Ämnesprov, läsår 2017/2018

Matematik

Bedömningsanvisningar 2

Delprov B, C och D

Årskurs

9

Prov som återanvänds av Skolverket omfattas av sekretess
enligt **17 kap. 4 § offentlighets- och sekretesslagen.**
Detta prov återanvänds av Skolverket t.o.m. **2024-06-30.**

Skolverket

Kontaktuppgifter

Frågor om utformningen av och innehållet i provet i matematik i årskurs 9 kan ställas till följande personer vid PRIM-gruppen vid Stockholms universitet:

Provansvarig Anette Nydahl, tfn: 08-1207 6609
anette.nydahl@mnd.su.se

Provutvecklare Charlotte Nordberg, tfn: 08-1207 6498
charlotte.nordberg@mnd.su.se

Provutvecklare Niclas Evén, tfn: 08-1207 6527
niclas.even@mnd.su.se

Administratör Yvonne Emond, tfn: 08-1207 6575
yvonne.emond@mnd.su.se

Vetenskaplig ledare Astrid Pettersson
astrid.pettersson@mnd.su.se

Projektledare Maria Nordlund
maria.nordlund@mnd.su.se

Frågor om provets genomförande kan ställas till Skolverket på e-postadressen: nationellaprov@skolverket.se som besvarar frågan så snart som möjligt.

Nationella prov
Skolverket
106 20 Stockholm

Frågor om inrapportering av provresultat till PRIM-gruppen skickas till e-post: insamling@prim-gruppen.se

Frågor om beställningar och utskick av provmaterialet kan ställas till tryckeriet:

Exakta Print, tfn: 040-685 51 10
np.bestallning@exakta.se

Innehållsförteckning

Inledning **4**
Läsanvisning 4

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet **5**
Sammanställning av elevresultat 6
Sammanställning till ett provbetyg 6

2. Bedömningsanvisningar **7**
Instruktioner för bedömning av delprov B 8
Instruktioner för bedömning av delprov C 10
Instruktioner för bedömning av delprov D 11

3. Exempel på bedömda elevlösningar **14**
Bedömda elevlösningar till delprov C 14
Bedömda elevlösningar till delprov D 28

4. Instruktioner för sammanställning till ett provbetyg **44**
Sammanställningen till ett provbetyg i samband med provet i matematik i årskurs 9 44

5. Instruktioner för inrapportering av provresultat **46**
Insamling 1 46
Insamling 2 46

6. Kopieringsunderlag och webbmaterial **48**
Övrigt webbmaterial 48
Formulär för sammanställning av elevresultat 49
Förmågeprofil 51

Inledning

På uppdrag av regeringen ansvarar Skolverket för samtliga nationella prov. Syftet med de nationella proven är i huvudsak att

- stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning
- ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå.

De nationella proven kan också bidra till

- att konkretisera kurs- och ämnesplanerna
- en ökad måluppfyllelse för eleverna.

Det är rektorn som ansvarar för organisationen omkring provet på skolan och för att leda och fördela arbetet.

Läsanvisning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik i årskurs 9. Häftet består av 6 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma elevernas prestationer på delprov B–D (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanställningen till ett provbetyg (kapitel 4). De två avslutande kapitlen innehåller instruktioner för inrapportering av provresultat (kapitel 5) samt kopieringsunderlag och hänvisningar till webbmaterial (kapitel 6).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet

Bedömningsanvisningarna bygger på att olika aspekter i elevens lösning bedöms. Dessa aspekter är kopplade till förmågorna. I bedömningsanvisningarna anges vad som krävs för varje poäng. Uppgiftens innehåll och elevlösningarnas kvalitet har bedömts utifrån kursplanen och kunskapskraven. De olika uppgifterna har kategoriserats och olika lösningar till dessa har analyserats. Sedan har svaret, lösningen eller dellösningen poängsatts med kvalitativa förmågepoäng och markerats med vilken huvudsaklig förmåga som främst avses att prövas, t.ex. indikerar C_B begrepp på C-nivå.

Bedömningen görs på liknande sätt för samtliga uppgifter, men bedömningsanvisningarna för de olika delproven är skrivna något olika. För delprov B och D anges endast poäng medan för delprov C är bedömningen skriven i matrisform.

Som hjälp vid sammanställningen av bedömningen finns det möjlighet att, på PRIM-gruppens webbplats, mata in elevens erhållna poäng för att få en mer detaljerad sammanställning över elevens resultat i en förmågeprofil. Den finns också som kopieringsunderlag ”Förmågeprofil” i detta häfte. Förmågeprofilen kan ge en bild över elevens förmågespridning på ämnesprovet och kan användas för att ge återkoppling till elev/vårdnadshavare.

Exempel på en ifylld förmågeprofil

I förmågeprofilen på nästa sida presenteras ett exempel på en elevs erhållna förmågepoäng. Då det enbart är den huvudsakliga förmågan som ger poäng i uppgiften, kan eleven i uppgiften visa ytterligare förmågor som inte visas i bedömningsanvisningen. Förmågorna går in i varandra och har beröringspunkter, vilket innebär att eleverna kan ha visat fler eller andra förmågor än den huvudsakliga som är markerad i bedömningsanvisningarna och i förmågesammanställningen.

Förmågeprofil

Det nationella provet i matematik i årskurs 9, 2017/2018 Namn:_____

Delprov		E	C	A
Problemlösning	A		M	M
	B	10c	10b	10d
	C	20	20	20
	D	22 26 27 28	24b 25b 28	25b 29 30 31
Begrepp	A	M		
	B	1 5 6 8 11	8 11 12 13 14 15	11 19
	C			
	D	23b 25b	30	
Metod	A	M	M	M
	B	2 3 4 7a 7b 10a	9 16 17	18
	C	20	20	20
	D	21 23a 24a 25a 26	27 29 31	28 29 31
Matematiska resonemang	A	M M	M M	M M
	B			
	C	20	20	20
	D	21 23c	23c 24b	
Kommunikation	A	M	M	M
	B			
	C	20	20	20
	D	21 22 24a 25a	24b 26 27 28	27
Poängsumma		34 (38)	17 (32)	2 (21)

Beteckningarna i rutorna anger uppgiftsnummer och M muntligt delprov. Varje ruta motsvarar en poäng.

Kravgränser

	Provbetyg E	Provbetyg D	Provbetyg C	Provbetyg B	Provbetyg A
Totalkrav	Minst 22 poäng	Minst 37 poäng	Minst 50 poäng	Minst 65 poäng	Minst 75 poäng
Nivåkrav		Minst 10 poäng på lägst nivå C	Minst 18 poäng på lägst nivå C	Minst 6 poäng på nivå A	Minst 11 poäng på nivå A

Provbetyget i exemplet ovan blir C då totalsumman är 53 poäng varav 17 poäng är på C-nivå och 2 poäng är på A-nivå.

Sammanställning av elevresultat

När eleven har genomfört de olika delproven noteras resultaten i ”Formulär för sammanställning av elevresultat” som finns i kapitel 6. Syftet med formuläret är att underlätta för läraren att sammanställa elevens resultat. Det kan också användas vid samtal med eleven om provresultatet.

Sammanställning till ett provbetyg

När samtliga delprov är genomförda ska resultaten summeras till ett provbetyg. Resultaten från det muntliga delprovet, som har noterats i formuläret ”Formulär för sammanställning av elevresultat på delprov A” i häftet *Bedömningsanvisningar 1*, ska då summeras med resultaten på de övriga delprov som har genomförts under vårterminen. Information om hur summeringen går till finns i kapitel 4.

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur delprov B–D ska bedömas.

Numreringen av uppgifterna är löpande genom delprov B–D och maxpoängen är utsatt vid respektive uppgift.

I bedömningsanvisningarna beskrivs vad en lösning ska innehålla för att poäng ska ges. I bedömningsanvisningarna beskrivs även vilka delar i en lösning som ger delpoäng. För uppgifter där endast svar krävs bedöms endast svaret.

Med formuleringen korrekt svar menas ett elevsvar som är likvärdigt eller identiskt med det svar som finns angivet i bedömningsanvisningen. I de fall där flera svarsalternativ finns angivna är detta för att olika svar kan anses korrekta eller för att ge exempel på svar som är likvärdiga.

Med godtagbart svar menas ett svar som är likvärdigt ett korrekt svar eller att svaret finns inom ett givet intervall.

Med ”Påbörjad lösning, t.ex. …” menas att den påbörjade lösningen ska vara relevant och kunna leda framåt. De exempel som ges är vanliga men det kan också finnas fler sätt att påbörja en relevant lösning av uppgiften.

Med ordet ”dessutom” i bedömningsanvisningarna menas att poängen kan ges endast om den föregående poängen erhållits.

Då enheten är given i frågan eller inte har så stor betydelse för svaret står den inom parentes, t.ex. 2,5 (km). Enheten krävs då inte för att poäng ska ges. När enheten har betydelse för svaret står den inte inom parentes, t.ex. 9 000 cm^2; 90 dm^2. Då krävs enheten för att poäng för det korrekta svaret ska ges.

