedömning

$y = 100 \cdot 1{,}5^x$	**Mika** bakar bullar och använder 100 ml deg per bulle. När degen jäser ökar volymen varje timme med 50 %.
$y = 100 + 20x$	**Kalle** ska bli medlem i filmklubben. Medlemsavgiften är 100 kr och sedan kostar varje film 20 kronor att hyra.
$y = 100 \cdot 0{,}5^x$	**Jamila** klipper bort hälften av ett pappersark upprepade gånger. Från början är pappersarkets area 100 dm^2.
$y = 100 - 20x$	**Lisa** ska pumpa ut vattnet från sitt akvarium som rymmer 100 liter. Vattnet pumpas ut med 20 liter per minut.
$y = 100 + x^2$	**Anna** ska bygga ut sitt hus med ett kvadratiskt uterum. Från början är husets area 100 m^2.
$y = 100 - x^2$	**Hasse** planerar att lägga asfalt på en lekplats. På lekplatsen ska det också finnas en kvadratisk sandlåda. Lekplatsen är totalt 100 m^2 stor.

På följande sidor visas exempel på elevsvar och beskrivningar som framkommit vid utprövningar. Svaren ska ses som ett servicematerial till läraren, som ett stöd för att sätta sig in i uppgiften innan genomförandet. Man kan inte förvänta sig att eleverna använder exakt dessa svar eller beskrivningar.

Elevsvaren har bedömts med hjälp av en uppgiftsspecifik bedömningsmatris. Denna bedömning ger möjlighet att se vilken kvalitativ nivå de olika elevsvaren visar. Eftersom svaren är avskrivna synliggörs t.ex. inte alltid de sekvenser då eleverna pekat i A3-pappret när de motiverat sina svar.

Elevexempel 1

Eleven är i en grupp om fyra elever där läraren valt situationerna **Kalles filmklubb**, **Jamilas pappersark**, **Lisas akvarium** och **Hasse asfalterar**.
Eleven läser upp situationen **Kalles filmklubb**.

- Vilken graf och vilket funktionsuttryck skulle bäst kunna beskriva din situation? Hur ser du det?
  Det är den här (eleven pekar på y = 100 + 20x) för att det börjar på 100 och sen ökar det med 20.

- Vad visar koordinataxlarna, vad anges och i vilken enhet?
  y är antalet kronor och x antalet filmer man hyr.

- Följdfråga: vad är det man anger då?
  Kronor och hur många filmer.

Eleven fick även svara på några fördjupande frågor.

- Blir grafen brantare ju fler filmer Kalle hyr? (**Kalles filmklubb**)
  Nej, varje film kostar 20 kr så priset ökar med 20 hela tiden.

- Kommer grafen att skära x-axeln? (**Jamilas pappersark**)
  Nej, det blir många halveringar, men pappret kommer att finnas kvar. Även om det praktiskt blir svårt att klippa till slut.

- Hur påverkar det grafen och funktionsuttrycket om vattnet istället pumpas ut med 10 liter per minut? (**Lisas akvarium**)
  Grafen är väl densamma. Man ändrar graderingen istället. Graderingen på y-axel ändras.

Eleven gjorde även ett par enkla korrekta kommentarer vid andra elevers redovisningar.

Bedömning av elevexempel 1

	E	C	A
Metod och genomförande	Eleven kopplar ihop situation med graf eller funktionsuttryck med enkel motivering. +E_M	Eleven justerar funktionsuttryck eller graf när situationen förändras. +C_M	Eleven justerar funktionsuttryck och graf när situationer förändras och beskriver justeringen utförligt. +A_M
	Eleven anger storhet eller enhet för koordinataxlarna eller storhet och enhet för någon koordinataxel i något diagram. +E_B	Eleven anger storhet och enhet för koordinataxlar eller anger godtagbart möjliga x-värden alternativt y-värden för någon funktion, t.ex. att ett decimaltal inte är möjligt eller att x måste vara större än 0. +C_B	Eleven anger godtagbart definitionsmängd eller värdemängd för någon funktion utan hjälp av stödfråga. +A_B
Resonemang	Eleven för ett enkelt resonemang kring hur en situation stämmer överens med funktionsuttryck eller graf, t.ex. genom att ange en punkt utöver startvärdet eller hänvisa till storleken på ökning/minskning. +E_R	Eleven för välgrundade resonemang kring hur en situation stämmer överens med funktionsuttryck eller graf, t.ex. genom att både ange punkter och hänvisa till storleken på ökning/minskning. +C_R	Eleven för välgrundade och nyanserade matematiska resonemang om de förändrade situationerna eller funktionernas definitionsmängd eller värdemängd. +A_R
	Eleven bidrar med någon enkel kommentar vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. +E_R	Eleven bidrar med idéer och kommentarer vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. +C_R	Eleven bidrar med förklaringar eller välgrundade argument vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. +A_R
Kommunikation		Eleven uttrycker sig med viss säkerhet och använder ett relevant matematiskt språk. +C_K	Eleven uttrycker sig med säkerhet och använder ett relevant och korrekt matematiskt språk. +A_K