Ett mindre avskrivningsfel kan leda till att elevsvaret avviker utan att uppgiftens svårighetsgrad påverkas. Svaret (som ska vara rimligt) kan då anses vara godtagbart och poäng kan ges.

I uppgifter där flera poäng delas ut kan poängsättningen se ut på olika sätt. I de flesta uppgifter bygger poängen på varandra, dvs. att den andra poängen kan fås om den första erhållits. I vissa uppgifter kan poäng ges oberoende av varandra.

I uppgifter som ska redovisas krävs tydlig redovisning av korrekt tankegång med godtagbart svar eller slutsats för att maxpoäng ska ges. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och strukturerad på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Korrekt metod eller förklaring till hur uppgiften kan lösas kan ge poäng även om det därefter följer en felaktighet, t.ex. räknefel.

Som stöd till bedömningsanvisningarna i delprov B–D finns bedömda och kommenterade elevlösningar till vissa uppgifter.

Instruktioner för bedömning av delprov B

Delprov B består av uppgifter där endast svar ska anges.

1.	**2 504 000** Korrekt svar.	**(1/0/0)** $+E_B$
2.	**30 (%)** Korrekt svar.	**(1/0/0)** $+E_M$
3.	**−4** Korrekt svar.	**(1/0/0)** $+E_M$
4.	**18 (sätt)** Korrekt svar.	**(1/0/0)** $+E_M$
5.	**60 (°)** Korrekt svar.	**(1/0/0)** $+E_B$
6.	**160 (elever)** Korrekt svar.	**(1/0/0)** $+E_B$
7. a)	**0,06** Korrekt svar.	**(1/0/0)** $+E_M$
b)	**1,1** Korrekt svar.	**(1/0/0)** $+E_M$
8.	 Minst två korrekt ritade symmetrilinjer och högst en felaktigt ritad symmetrilinje. Tre korrekt ritade symmetrilinjer och ingen felaktig.	**(1/1/0)** $+E_B$ $+C_B$
9.	$\frac{1}{12}$ Korrekt svar.	**(0/1/0)** $+C_M$
10. a)	**25** Korrekt svar.	**(1/0/0)** $+E_M$
b)	n^2; $n \cdot n$ Korrekt svar.	**(0/1/0)** $+C_P$
c)	**16** Korrekt svar.	**(1/0/0)** $+E_P$
d)	$(n-1)^2$ **eller motsvarande** Korrekt svar.	**(0/0/1)** $+A_P$
11.	 En korrekt markerad pil. Två korrekt markerade pilar. Tre korrekt markerade pilar. Kommentar: Pilen för $\sqrt{26}$ ska markeras strax efter 5. $9 \cdot 10^{-1}$ ska markeras strax före 1.	**(1/1/1)** $+E_B$ $+C_B$ $+A_B$

12.	**Selmas sportdryck** Korrekt alternativ markerat.	**(0/1/0)** $+C_B$
13.	n^2 Korrekt svar.	**(0/1/0)** $+C_B$
14.	**60** (°) Korrekt svar.	**(0/1/0)** $+C_B$
15.	$3t = s$ Korrekt alternativ markerat.	**(0/1/0)** $+C_B$
16.	$\frac{7-5}{5\cdot 7}$ Korrekt alternativ markerat.	**(0/1/0)** $+C_M$
17.	**40** Korrekt svar.	**(0/1/0)** $+C_M$
18.	**2** Korrekt svar.	**(0/0/1)** $+A_M$
19.	**Ekvation med samma *k*-värde men annat *m*-värde** Korrekt svar (t.ex. $y = 5x + 1$, $y = 5x$, $y = 5x - 3$).	**(0/0/1)** $+A_B$

Instruktioner för bedömning av delprov C

Bedömningsmatrisen följer i stort sett uppgiften kronologiskt och visar den kvalitativa progressionen inom de olika förmågorna. Kommunikationsförmågan bedöms på uppgiften som helhet. Som stöd för tolkningen av bedömningsmatrisen finns bedömda och kommenterade elevlösningar. Exemplen på de bedömda elevlösningarna är sorterade efter det antal poäng de fått.

Bedömningsmatris till uppgift 20 **(4/4/4)**

	E	C	A
Metod *Kvaliteten på de metoder och strategier som eleven använder.* *Hur väl eleven genomför procedurer och beräkningar.*	Skapar någon aritmetisk talföljd och beräknar summorna (I b eller II a). $+E_M$	Genomför undersökningen med egen vald differens och beräknar skillnaden mellan summorna (II b). $+C_M$	Uttrycker en aritmetisk talföljd algebraiskt, t.ex. använder variabeln *a* men anger differensen med tal *eller* påbörjar en generell lösning med två variabler. $+A_M$
Problemlösning och Resonemang *Hur väl eleven tolkar resultat och drar slutsatser.* *Kvaliteten på elevens analyser, slutsatser och reflektioner och andra former av matematiska resonemang.*	Visar att skillnaden mellan summorna för någon av talföljderna är 20 respektive 12 (I c eller II a). $+E_P$ Beskriver att skillnaden mellan summorna varierar i talföljder med olika differens. $+E_R$	Drar slutsatsen att skillnaden mellan summorna är 4 gånger talföljdens differens. $+C_R$ Visar med minst tre talföljder, med olika differens, att sambandet 4 gånger talföljdens differens stämmer. $+C_P$	Visar algebraiskt med två variabler att sambandet gäller. $+A_R$ $+A_P$
Kommunikation *Kvaliteten på elevens redovisning.* *Hur väl eleven använder matematiska uttrycksformer (språk och representation).*	Redovisningen är begriplig och möjlig att följa och omfattar en mindre del av uppgiften. $+E_K$	Redovisningen är lätt att följa och det matematiska språket är acceptabelt och omfattar större delen av uppgiften. $+C_K$	Redovisningen är välstrukturerad och tydlig med relevant matematiskt språk och terminologi i alla delar. Utvecklar och redovisar dessutom förenklingar eller använder parenteser korrekt. $+A_K$

Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 14–27.

Instruktioner för bedömning av delprov D

Delprov D består av uppgifter där det krävs redovisning. För några deluppgifter krävs inte redovisning, de är markerade med *Endast svar krävs*. Som stöd till bedömningsanvisningarna finns bedömda elevlösningar till vissa uppgifter.

21.	**Ja, det stämmer**	**(3/0/0)**
	Påbörjad lösning, t.ex. bestämmer priset för 1 liter vatten på flaska.	$+E_M$
	Korrekt slutsats med någon underbyggnad.	$+E_R$
	Redovisar beräkning för kostnaden av samma mängd kranvatten som vatten på flaska.	$+E_K$
	Elevlösningar s. 28	
22.	**0,4; 40 % eller motsvarande**	**(2/0/0)**
	Beräknar antalet burkar av någon färg *eller* bestämmer förhållandet mellan antalet röda och gula burkar.	$+E_P$
	Redovisad lösning med korrekt svar.	$+E_K$
	Elevlösningar s. 29	
23. a)	**160 (TWh)**	**(1/0/0)**
	Korrekt svar.	$+E_M$
b)	**34 (%)**	**(1/0/0)**
	Svar i intervallet 32–36 %.	$+E_B$
c)	**Adam har fel**	**(1/1/0)**
	Påbörjar resonemang eller beräkningar där andelen i procent relateras till den totala elproduktionen för något land.	$+E_R$
	Underbygger en korrekt slutsats med resonemang och/eller beräkningar som hanterar båda ländernas elproduktion.	$+C_R$
	Elevlösningar s. 30	
24. a)	**102 (kg)**	**(2/0/0)**
	Påbörjad lösning, t.ex. beräknar mängden slängd mat per dag.	$+E_M$
	Redovisad lösning med korrekt svar.	$+E_K$
b)	**Ja, pengarna räcker**	**(0/3/0)**
	Påbörjad lösning som hanterar någon mängd mat som slängs, t.ex. beräknar hur många portioner 2 500 kg motsvarar.	$+C_P$
	Jämför kostnaden för teaterbesöket med de insparade pengarna och drar korrekt slutsats.	$+C_R$
	Redovisad lösning som är lätt att följa.	$+C_K$
	Elevlösningar s. 31	

25. a)	**2,5 (km)**	**(2/0/0)**
	Visar metod för beräkning av medelvärde.	$+E_M$
	Redovisad lösning med korrekt svar.	$+E_K$
b)	**Ena dagens värde är 2,2 (km) eller lägre och summan av båda värdena är 6,4 (km);** **Ena dagens värde är 4,2 (km) eller högre och summan av båda värdena är 6,4 (km).**	**(1/1/1)**
	Visar kunskap om medelvärde genom att redovisa beräkning av total sträcka för veckans sju dagar *eller* visar kunskap om median genom att t.ex. ange värden så att medianen bibehålls.	$+E_B$
	Ger minst ett förslag för de två dagarna där medianen bibehålls och summan är 6,4 km samt underbygger med resonemang och/eller beräkningar för både medianen och summan av de två värdena.*	$+C_P$
	Löser problemet och ger korrekt svar som är underbyggt med resonemang och/eller beräkningar.	$+A_P$
	**Poängen kan ges även med följdfel från a-uppgiften.*	
	Elevlösningar s. 32–33	
26.	**2 700 (kr)**	**(2/1/0)**
	Påbörjad lösning där det framgår att timkostnaden är densamma för båda alternativen, t.ex. med graf eller beräkningar.	$+E_P$
	Använder en fungerande metod för att bestämma kostnaden för ljudanläggningen *eller* verifierar korrekta värden.	$+E_M$
	Redovisad lösning som är lätt att följa och svaret är korrekt.	$+C_K$
	Elevlösningar s. 34–35	
27.	**3,2 (m^3)**	**(1/2/1)**
	Beräknar basytans diameter/radie *eller* beräknar någon volym godtagbart med en radie som kan vara felaktigt bestämd.	$+E_P$
	Beräknar volymen för halvklotet eller cylindern utifrån en godtagbart beräknad radie *eller* beräknar volymen för hela behållaren med en radie som kan vara felaktigt bestämd.	$+C_M$
	Redovisar volymberäkningar med godtagbar radie och svar i intervallet 3–3,6 m^3.	$+C_K$
	Välstrukturerad redovisning med korrekt matematiskt språk. Lämpliga avrundningar för problemet och svaret är godtagbart.	$+A_K$
	Elevlösningar s. 36–37	
28.	**36 (burkar)**	**(1/2/1)**
	Påbörjad lösning som hanterar antalet burkar och flaskor, t.ex. anger en variabel och tecknar minst två algebraiska uttryck eller påbörjar prövning.	$+E_P$
	Tecknar korrekta uttryck med hänsyn till panten *eller* löser ekvation med några korrekta uttryck *eller* verifierar att antalet burkar och flaskor stämmer.	$+C_P$
	Redovisar hur antalet burkar har bestämts och svaret är korrekt.	$+C_K$
	Löser dessutom problemet med algebraisk metod.	$+A_M$
	Elevlösningar s. 38–39	

29.	**Ca 4 (jordklot)** Beräknar arean som jordens befolkning skulle behöva *eller* visar något relevant enhetsbyte. Redovisar lösning av problemet och ger ett godtagbart svar. Genomför dessutom beräkningar med tal i potensform och redovisningen är välstrukturerad med korrekt matematiskt språk. *Elevlösningar s. 40*	**(0/1/2)** +C_M +A_P +A_M
30.	**37,5 (°)** Påbörjad lösning, t.ex. visar att vinkel *y* är 60°. Redovisad lösning med korrekt svar. *Elevlösningar s. 41*	**(0/1/1)** +C_B +A_P
31.	**9000 cm²; 90 dm²; 0,9 m²** Påbörjad lösning, t.ex. tecknar Pythagoras sats med en obekant. Bestämmer sidans längd med beräkningar eller prövning och beräknar panelens area godtagbart. Löser uppgiften genom att beräkna en sidas längd med generell metod där förhållandet mellan sidorna används. *Elevlösningar s. 42–43*	**(0/1/2)** +C_M +A_P +A_M

3. Exempel på bedömda elevlösningar

Bedömda elevlösningar till delprov C

Max (4/4/4)

Elevlösning 1

Uppgift I

a)

Talföljd A	3	8	13	18
Talföljd B	27	32	37	42
Talföljd C	31	36	41	46

b)

Talföljd	**Summa 1** Tal 1 + Tal 2 = Summa 1	**Summa 2** Tal 3 + Tal 4 = Summa 2
A	3 + 8 = 11	13 + 18 = 31
B	27 + 32 = 59	37 + 42 = 79
C	31 + 36 = 67	41 + 46 = 87

c) I alla talföljder är differensen 5 så varje gång ska man plussa med 5 för att få det andra talet.

Uppgift II

a) 9 12 15 18
25 28 31 34
57 60 63 66
Det blir samma sak som uppg. Ia-c men skillnaden är differensen. I uppg. I var differensen 5 och nu är den 3.

b) 6 10 14 18
13 17 21 25
30 34 38 42
Ibland får man samma tal med olika differens men det beror på vilket tal man väljer. Jag tror att det finns en ekvation för det också.

c) $a^{+5}\ f^{+5}\ k^{+5}\ p$
$a^{+3}\ d^{+3}\ g^{+3}\ j$
$a^{+4}\ e^{+4}\ i^{+4}\ m$

Bedömning till elevlösning 1

	E	C	A	Poäng
Metod	E_M			1/0/0
Problemlösning och Resonemang				0/0/0
Kommunikation	E_K			1/0/0
Summa				2/0/0

Kommentar:
E_P och E_R: Poäng ges inte. Beskriver inte skillnaden mellan summorna eller att skillnaden mellan summorna varierar i de olika talföljderna.

Elevlösning 2

Uppgift I

a)

Talföljd A	3	8	13	18
Talföljd B	27	22	17	12
Talföljd C	30	35	40	45

b)

Talföljd	**Summa 1** Tal 1 + Tal 2 = Summa 1	**Summa 2** Tal 3 + Tal 4 = Summa 2
A	3 + 8 = 11	13 + 18 = 31
B	27 + 22 = 49	17 + 12 = 29
C	30 + 35 = 65	40 + 45 = 85

c)
31 - 11 = 20
49 - 29 = 20
85 - 65 = 20

Uppgift II

a)
Talföljd A: 3 6 9 12
" B: 21 24 27 30
" C: 43 40 37 34

Summa 1
3 + 6 = 9
21 + 24 = 45
43 + 40 = 83

Summa 2
9 + 12 = 21
27 + 30 = 57
37 + 34 = 71

21 - 9 = 12
57 - 45 = 12
83 - 71 = 12

b)

c)
Skillnaden mellan summorna blir densamma.
Hur långt jag än fortsätter så skulle det bli samma svar.

Bedömning till elevlösning 2

	E	C	A	Poäng
Metod	E_M			1/0/0
Problemlösning och Resonemang	E_P			1/0/0
Kommunikation	E_K			1/0/0
Summa				3/0/0

Kommentar:
E_M: Eleven har skapat en talföljd som minskar i stället för ökar i talföljd C vilket också ger en aritmetisk talföljd. Det har ingen betydelse då skillnaden mellan summorna beräknas.

E_R: Poäng ges inte. Tolkar och beskriver inte att skillnaderna varierar med olika differenser.

Elevlösning 3

Uppgift I

a)

Talföljd A	3	8	13	18
Talföljd B	27	32	37	42
Talföljd C	−4	1	6	11

b)

Talföljd	**Summa 1** Tal 1 + Tal 2 = Summa 1	**Summa 2** Tal 3 + Tal 4 = Summa 2
A	3 + 8 = 11	13 + 18 = 31
B	27 + 32 = 59	37 + 42 = 79
C	4 + 1 = −3	6 + 11 = 17

c) I A och B så slutar summan på samma tal (1 och 9). C blev inte så.

Uppgift II

a) 3 6 9 12 3+6=9 9+12=21
7 10 13 16 7+10=17 13+16=29
123 126 129 132 123+126=249 129+132=261
Inte alls samma resultat.

b) −4 −9 −14 −19 −4+−9=−13 −14+−19=−33
27 22 17 12 27+22=49 17+12=29
Inget riktigt samband.

c) a + (a+b) (a+b+b) + (a+b+b+b)
2a+b 2a+5b
Hittar inget samband.

Bedömning till elevlösning 3

	E	C	A	Poäng
Metod	E_M		A_M	1/0/1
Problemlösning och Resonemang				0/0/0
Kommunikation	E_K			1/0/0
Summa				2/0/1

Kommentar:
A_M: Påbörjar en generell lösning.

C_M: Poäng ges inte. Beräknar egen vald differens men beräknar inte skillnaden mellan summorna.

Elevlösning 4

Uppgift I

a)

Talföljd A	3	8	13	18
Talföljd B	27	32	37	42
Talföljd C	66	71	76	81

b)

Talföljd	**Summa 1** Tal 1 + Tal 2 = Summa 1	**Summa 2** Tal 3 + Tal 4 = Summa 2
A	3 + 8 = 11	13 + 18 = 31
B	27 + 32 = 59	37 + 42 = 79
C	66 + 71 = 137	76 + 81 = 157

c) Skillnaden är att det alltid är 20 tal ifrån summa 1 och 2.