Kommentar: Eleven anger godtagbara y-värden för exponentialfunktionen, men justerar inte grafen korrekt när situationen förändras. Resonemanget är enkelt och det matematiska språket är inte tillräckligt och säkert för att nå C-nivå.

Elevexempel 2

Eleven är i en grupp om fyra elever där läraren valt situationerna **Annas uterum**, **Mika bakar**, **Lisas akvarium** och **Kalles filmklubb**. Eleven läser upp situationen **Annas uterum**.

- Vilken graf och vilket funktionsuttryck skulle bäst kunna beskriva din situation? Hur ser du det?
  Den här (eleven pekar på $y = 100 + x^2$) för att först är det, alltså huset är 100 m^2 och area är upphöjt till två, om den här sidan är x (eleven pekar på bilden på kortet) så blir det x upphöjt till två när uterummet är kvadratiskt.

- Vad visar koordinataxlarna, vad anges och i vilken enhet?
  y är den totala arean i m^2 och x är uterummets area också i m^2. Här går en annan elev in och beskriver att x är en längd i meter och inte m^2.

Eleven fick även svara på några fördjupande frågor.

- Hur ser grafen ut om $x < 0$ (**Annas uterum**)
  Det skulle betyda att om jag kollar för $x = -3$. $(-3)^2 = 9$ vilket gör att det ökar för x mindre än noll. Grafen blir spegelvänd. Men man kan ju inte bygga ut negativt.

- Vad bör funktionens värdemängd vara för att passa till den verkliga situationen? (**Mika bakar**)
  Värdemängd? Hur länge degen jäser? Vad x-kan vara?

- Stödfråga: Vilka värden på y är möjliga för att passa till den verkliga situationen?
  Nej just det, vad y-kan vara. Degen kan ju kanske bara jäsa max två timmar. Bullar brukar väl jäsa typ en timme. Om man tittar på grafen så har de bara tagit med 2 timmar och en kvart och går man på det är värdemängden mellan 100 och 250.

- Hur påverkar det grafens utseende om vattnet pumpas ut dubbelt så snabbt från Lisas akvarium? (**Lisas akvarium**)
  Det tar bara 2,5 minuter då. Den skulle bli brantare nedåt då. Dubbelt så brant. (Eleven lägger pennan för att visa grafen med godtagbar lutning.)

Eleven bidrog med förklaring vid andra elevers redovisningar och i diskussioner genom att bl.a. för Lisas akvarium reda ut hur grafen ändras när man fyller på vatten med samma hastighet som det töms. Då var gruppen lite oenig och eleven som bedöms i detta exempel sa att:
Grafen blir rak och går rakt fram (samtidigt som eleven igen använde pennan för att visa detta.)
På frågan om hur funktionsuttrycket ändras om volymen på Mikas deg ökar med 30 % per timme beskrev eleven hur förändringsfaktorn blev 1,3 genom att säga att:
100 + 30 = 130 % = 1,3 och sa att det nya funktionsuttrycket skrivs $y = 100 \cdot 1{,}3^x$