Uppgift II

a)

Talföljd A: 5 8 11 14 5+8=13 11+14=25
" B: 30 33 36 39 30+33=63 36+39=75
" C: 57 60 63 66 57+60=117 63+66=129

Det är alltid 12 mellan de olika summorna och de slutar aldrig på samma siffra.

b) 10 som differens

Talföljd A: 10 20 30 40 10+20=30 30+40=70
" B: 25 35 45 55 25+35=60 45+55=100
" C: 37 47 57 67 37+47=84 57+67=124

Alla har alltid 40 mellan och slutar på samma siffra som summan bredvid.

c) Vad det än är för tal, kommer det alltid att vara lika mycket mellan summa 1 och 2. Det är för att ex. 7 är differensen i hela talföljden och då blir det alltid lika mycket mellan talen ex.

7 ↑7 14 ↑7 21 ↑7 28

Då blir det alltid lika mycket mellan summorna eftersom det är samma differens.

Bedömning till elevlösning 4

	E	C	A	Poäng
Metod	E_M	C_M		1/1/0
Problemlösning och Resonemang	E_P E_R			2/0/0
Kommunikation	E_K	C_K		1/1/0
Summa				4/2/0

Kommentar:
E_R: För resonemanget som är beskrivet för E_R-poängen i sista deluppgiften.

För elevlösning 5–9 publiceras inte uppgift I a–b. De har alla redovisat korrekta talföljder.

Elevlösning 5

Uppgift I

c)
31 − 11 = 20
79 − 59 = 20
239 − 219 = 20
Alla får en differens på 20.

Uppgift II

a)
A: 3 6 9 12
B: 21 24 27 30
C: 42 45 48 51

Summa 1
3 + 6 = 9
21 + 24 = 45
42 + 45 = 87

Summa 2
9 + 12 = 21
27 + 30 = 57
48 + 51 = 99

21 − 9 = 12
57 − 45 = 12
99 − 87 = 12
Alla får en differens på 12.

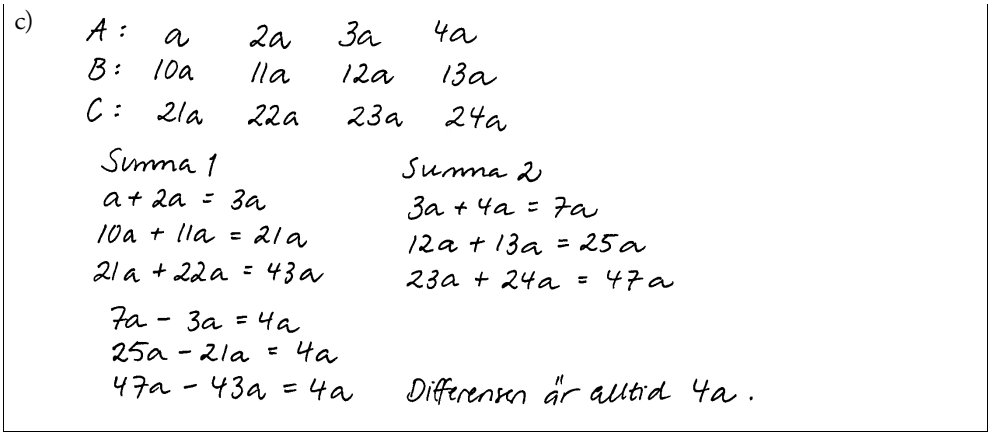
b)
Differens: 7
A: 7 14 21 28
B: 33 40 47 54
C: 61 68 75 82

Summa 1
7 + 14 = 21
33 + 40 = 73
61 + 68 = 129

Summa 2
21 + 28 = 49
47 + 54 = 101
75 + 82 = 157

49 − 21 = 28
101 − 73 = 28
157 − 129 = 28
Alla får en differens på 28.

c)



Bedömning till elevlösning 5

	E	C	A	Poäng
Metod	E_M	C_M		1/1/0
Problemlösning och Resonemang	E_P E_R	C_R C_P		2/2/0
Kommunikation	E_K	C_K		1/1/0
Summa				4/4/0

Kommentar:
C_R + C_P: Undersöker flera talföljder med olika differens och drar slutsatsen att skillnaden är 4 gånger talföljdens differens.

A_M och A_R + A_P: Poäng ges inte. Elevlösningen visar i talföljd A en talföljd som börjar på *a* och där differensen också är *a*. Sambandet visas inte för aritmetiska talföljder som börjar på *a* och har en annan differens än *a*. Talföljd B och C är också aritmetiska talföljder men börjar inte på *a*.

För elevlösning 5–9 publiceras inte uppgift I a–b. De har alla redovisat korrekta talföljder.

Elevlösning 6

Uppgift I

c) Summa 1 är alltid 20 större än summa 2 (fast trärt om) om man följer en talföljd på 5.

Summa 2 = summa 1 + 4 · differensen

Uppgift II

a)

A: 3 6 9 12
B: 15 18 21 24
C: 45 48 51 54

Summa 1	Summa 2
3+6=9	9+12=21
15+18=33	21+24=45
45+48=93	51+54=105

Skillnaden mellan summorna 1 och 2 är alltid samma, i detta tillfälle 12.

b)

Differens 10

A: 10 20 30 40
B: 8 18 28 38
C: 4 14 24 34

Summa 1	Summa 2
10+20=30	30+40=70
8+18=26	28+38=66
4+14=18	24+34=58

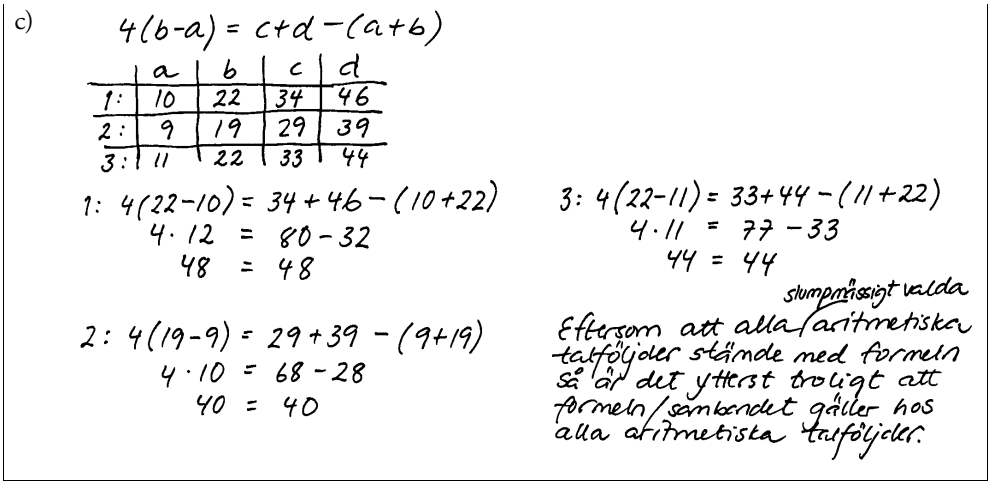
Här är skillnaden 40.

Differens 7

A: 7 14 21 28
B: 3 10 17 24
C: 27 34 41 48

Summa 1	Summa 2
3+14=21	21+28=49
3+10=13	17+24=41
27+34=61	41+48=89

Skillnaden är 28.



Bedömning till elevlösning 6

	E	C	A	Poäng
Metod	E_M	C_M		1/1/0
Problemlösning och Resonemang	E_P E_R	C_R C_P		2/2/0
Kommunikation	E_K	C_K		1/1/0
Summa				4/4/0

Kommentar:
C_R: Drar slutsatsen att skillnaden mellan summorna är 4 gånger talföljdens differens i uppgift I c.

A_M: Poäng ges inte. Använder bokstäver för att uttrycka talen men beskriver inte relationen mellan talen algebraiskt.

För elevlösning 5–9 publiceras inte uppgift I a–b. De har alla redovisat korrekta talföljder.

Elevlösning 7

Uppgift I

c) A : 31 − 11 = 20
B : 79 − 59 = 20
C : 5 − (−15) = 20

Differensen mellan varje tal = 5.
Eftersom detta är 4 tal man jämför så kommer differensen bli :
(differensen mellan två tal i följd) • 4
I detta fall; 5 · 4 = 20

Uppgift II

a) A: 0 3 6 9
B: 15 18 21 24
C: 2 5 8 11

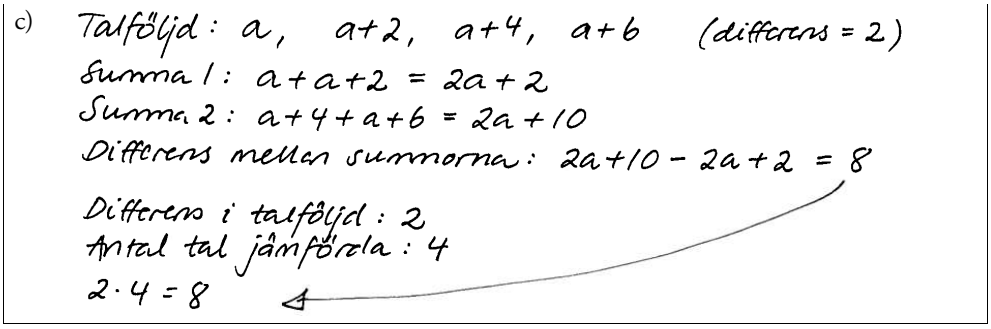
A: 0+3 = 3 6+9 = 15 15−3 = 12
B: 15+18 = 33 21+24 = 45 45−33 = 12
C: 2+5 = 7 8+11 = 19 19−7 = 12

Differensen mellan varje summa är nu 12.
12 = 3 · 4
↙ Differensen mellan två tal i följd
↘ Antal tal man jämför.

b) A: 0 4 8 12 (diff = 4)
B: 0 6 12 18 (diff = 6)
C: 0 10 20 30 (diff = 10)

A: 0+4 = 4 8+12 = 20 20−4 = 16
B: 0+6 = 6 12+18 = 30 30−6 = 24
C: 0+10 = 10 20+30 = 50 50−10 = 40

Differensen mellan summan av 2 tal i följd kommer alltid att vara följande:
differensen i talföljden • antal tal man jämför



Bedömning till elevlösning 7

	E	C	A	Poäng
Metod	E_M	C_M	A_M	1/1/1
Problemlösning och Resonemang	E_P E_R	C_R C_P		2/2/0
Kommunikation	E_K	C_K	A_K	1/1/1
Summa				4/4/2

Kommentar:
C_R och C_P: Slutsatsen att differensen beror på antalet tal i talföljden stämmer då undersökningen utgår från fyra tal i talföljden. (Slutsatsen skulle dock inte stämma om det hade varit fler tal i talföljden.)

A_M: Uttrycker talföljden algebraiskt med variabeln *a* och anger differensen med tal.

A_K: Parenteser är inte utsatta, men beräkningarna hanteras som om de vore det.

För elevlösning 5–9 publiceras inte uppgift I a–b. De har alla redovisat korrekta talföljder.

Elevlösning 8

Uppgift I

c) Skillnaden mellan summorna är alltid 20.

Uppgift II

a)

	Summa 1	Summa 2
7 10 13 16	7+10=17	13+16=29
12 15 18 21	12+15=27	18+21=39
3 6 9 12	3+6=9	9+12=21

Skillnaden mellan summa 1 och summa 2 blir alltid 12 när man använder differensen 3 i den aritmetiska talföljden.

Oavsett vilken differens man väljer att använda, kommer skillnaden mellan summa 1 och summa 2 bli 4 gånger större än differensen i den aritmetiska talföljden.

b)

					Summa 1	Summa 2
(+2)	7	9	11	13	7+9=16	11+13=24
(+5)	5	10	15	20	5+10=15	15+20=35
(+6)	6	12	18	24	6+12=18	18+24=42

c) a $a+b$ $a+2b$ $a+3b$

Summa 1
$a+a+b = 2a+b$

Summa 2
$a+2b+a+3b = 2a+5b$

b är differensen i den aritmetiska talföljden. Om man jämför summa 1 med summa 2 ser man att det skiljer 4b, vilket betyder att skillnaden mellan summa 1 och summa 2 är 4 gånger större än differensen. Så ja, mitt samband stämmer och gäller för alla aritmetiska talföljder.

Bedömning till elevlösning 8

	E	C	A	Poäng
Metod	E_M	C_M	A_M	1/1/1
Problemlösning och Resonemang	E_P E_R	C_R C_P	$A_R + A_P$	2/2/2
Kommunikation	E_K	C_K	A_K	1/1/1
Summa				4/4/4

Kommentar:
$A_R + A_P$: Visar med hjälp av två variabler och ett retoriskt resonemang att skillnaden mellan summorna är 4 gånger differensen.

A_K: Redovisningen är tydlig och strukturerad även om det matematiska språket är knapphändigt i uppgift II c.

För elevlösning 5–9 publiceras inte uppgift I a–b. De har alla redovisat korrekta talföljder.

Elevlösning 9

Uppgift I

c)
31 − 11 = 20
79 − 59 = 20
27 − 7 = 20
Differensen mellan Summa 1 och Summa 2 är alltid 20.

Uppgift II

a)
1 4 7 10
1+4=5 7+10=17
17 − 5 = 12

35 38 41 44
35+38=73 41+44=85
85 − 73 = 12

2 5 8 11
2+5=7 8+11=19
19 − 7 = 12

Svar: Differensen blir här alltid 12.

b)
(+7)
1 8 15 22
1+8=9 15+22=37
37 − 9 = 28

(+12)
12 24 36 48
12+24=36 36+48=84
84 − 36 = 48

12 19 26 33
12+19=31 26+33=59
59 − 31 = 28

6 18 30 42
6+18=24 30+42=72
72 − 24 = 48

Differensen mellan de båda summorna blir alltid differensen mellan talen multiplicerat med 4.

c) $a \quad a+b \quad a+2b \quad a+3b$

$(a+2b+a+3b)-(a+a+b) = 4b$

$(2a+5b)-(2a+b) = 4b$

$2a+5b-2a-b = 4b$

$5b-b = 4b$

$4b = 4b$

Då differensen i en aritmetisk talföljd med 4 tal uttrycks som b kan man uttrycka differensen mellan summorna av de två första samt de två sista talen som 4b.

Bedömning till elevlösning 9

	E	C	A	Poäng
Metod	E_M	C_M	A_M	1/1/1
Problemlösning och Resonemang	E_P E_R	C_R C_P	$A_R + A_P$	2/2/2
Kommunikation	E_K	C_K	A_K	1/1/1
Summa				4/4/4

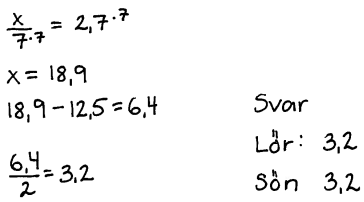
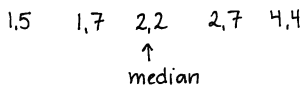
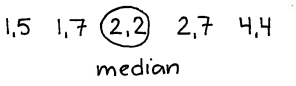
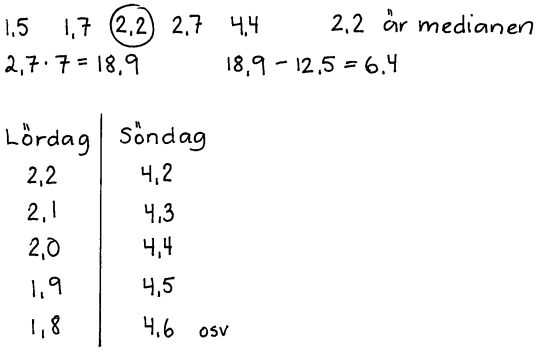
Bedömda elevlösningar till delprov D

Bedömda elevlösningar till uppgift 21	**Max 3/0/0**
Elevlösning 1 20 kr för 1 liter vattenflaska 0,04 kr för 1 liter kranvatten Kommentar: Bestämmer priset för en liter vatten på flaska men gör ingen jämförelse.	1/0/0 E_M
Elevlösning 2 Det är inte 500 gånger dyrare utan det är mer eftersom $0{,}04 \cdot 500 = 20$ inte 15. Kommentar: Påbörjar lösningen genom att beräkna priset för kranvatten om det är 500 gånger dyrare men jämför inte med literpriset för vatten på flaska.	1/0/0 E_M
Elevlösning 3 Kran = 0,04/liter flaska = 20 kr/litern $0{,}04 \cdot 500 = 20$ kr stämmer Kommentar: Redovisar inte hur 20 kr/liter har bestämts.	2/0/0 E_M E_R
Elevlösning 4 $\frac{15}{0{,}75} = 20 = 20$ kr/liter $0{,}04 \cdot 500 = 20$ kr/liter Svar: Ja, det stämmer eftersom	3/0/0 E_M E_R E_K