Bedömning av elevexempel 2

	E	C	A
Metod och genomförande	Eleven kopplar ihop situation med graf eller funktionsuttryck med enkel motivering. +E_M Eleven anger storhet eller enhet för koordinataxlarna eller storhet och enhet för någon koordinataxel i något diagram. +E_B	Eleven justerar funktionsuttryck eller graf när situationen förändras. +C_M Eleven anger storhet och enhet för koordinataxlar eller anger godtagbart möjliga *x*-värden alternativt *y*-värden för någon funktion, t.ex. att ett decimaltal inte är möjligt eller att *x* måste vara större än 0. +C_B	Eleven justerar funktionsuttryck och graf när situationer förändras och beskriver justeringen utförligt. +A_M Eleven anger godtagbart definitionsmängd eller värdemängd för någon funktion utan hjälp av stödfråga. +A_B
Resonemang	Eleven för ett enkelt resonemang kring hur en situation stämmer överens med funktionsuttryck eller graf, t.ex. genom att ange en punkt utöver startvärdet eller hänvisa till storleken på ökning/minskning. +E_R Eleven bidrar med någon enkel kommentar vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. +E_R	Eleven för välgrundade resonemang kring hur en situation stämmer överens med funktionsuttryck eller graf, t.ex. genom att både ange punkter och hänvisa till storleken på ökning/minskning. +C_R Eleven bidrar med idéer och kommentarer vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. +C_R	Eleven för välgrundade och nyanserade matematiska resonemang om de förändrade situationerna eller funktionernas definitionsmängd eller värdemängd. +A_R Eleven bidrar med förklaringar eller välgrundade argument vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. +A_R
Kommunikation		Eleven uttrycker sig med viss säkerhet och använder ett relevant matematiskt språk. +C_K	Eleven uttrycker sig med säkerhet och använder ett relevant och korrekt matematiskt språk. +A_K

Kommentar: Eleven justerar graferna för ett par förändrade situationer och även funktionsuttrycket för en förändrad situation. Resonemangen är välgrundade och nyanserade för de förändrade situationerna. Eleven bidrar med förklaringar vid andra elevers redovisningar, när den t.ex. visar hur förändringsfaktorn ändras för Mikas deg. Det matematiska språket är relevant och eleven uttrycker sig med viss säkerhet.

Elevexempel 3

Eleven är i en grupp om fyra elever där läraren valt situationerna **Mika bakar**, **Kalles filmklubb**, **Hasse asfalterar** och **Jamilas pappersark**. Eleven läser upp situationen **Mika bakar**.

- Vilken graf och vilket funktionsuttryck skulle bäst kunna beskriva din situation? Hur ser du det?
  Det är $y = 100 \cdot 1{,}5^x$. Det börjar på 100 ml och sen så ökar det med 50 % så efter en timme är det 150 ml. Det är en exponentiell ökning. När det jäser blir det större och grafen ska gå uppåt.

- Vad visar koordinataxlarna, vad anges och i vilken enhet?
  y-axeln står för antal milliliter deg per bulle och x-axeln för tiden degen jäser i antal timmar.

- Följdfråga: Vad är det man mäter då?
  Volymen och tiden.

Eleven fick även svara på några fördjupande frågor.

- Blir grafen brantare ju fler filmer Kalle hyr? (**Kalles filmklubb**)
  Brantare blir den ju inte. Det är räta linjens ekvation. Det är samma lutning på den, men totala priset ökar, men det är inte så att priset per film ändras.

- Vad bör funktionens definitionsmängd vara för att passa till den verkliga situationen? (**Hasse asfalterar**)
  Sidan på sandlådan, vilka värden på x som är giltiga. Det kan inte vara negativa värden, men 0 går ju bra till 10. Men är sidan 0 finns ingen sandlåda och är sidan 10 är det bara sandlåda så x är större än 0 men mindre än 10.

Eleven deltog även i gruppdiskussionen och bidrog med förklaringar och välgrundade argument, t.ex. på frågan om hur funktionsuttrycket påverkas om Jamila klipper bort 25 % varje gång. En annan elev sa att det blir 0,25 istället och då förklarade eleven som bedöms i detta exempel att:
Det borde bli 0,75 eftersom det visar det som är kvar, inte det som klipps bort, alltså $y = 100 \cdot 0{,}75^x$
och på frågan hur grafen påverkas beskrev eleven att:
Grafen blir planare. Det blir mer kvar .(Eleven skissar en godtagbar graf på pappret med grafer och funktionsuttryck.)

På frågan hur grafen ändras om bullarnas volym istället skulle öka med 10 milliliter varje kvart svarade eleven att:
Jag tror den kommer att bli en rät linje. Eleven svarade även på frågan hur funktionsuttrycket påverkas om sandlådan är en rektangel och dess ena sida alltid ska vara 4 meter med att:
Det skulle inte stå x^2 då utan $x \cdot 4$. Det enda man vet nu är att det är en kvadrat och att sidorna är lika och om sandlådan är en rektangel kan ju sidorna vara lika, men de behöver inte vara det.