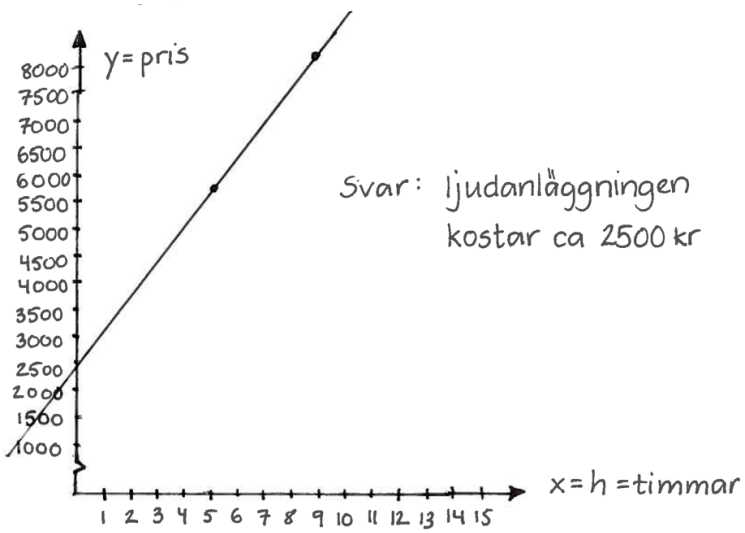
Bedömda elevlösningar till uppgift 22	**Max 2/0/0**
Elevlösning 1 $\frac{60}{2} = 30$ $30-6=24$ $30+6=36$ Sannolikheten för att hon först tar en gul burk är $\frac{24}{60}$ Kommentar: Beräknar antalet burkar av vardera sort och anger korrekt sannolikhet.	2/0/0 E_P E_K
Elevlösning 2 $\frac{60}{12} = 5$ av 5 burkar finns det 1 mer röd burk än gul burk 3 av 5 är alltså röda burkar och 2 av 5 är gula burkar. Sannolikheten att hon tar en gul burk först är $\frac{2}{5}$, alltså 0,4 Kommentar: Bestämmer förhållandet mellan antalet röda och gula burkar. Använder detta för att beräkna sannolikheten.	2/0/0 E_P E_K
Elevlösning 3 x är antalet gula burkar $2x+12=60$ $2x=48$ $x=24$ antalet gula burkar: 24 antalet röda burkar: $24+12=36$ sannolikheten för att det är en gul burk: $\frac{24}{60}=0,4=40\%$	2/0/0 E_P E_K

Bedömda elevlösningar till uppgift 23 c	**Max 1/1/0**
Elevlösning 1 Nej, han har fel för enligt beräkningarna så har Estland använt 91 % från värmekraften medans Sverige bara 8%. Kommentar: Jämför andelen i procent men relaterar inte till den totala elproduktionen.	0/0/0
Elevlösning 2 Sverige producerade 10% värmekraft och Estland producerade över 90% med värmekraft men Estlands totala elproduktion är bara 10. Kommentar: För ett knapphändigt resonemang som relaterar andelen i procent till den totala elproduktionen för ett av länderna.	1/0/0 E_R
Elevlösning 3 Adam har fel. Sveriges totala elproduktion är mycket högre än Estlands Sverige: 160 TWh Estland: 10 TWh Att Estland har högre procent värmekraft än Sverige betyder inte att de producerar mer el. Estland har en mycket mindre elproduktion än Sverige. Kommentar: Relaterar andelen i procent till total elproduktion för båda länderna men resonemanget är inte tillräckligt underbyggt med argument eller beräkningar.	1/0/0 E_R
Elevlösning 4 9 % av 160 TWh = 14,4 TWh 92 % av 10 TWh = 9,2 TWh Kommentar: Relaterar andel till helhet för båda länderna men drar inte någon slutsats.	1/0/0 E_R
Elevlösning 5 10% alltså 16 TWh av Sveriges elproduktion kom från värmekraft. Estland producerar bara 10 TWh el under 2015. Adam har alltså fel eftersom att om det skulle stämma så skulle mer än Estlands hela elproduktion bestå av värmekraft. Kommentar: För ett underbyggt resonemang om att Sveriges elproduktion från värmekraft överstiger Estlands totala elproduktion.	1/1/0 E_R C_R

Bedömda elevlösningar till uppgift 24 b	**Max 0/3/0**
Elevlösning 1 Mängden mat som slängs på ett skolår: $102 \cdot 35 = 3570$ kg $3570 - 2500 = 1070$ kg Kommentar: Använder svaret från a-uppgiften för att beräkna mängden mat som slängs under ett läsår efter minskning med 2 500 kg.	0/1/0 C_P
Elevlösning 2 2500 kg – 8333 portioner – 83330 kr Teaterbiljetter: $680 \cdot 120 = 81600$ kr Svar: Pengarna kommer att räcka till teaterbesöket. Kommentar: Löser problemet men redovisar inte hur 8 333 portioner har beräknats.	0/2/0 C_P C_R
Elevlösning 3 2500 kg = 2500000 g $\quad \frac{2500000}{300} \approx 8333,3$ $8333,3 \cdot 10 = 83333$ kr sparar 83333 kr Teaterbesök: $680 \cdot 120 = 81600$ $83333 > 81600$ Svar: Pengarna man sparar räcker till teaterbesöket.	0/3/0 C_P C_R C_K
Elevlösning 4 $102 \cdot 35 = 3570$ kg slängs på ett läsår $\frac{3570000}{300}$ g = 11900 portioner slängs $11900 \cdot 10 = 119000$ kr kostar de $3570 - 2500 = 1070$ kg kommer slängas $\frac{1070000}{300} \approx 3566,67$ portioner slängs $3566,67 \cdot 10 \approx 35666,7$ kr kostar de $119000 - 35666,7 \approx 83333,3$ kr som man sparar $680 \cdot 120 = 81600$ kr kostar teaterbesöket Svar: Ja, eftersom de har samlat in mer än vad det kostar.	0/3/0 C_P C_R C_K

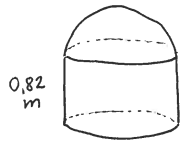
Bedömda elevlösningar till uppgift 25 b	**Max 1/1/1**
Elevlösning 1  Kommentar: Beräknar totala sträckan och ger ett förslag med summan 6,4 km utan hänsyn till att medianen ska vara densamma.	1/0/0 EB
Elevlösning 2  2,2 km är medianen hela veckan. Det måste alltså vara två tal, ena mindre än 2,2 och andra större än 2,2. Kommentar: Tar hänsyn till medianen men inte till summan i sin lösning.	1/0/0 EB
Elevlösning 3  $2{,}7\cdot7 = 18{,}9$ total distans under veckan $18{,}9 - 1{,}5 - 4{,}4 - 2{,}7 - 2{,}2 - 1{,}7 = 6{,}4$ km distans sprungen under helgen För att medianen ska vara densamma måste Kim springa kortare än 2,2 km en dag och längre än 2,2 km den andra dagen tex 1,6 km på lördagen och $6{,}4 - 1{,}6 = 4{,}8$ km på söndagen. Kommentar: Ger ett korrekt förslag för de två dagarna och underbygger med beräkningar. I resonemanget utesluts inte värden mellan 2,2 och 4,2 för den andra dagen, därför ges inte AP.	1/1/0 EB CP
Elevlösning 4  Kommentar: Ger flera förslag för de två dagarna. Redovisar med systematik där de två gränsvärdena framgår och visar att det finns fler förslag.	1/1/1 EB CP AP

Elevlösning 5	1/1/1 E_B C_P A_P
sträckan Kim sprang mån-fre: 12,5 km sträckan Kim sprang mån-sön: $2,7 \cdot 7 = 18,9$ km sträckan Kim sprang lör-sön: $18,9 - 12,5 = 6,4$ km mån-fre median: 1,5 1,7 (2,2) 2,7 4,4 en av lördag måste Kim ha sprungit kortare än 2,2 km och på den andra längre för att ha kvar medianen. Kim kan ha sprungit 0,1-2,2 km på lördag och 4,2-6,3 km på söndag eller tvärtom. De två dagarna måste dock alltid ha summan 6,4km Kommentar: Löser problemet underbyggt med resonemang och beräkningar samt svarar med ett för situationen godtagbart intervall.	
Elevlösning 6	1/1/1 E_B C_P A_P
5 dagar median 2,2 7 dagar median 2,2 7 dagar medelvärde 2,7 $\frac{x}{7} = 2,7$ $x = 18,9$ Lördag-Söndag: $18,9 - 12,5 = 6,4$ $6,4 - 2,2 = 4,2$ Svar: En dag kan Kim ha sprungit från 4,2 km till 6,4 km och den andra dagen från 2,2 km till 0km.	

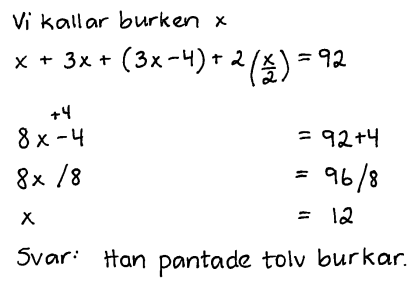
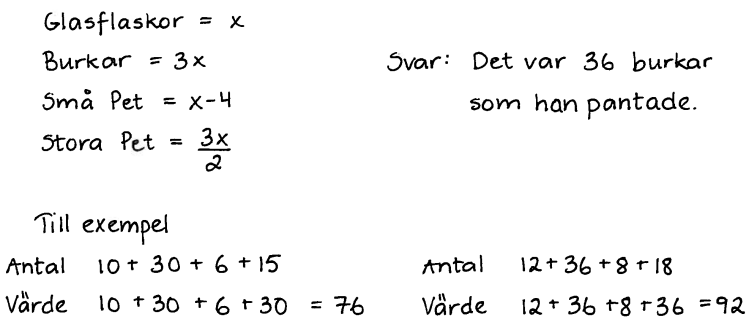
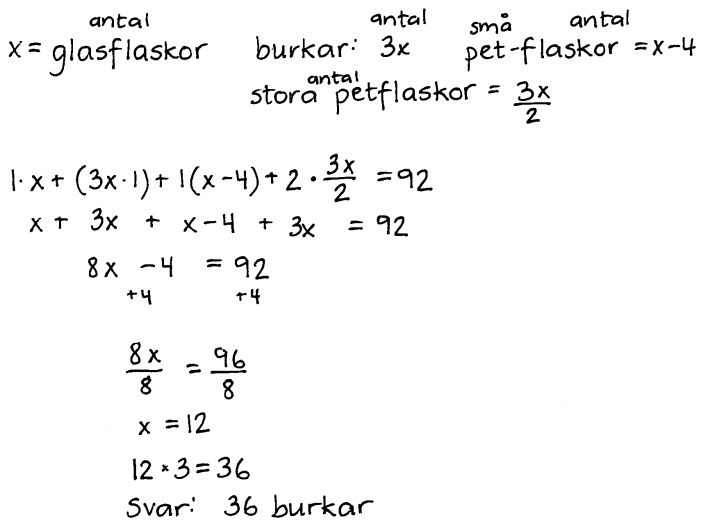
Bedömda elevlösningar till uppgift 26	**Max 2/1/0**
Elevlösning 1 9-5 =4 8550 -5950 =2600 2600/4 =650 Svar: 650 kr Kommentar: Beräknar timkostnaden för DJ.	1/0/0 E_P
Elevlösning 2 650 kr i timmen 650 · 5 = 3250 5950 - 3250 = 2700 Svar: Ljudanläggningen kostar 2700 kr Kommentar: Bestämmer kostnaden för ljudanläggning och använder att timkostnaden är densamma i sin lösning. Det framgår dock inte hur 650 kr/h har beräknats.	2/0/0 E_P E_M
Elevlösning 3  Kommentar: Bestämmer kostnaden utifrån grafen men värdet blir inte korrekt då *y*-axeln har för låg noggrannhet i graderingen.	2/0/0 E_P E_M

Elevlösning 4	2/1/0 E_P E_M C_K
5 tim = 5950 kr 9 tim = 8550 kr 1 timme ≈ under 1000 kr Testar 1 tim = 150 kr 5 tim = 150 · 5 = 750 kr 9 tim = 150 · 9 = 1350 1 tim = 700 kr 5 tim = 700 · 5 = 3500 9 tim = 700 · 9 = 6300 5950 − 3500 = 2450 8550 − 6300 = 2250 1 tim = 650 kr DJ: 5 tim = 650 · 5 = 3250; 9 tim = 650 · 9 = 5850 Ljud anl: 5950 − 3250 = 2700; 8550 − 5850 = 2700 Svar: Ljudanläggningen kostar 2700 kr Kommentar: Redovisar sin prövning och svaret är korrekt.	
Elevlösning 5	2/1/0 E_P E_M C_K
8550 − 5950 = 2600 2600 ÷ 4 = 650 kr/h 5950 − 650 · 5 = 2700 kr	

Bedömda elevlösningar till uppgift 27	**Max 1/2/1**
Elevlösning 1 $r = 5,4/2 = 2,7$ $B = 3,14 \cdot 2,7 \cdot 2,7 = 22,89$ $V = 22,89 \cdot 0,82 = 18,8$ Svar: $18,8\ m^3$ Kommentar: Beräknar cylinderns volym men utgår från att diametern är 5,4 m.	1/0/0 E_P
Elevlösning 2 Cylinder volym $V = B \cdot h$ $B = \pi \cdot r^2$ $B \approx 3,14 \cdot 2,7^2$ $B = 3,14 \cdot 7,29$ $B \approx 23\ m^2$ $V = 23 \cdot 0,82$ $V \approx 19\ m^3$ Klot volym $V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$ $V \approx \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 2,7^3}{3}$ $V = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 19,68}{3}$ $V \approx \frac{247}{3}$ $V \approx 82\ m^3$ Halvklot = $\div 2$ $82/2 = 41\ m^3$ $19 + 41 = 60\ m^3$ Kommentar: Visar beräkningar för hela behållaren men utgår från att diametern är 5,4 m.	1/1/0 E_P C_M
Elevlösning 3 $\frac{5,4}{3,14} = 1,7197452 \approx 1,7$ $\frac{1,7}{2} = 0,85\ m$ $\frac{4 \cdot \pi \cdot 0,85^3}{3} = 2,571 \approx 2,6$ $\frac{2,6}{2} = 1,3$ Halvklotets volym = 1,3 Kommentar: Beräknar radien och volymen för halvklotet godtagbart.	1/1/0 E_P C_M
Elevlösning 4 $5,4/3,14 \approx 1,7\ m$ $1,7/2 = 0,85 = r$ $3,14 \cdot 0,85^2 \approx 2,3\ m^2$ $2,3 \cdot 0,82 = 1,886\ m^3$ $4 \cdot 3,14 \cdot 0,85^2 \approx 9,1$ $\frac{9,1}{3} \approx 3$ $\frac{3}{2} = 1,5\ m^3$ $1,886 + 1,5 \approx 3,4$ Kommentar: Beräknar radien och volymen för cylindern godtagbart. Formeln för beräkning av halvklotets volym är inte korrekt använd även om svaret är inom intervallet.	1/1/0 E_P C_M

Elevlösning 5  Radie = 0,85 m Diameter = 1,7 m Omkrets 5,4m $O = \pi \cdot d$ $5,4 / 3,14 \approx 1,72$ Cylinder { Basarean = $\pi \cdot r \cdot r \approx 2,27$; Volym = $2,27 \cdot 0,82 \approx 1,9$ ½ klot Volym = $\frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{6} = 1,28$ Hela volymen = $1,28\,m^3 + 1,9\,m^3 = 3,18m^3$ Kommentar: Hanterar inte avrundningar på lämpligt sätt.	1/2/0 E_P C_M C_K
Elevlösning 6 Omkrets = 5,4 m $\frac{5,4m}{3,14} \approx 1,72$ $\frac{1,72}{2} = 0,86$ Radien = 0,86 m $0,86m \cdot 0,86m \cdot 3,14 = 2,322\,m^2$ Area = $2,322\,m^2$ $2,322\,m^2 \cdot 0,82m = 1,904\,m^3 \approx 1,9\,m^3$ $\frac{0,86^3 \cdot 3,14 \cdot 4}{3} \approx 2,662\,m^3$ $\frac{2,662\,m^3}{2} = 1,331\,m^3$ $1,9\,m^3 + 1,33\,m^3 = 3,23\,m^3$ Kommentar: Redovisar lösning av problemet med lämpliga avrundningar i sina beräkningar. Svaret är godtagbart.	1/2/1 E_P C_M C_K A_K

Bedömda elevlösningar till uppgift 28	**Max 1/2/1**
Elevlösning 1 30 burkar + 10 glasflaskor + 6 små pet + 15 stora pet = 76 kr 60 burkar + 20 glas + 16 små pet + 30 stora pet = 156 kr 33 burkar + 11 glas + 7 små pet + 17 stora pet = Kommentar: Påbörjar prövning och hanterar antalet flaskor och burkar.	1/0/0 E_P
Elevlösning 2 36 burkar $12 \cdot 3 = 36$ $92 - 36 = 56$ $\frac{36}{2} = 18$ 18 stora PET-flaskor blir 36 kr. $56 - 36 = 20$ $20 - 12 = 8$ Svar: 36 burkar 12 glasflaskor 8 små PET-flaskor 18 stora PET-flaskor Kommentar: Utgår från 36 burkar och verifierar att det stämmer. Redovisar inte hur 36 har bestämts.	1/1/0 E_P C_P
Elevlösning 3 $3 \cdot x$ = burkar x = glasflaskor $x - 4$ = små pet $1{,}5 \cdot x$ = stora pet $(3 \cdot x) + (x - 4) + (1{,}5 \cdot x) + x = 92$ $3x + x - 4 + 1{,}5x + x = 92$ $6{,}5x \overset{+4}{-} 4 = 92 \overset{+4}{}$ $6{,}5x = 96$ $\frac{96}{6{,}5} \approx 15$ $x = 15$ $3 \cdot 15 = 45$ Svar: 45 st Kommentar: Löser ekvation med några korrekta uttryck men tar inte hänsyn till panten.	1/1/0 E_P C_P

Elevlösning 4  Kommentar: Anger en variabel och tecknar uttryck där panten hanteras och uttrycket för stora petflaskor stämmer. Uttrycket för glasflaskor är fel vilket ger ett följdfel i uttrycket för små petflaskor. Förhållandet mellan glasflaskor och små petflaskor stämmer dock. Löser ekvationen korrekt.	1/1/0 E_P C_P
Elevlösning 5  Kommentar: Anger en variabel och tecknar uttryck för antalet flaskor och burkar. Redovisar prövning och svaret är korrekt.	1/2/0 E_P C_P C_K
Elevlösning 6  Kommentar: Redovisar hur antalet burkar har beräknats och svaret är korrekt. Löser dessutom problemet med ekvation.	1/2/1 E_P C_P C_K A_M