Bedömning av elevexempel 3

	E	C	A
Metod och genomförande	Eleven kopplar ihop situation med graf eller funktionsuttryck med enkel motivering. +E_M Eleven anger storhet eller enhet för koordinataxlarna eller storhet och enhet för någon koordinataxel i något diagram. +E_B	Eleven justerar funktionsuttryck eller graf när situationen förändras. +C_M Eleven anger storhet och enhet för koordinataxlar eller anger godtagbart möjliga *x*-värden alternativt *y*-värden för någon funktion, t.ex. att ett decimaltal inte är möjligt eller att *x* måste vara större än 0. +C_B	Eleven justerar funktionsuttryck och graf när situationer förändras och beskriver justeringen utförligt. +A_M Eleven anger godtagbart definitionsmängd eller värdemängd för någon funktion utan hjälp av stödfråga. +A_B
Resonemang	Eleven för ett enkelt resonemang kring hur en situation stämmer överens med funktionsuttryck eller graf, t.ex. genom att ange en punkt utöver startvärdet eller hänvisa till storleken på ökning/minskning. +E_R Eleven bidrar med någon enkel kommentar vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. +E_R	Eleven för välgrundade resonemang kring hur en situation stämmer överens med funktionsuttryck eller graf, t.ex. genom att både ange punkter och hänvisa till storleken på ökning/minskning. +C_R Eleven bidrar med idéer och kommentarer vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. +C_R	Eleven för välgrundade och nyanserade matematiska resonemang om de förändrade situationerna eller funktionernas definitionsmängd eller värdemängd. +A_R Eleven bidrar med förklaringar eller välgrundade argument vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. +A_R
Kommunikation		Eleven uttrycker sig med viss säkerhet och använder ett relevant matematiskt språk. +C_K	Eleven uttrycker sig med säkerhet och använder ett relevant och korrekt matematiskt språk. +A_K

Kommentar: Eleven uttrycker sig med säkerhet och använder ett relevant matematiskt språk. Eleven bidrar med förklaringar i diskussioner och för nyanserade resonemang.

Kopieringsunderlag

Information till eleverna om det muntliga delprovet

Här följer en beskrivning av det muntliga delprovet som ingår i det nationella provet. Delprovet genomförs i grupper om 3–4 elever som sitter tillsammans med läraren.

- Det muntliga delprovet handlar om funktioner.
- Var och en av er kommer att få ta del av en verklig situation som ska kopplas till olika representationsformer.
- Läraren kommer att ställa både individuella frågor och frågor att diskutera i gruppen.
- Dina insatser under det muntliga delprovet bedöms efter i vilken grad du:
  - analyserar och tolkar de verkliga situationerna och olika representationsformer
  - för matematiska resonemang samt värderar och vidareutvecklar egna och andras resonemang
  - uttrycker dig i tal och använder ett matematiskt språk.

Tänk på att du har möjlighet att visa vad du kan vid din egen redovisning och i diskussionen efter kamraternas redovisningar. Dina insatser på detta delprov sammanställs med ett antal E-, C- och A-poäng. Resultatet på det muntliga delprovet räknas samman med resultaten på de skriftliga delproven.

Verkliga situationer



Kalle ska bli medlem i filmklubben. Medlemsavgiften är 100 kr och sedan kostar varje film 20 kronor att hyra.



Lisa ska pumpa ut vattnet från sitt akvarium som rymmer 100 liter. Vattnet pumpas ut med 20 liter per minut.



Jamila klipper bort hälften av ett pappersark upprepade gånger. Från början är pappersarkets area 100 dm^2.



Anna ska bygga ut sitt hus med ett kvadratiskt uterum. Från början är husets area 100 m^2.



Hasse planerar att lägga asfalt på en lekplats. På lekplatsen ska det också finnas en kvadratisk sandlåda. Lekplatsen är totalt 100 m^2 stor.



Mika bakar bullar och använder 100 ml deg per bulle. När degen jäser ökar volymen varje timme med 50 %.



Kalle ska bli medlem i filmklubben. Medlemsavgiften är 100 kr och sedan kostar varje film 20 kronor att hyra.



Lisa ska pumpa ut vattnet från sitt akvarium som rymmer 100 liter. Vattnet pumpas ut med 20 liter per minut.



Jamila klipper bort hälften av ett pappersark upprepade gånger. Från början är pappersarkets area 100 dm^2.



Anna ska bygga ut sitt hus med ett kvadratiskt uterum. Från början är husets area 100 m^2.



Hasse planerar att lägga asfalt på en lekplats. På lekplatsen ska det också finnas en kvadratisk sandlåda. Lekplatsen är totalt 100 m^2 stor.



Mika bakar bullar och använder 100 ml deg per bulle. När degen jäser ökar volymen varje timme med 50 %.



Kalle ska bli medlem i filmklubben. Medlemsavgiften är 100 kr och sedan kostar varje film 20 kronor att hyra.



Lisa ska pumpa ut vattnet från sitt akvarium som rymmer 100 liter. Vattnet pumpas ut med 20 liter per minut.



Jamila klipper bort hälften av ett pappersark upprepade gånger. Från början är pappersarkets area 100 dm^2.



Anna ska bygga ut sitt hus med ett kvadratiskt uterum. Från början är husets area 100 m^2.



Hasse planerar att lägga asfalt på en lekplats. På lekplatsen ska det också finnas en kvadratisk sandlåda. Lekplatsen är totalt 100 m^2 stor.



Mika bakar bullar och använder 100 ml deg per bulle. När degen jäser ökar volymen varje timme med 50 %.



Kalle ska bli medlem i filmklubben. Medlemsavgiften är 100 kr och sedan kostar varje film 20 kronor att hyra.



Lisa ska pumpa ut vattnet från sitt akvarium som rymmer 100 liter. Vattnet pumpas ut med 20 liter per minut.



Jamila klipper bort hälften av ett pappersark upprepade gånger. Från början är pappersarkets area 100 dm^2.



Anna ska bygga ut sitt hus med ett kvadratiskt uterum. Från början är husets area 100 m^2.

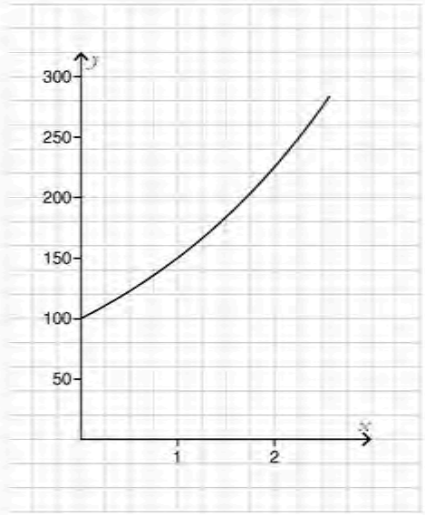


Hasse planerar att lägga asfalt på en lekplats. På lekplatsen ska det också finnas en kvadratisk sandlåda. Lekplatsen är totalt 100 m^2 stor.

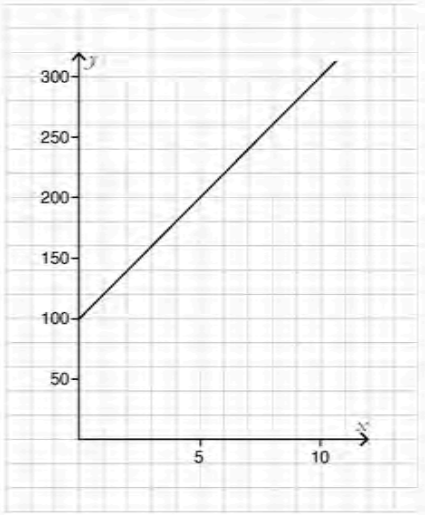


Mika bakar bullar och använder 100 ml deg per bulle. När degen jäser ökar volymen varje timme med 50 %.

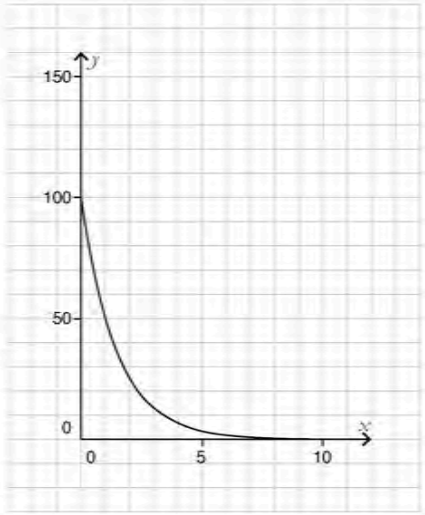
$y = 100 \cdot 1{,}5^x$



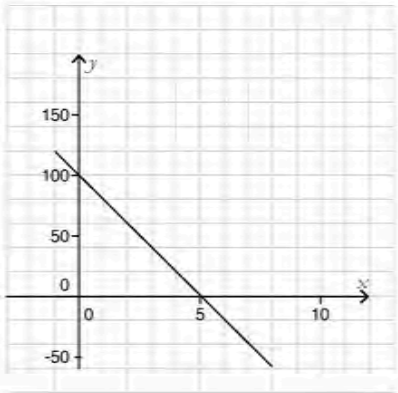
$y = 100 + 20x$



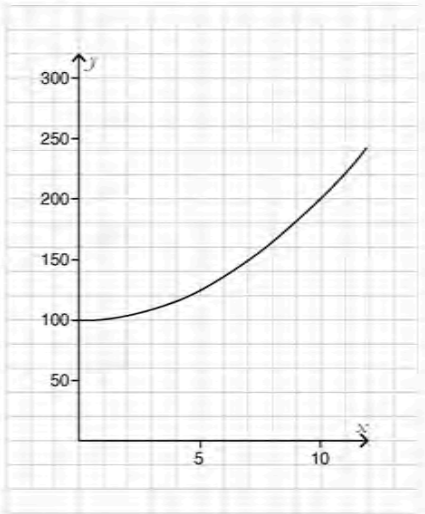
$y = 100 \cdot 0{,}5^x$



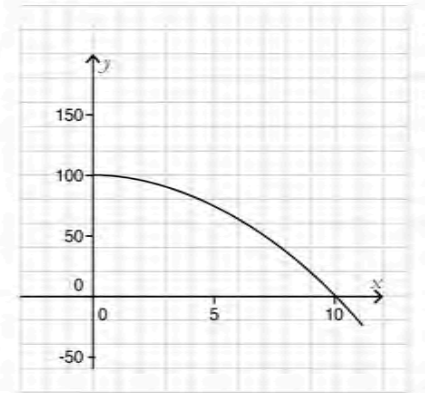
$y = 100 - 20x$



$y = 100 + x^2$



$y = 100 - x^2$



Förenklad bedömningsmatris

	E	C	A
Metod och genomförande	$+E_M$ $+E_B$	$+C_M$ $+C_B$	$+A_M$ $+A_B$
Resonemang	$+E_R$ $+E_R$	$+C_R$ $+C_R$	$+A_R$ $+A_R$
Kommunikation		$+C_K$	$+A_K$

	E	C	A
Metod och genomförande	$+E_M$ $+E_B$	$+C_M$ $+C_B$	$+A_M$ $+A_B$
Resonemang	$+E_R$ $+E_R$	$+C_R$ $+C_R$	$+A_R$ $+A_R$
Kommunikation		$+C_K$	$+A_K$

	E	C	A
Metod och genomförande	$+E_M$ $+E_B$	$+C_M$ $+C_B$	$+A_M$ $+A_B$
Resonemang	$+E_R$ $+E_R$	$+C_R$ $+C_R$	$+A_R$ $+A_R$
Kommunikation		$+C_K$	$+A_K$

	E	C	A
Metod och genomförande	$+E_M$ $+E_B$	$+C_M$ $+C_B$	$+A_M$ $+A_B$
Resonemang	$+E_R$ $+E_R$	$+C_R$ $+C_R$	$+A_R$ $+A_R$
Kommunikation		$+C_K$	$+A_K$

Kopieringsunderlag (engelsk översättning)

Information for students regarding the oral part of the test

Below is a description of the oral part of the national test. The test is conducted in groups of 3–4 students together with the teacher.

- The oral part of the test concerns functions.
- You will all be given a real situation that is to be connected to different representations.
- The teacher will ask both individual questions and questions to discuss in the group.
- Your performance during the oral part will be assessed according to to what extent you:
  - analyse and interpret the real situations and the different representations
  - reason mathematically, and assess and develop your reasoning and that of the others in the group
  - express yourself verbally and use mathematical language.

Remember that you have a chance to show what you know during your individual presentation as well as during other students' presentations. Your contribution in this part will be combined with a number of E, C and A points. The results of the oral part of the test are combined with the results of the written parts of the test.

Real situations



Kalle is going to join the film club. The membership fee is SEK 100 and then each film costs SEK 20 to rent.



Lisa is pumping the water out of her aquarium, which can hold 100 litres. The water is pumped out at a rate of 20 litres per minute.



Jamila cuts off half of a piece of paper a number of times. She starts with a piece of paper that has a surface area of 100 dm^2.



Anna is extending her house with the addition of a square conservatory. Initially, the house has an area of 100 m^2.



Hasse is planning on asphalting a playground. The playground is also going to include a square sandpit. The playground has a total area of 100 m^2.



Mika is baking rolls and is using 100 ml of dough per roll. When the dough rises, its volume increases by 50 % every hour.



Kalle is going to join the film club. The membership fee is SEK 100 and then each film costs SEK 20 to rent.



Lisa is pumping the water out of her aquarium, which can hold 100 litres. The water is pumped out at a rate of 20 litres per minute.



Jamila cuts off half of a piece of paper a number of times. She starts with a piece of paper that has a surface area of 100 dm^2.



Anna is extending her house with the addition of a square conservatory. Initially, the house has an area of 100 m^2.



Hasse is planning on asphalting a playground. The playground is also going to include a square sandpit. The playground has a total area of 100 m^2.



Mika is baking rolls and is using 100 ml of dough per roll. When the dough rises, its volume increases by 50 % every hour.



Kalle is going to join the film club. The membership fee is SEK 100 and then each film costs SEK 20 to rent.



Lisa is pumping the water out of her aquarium, which can hold 100 litres. The water is pumped out at a rate of 20 litres per minute.



Jamila cuts off half of a piece of paper a number of times. She starts with a piece of paper that has a surface area of 100 dm^2.



Anna is extending her house with the addition of a square conservatory. Initially, the house has an area of 100 m^2.



Hasse is planning on asphalting a playground. The playground is also going to include a square sandpit. The playground has a total area of 100 m^2.



Mika is baking rolls and is using 100 ml of dough per roll. When the dough rises, its volume increases by 50 % every hour.



Kalle is going to join the film club. The membership fee is SEK 100 and then each film costs SEK 20 to rent.



Lisa is pumping the water out of her aquarium, which can hold 100 litres. The water is pumped out at a rate of 20 litres per minute.



Jamila cuts off half of a piece of paper a number of times. She starts with a piece of paper that has a surface area of 100 dm^2.



Anna is extending her house with the addition of a square conservatory. Initially, the house has an area of 100 m^2.

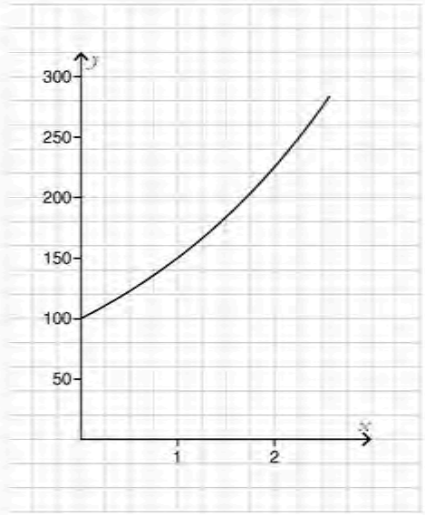


Hasse is planning on asphalting a playground. The playground is also going to include a square sandpit. The playground has a total area of 100 m^2.

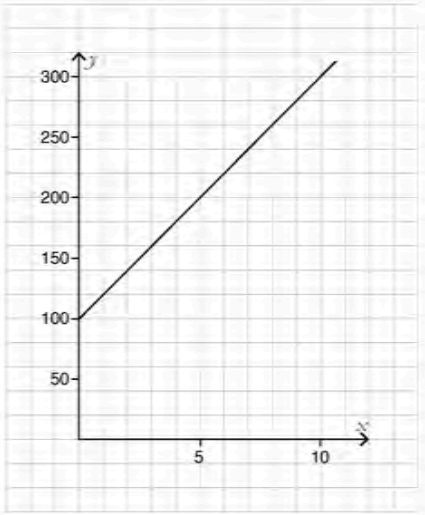


Mika is baking rolls and is using 100 ml of dough per roll. When the dough rises, its volume increases by 50 % every hour.

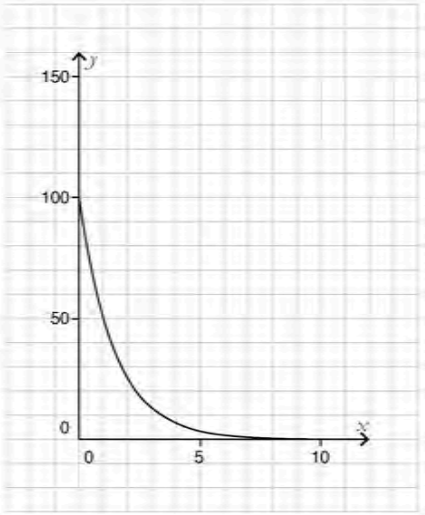
$y = 100 \cdot 1{,}5^x$



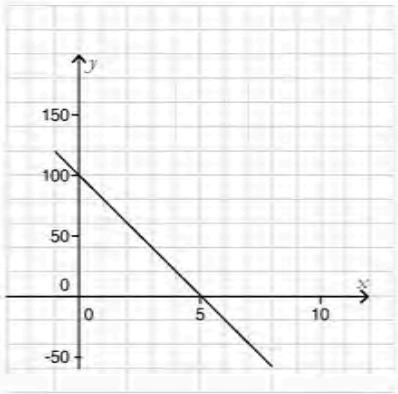
$y = 100 + 20x$



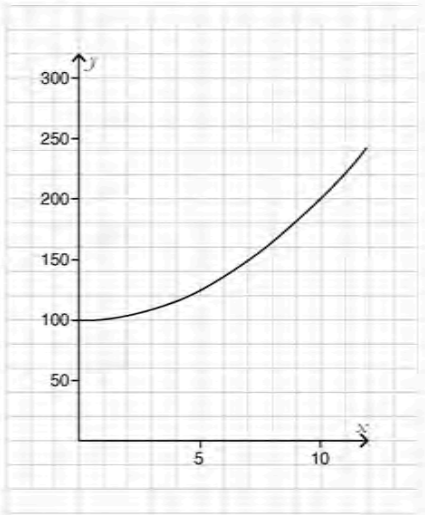
$y = 100 \cdot 0{,}5^x$



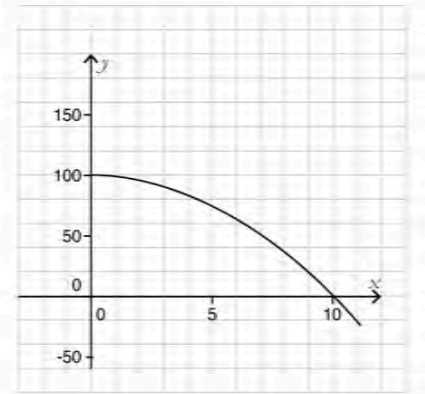
$y = 100 - 20x$



$y = 100 + x^2$



$y = 100 - x^2$



Förenklad bedömningsmatris

	E	C	A
Metod och genomförande	$+E_M$ $+E_B$	$+C_M$ $+C_B$	$+A_M$ $+A_B$
Resonemang	$+E_R$ $+E_R$	$+C_R$ $+C_R$	$+A_R$ $+A_R$
Kommunikation		$+C_K$	$+A_K$

	E	C	A
Metod och genomförande	$+E_M$ $+E_B$	$+C_M$ $+C_B$	$+A_M$ $+A_B$
Resonemang	$+E_R$ $+E_R$	$+C_R$ $+C_R$	$+A_R$ $+A_R$
Kommunikation		$+C_K$	$+A_K$

	E	C	A
Metod och genomförande	$+E_M$ $+E_B$	$+C_M$ $+C_B$	$+A_M$ $+A_B$
Resonemang	$+E_R$ $+E_R$	$+C_R$ $+C_R$	$+A_R$ $+A_R$
Kommunikation		$+C_K$	$+A_K$

	E	C	A
Metod och genomförande	$+E_M$ $+E_B$	$+C_M$ $+C_B$	$+A_M$ $+A_B$
Resonemang	$+E_R$ $+E_R$	$+C_R$ $+C_R$	$+A_R$ $+A_R$
Kommunikation		$+C_K$	$+A_K$

© Skolverket

PRIM gruppen