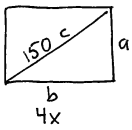
Bedömda elevlösningar till uppgift 29	**Max 0/1/2**
Elevlösning 1 $6,9 \cdot (7,5 \cdot 10^9) = 5,175 \cdot 10^{10}$ $5,175 \cdot 10^{10}$ ha/pers $(5,175 \cdot 10^{10}) \cdot 100 = 5,175 \cdot 10^{12}$ Kommentar: Beräknar arean som jordens befolkning skulle behöva. Enhetsbytet är felaktigt.	0/1/0 C_M
Elevlösning 2 Jordens befolkning $= 7,5 \cdot 10^9 = 7500000000 = 7,5$ miljarder $6,9 \cdot 7,5$ miljarder $= 51750000000$ ha 51750000000 ha $= 517500000$ km^2 Jordklotets yta $= 1,3 \cdot 10^3$ km^2 $= 130000000$ km^2 $130000000 + 130000000 = 260000000$ $260000000 + 260000000 = 520000000$ Svar: 4 jordklot Kommentar: Redovisar lösning av problemet och svaret är godtagbart.	0/1/1 C_M A_P
Elevlösning 3 Jordens yta $= 1,3 \cdot 10^8$ km^2 $= 13\,000\,0000$ $0.069 \cdot 7,5 \cdot 10^9 = 517\,500\,000$ $\frac{517\,500\,000}{13\,000\,0000} \approx 4$ st jordklot $(\approx 3,98)$ Svar: ca 4st jordklot (3,98)	0/1/1 C_M A_P
Elevlösning 4 $7,5 \cdot 10^9 \cdot 6,9 = 75 \cdot 69 \cdot 10^7$ ha $= 75 \cdot 69 \cdot 10^5$ km^2 $\Rightarrow \frac{75 \cdot 69 \cdot 10^5}{1,3 \cdot 10^8} = \frac{5175 \cdot 10^5}{13 \cdot 10^7} \approx \frac{398 \cdot 10^5}{10^7} = 3,98$ ≈ 4 jordklot Kommentar: Genomför beräkningar med tal i potensform och redovisningen är välstrukturerad med korrekt matematiskt språk.	0/1/2 C_M A_P A_M

Bedömda elevlösningar till uppgift 30	**Max 0/1/1**
Elevlösning 1 x : y 5 : 8 Det får plats 6 st y Kommentar: Visar förhållandet som ges i uppgiften men relaterar inte *y* till 360°.	0/0/0
Elevlösning 2 $y = \frac{360}{6} = 60^\circ$ $x = \frac{360}{12} = 30^\circ$	0/1/0 C_B
Elevlösning 3 $y = \frac{360}{6} = 60$ $y = 60$ 5 : 8 8 motsvarar 60 $\frac{60}{8} = 7{,}5$ $7{,}5 \cdot 5 = 37{,}5$	0/1/1 C_B A_P
Elevlösning 4 x : y 5 : 8 $8 \cdot 6 = 48$ $\frac{48}{5} = 9{,}6$ $\frac{360}{9{,}6} = 37{,}5^\circ$ Kommentar: Utgår från förhållandet mellan de olika cirkelbågarnas längder och löser uppgiften.	0/1/1 C_B A_P
Elevlösning 5 $\frac{360}{6} = 60^\circ$ $y = 60^\circ$ $\frac{5}{8} = 0{,}625$ $0{,}625 \cdot 60 = 37{,}5^\circ$ $x = 37{,}5^\circ$ och $y = 60^\circ$	0/1/1 C_B A_P

Bedömda elevlösningar till uppgift 31	**Max 0/1/2**
Elevlösning 1 Längden av 1 kvadratisk solcell = x $a^2 + b^2 = c^2$ $2x^2 + 4x^2 = 150^2$ $6x^2 = 22500$ $\frac{6x^2}{6} = \frac{22500}{6}$ $x^2 = 3750$ $x = \sqrt{3750}$ $x \approx 61{,}24$ $A = b \cdot h = (4x) \cdot (2x) = (4 \cdot 61{,}24) \cdot (2 \cdot 61{,}24) =$ $= 244{,}96 \cdot 122{,}48 \approx 30\,003\,cm^2$ Kommentar: Tecknar Pythagoras sats med en obekant och korrekt förhållande mellan sidorna. Kvadrerar inte koefficienterna.	0/1/0 CM
Elevlösning 2 $(2x)^2 + x^2 = 150^2$ $\quad 4x^2 + x^2 = 22500$ $5x^2 = 22500$ $\quad 5x = \sqrt{22500}$ $5x = 150$ $\quad x = 30$ $\quad$ 1 solcell = 30 cm lång Kontroll: $30 \cdot 4 = 120$ $\quad 30 \cdot 2 = 60$ $120^2 + 60^2 = 14400 + 3600 = 18000$ FEL 1 solcell $< \frac{150}{4}$ Kommentar: Tecknar ekvation med en obekant där x betecknar längden för två celler. Ekvationen är felaktigt löst.	0/1/0 CM
Elevlösning 3 $62^2 + y^2 = 150^2$ $3844 + y^2 = 22500$ $3844 - 3844 + y^2 = 22500 - 3844$ $y^2 = 18656$ $y = \sqrt{18656} \approx 137$ $72^2 + y^2 = 150^2$ $5184 - 5184 + y^2 = 22500 - 5184$ $y^2 = 17316$ $y = \sqrt{17316} \approx 132$ $67^2 + y^2 = 22500$ $67^2 - 67^2 + y^2 = 22500 - 67^2$ $y^2 = 18011$ $y = \sqrt{18011} \approx 134$ $67^2 + 134^2 = 150^2$ $\quad 134 \cdot 67 = 8978\,cm^2$ Kommentar: Bestämmer sidans längd genom prövning som redovisas och beräknar arean godtagbart.	0/1/1 CM AP

Elevlösning 4	0/1/2 C_M A_P A_M

Pythagoras sats = $a^2 + b^2 = c^2$



$c = 150\,cm$ $\quad c^2 = 22\,500\,cm^2$

$a = 2x\,cm$ $\quad a^2 = 4x\,cm^2$

$b = 4x\,cm$ $\quad b^2 = 16x\,cm$

$4x^2 + 16x^2 = 22\,500$

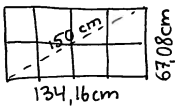
$20x^2 = 22\,500$

$\frac{22\,500}{20} = x^2$

$x^2 = 1125\,cm^2$

$\sqrt{1125} = x$

$x \approx 33{,}54$



$4499{,}7\,cm^2$

$17998{,}9\,cm^2$

$17998{,}9 + 4499{,}7 = 22498{,}6 \approx 22500$

Det stämmer!

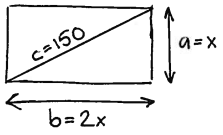
En kvadrat har sidan 33,54cm, detta innebär att arean av en kvadrat är $= a^2 = 33{,}54^2 = 1124{,}9316\,cm^2$

$1124{,}9316 \cdot 8 = 8999{,}4528 \approx 8999\,cm^2$ för hela solpanelen.

Kommentar: Använder Pythagoras sats och löser ekvationen korrekt. Arean är godtagbart beräknad.

Elevlösning 5	0/1/2 C_M A_P A_M

8 kvadrater



$a = x$ $\quad b = 2x$

Pythagoras sats: $a^2 + b^2 = c^2$

$(x)^2 + (2x)^2 = 150^2$

$x^2 + 4x^2 = 150^2$

$5x^2 = 22500$

$x^2 = 4500$

$x = \sqrt{4500}$

Area: $b \cdot h = A$

$b = x = \sqrt{4500}$

$h = 2x = 2\sqrt{4500}$

$2x \cdot x = A$

$2 \cdot \sqrt{4500} \cdot \sqrt{4500} = A$

$9000 = 2 \cdot 4500 = A$

Svar: $9000\,cm^2$

4. Instruktioner för sammanställning till ett provbetyg

För att kunna ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven nås på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå summeras resultaten till ett provbetyg för varje elev som genomför samtliga delprov. Detta görs i de årskurser där betyg ges. Provbetyget gör det bland annat möjligt att göra resultatjämförelser mellan kommuner och skolor.

Sammanställningen till ett provbetyg är en rent teknisk konstruktion och den sker enligt olika modeller för olika ämnen.

Sammanställningen till ett provbetyg i samband med provet i matematik i årskurs 9

I provet ges ett provbetyg. Provbetyget ges endast då samtliga delprov genomförts och för provet som helhet. Det finns krav på både kvalitet (E-, C- och A-poäng) och bredd (totalpoäng) för ett visst provbetyg. Däremot anges inte krav på ett visst antal poäng per förmåga. Det beror på att provet genomförs under en begränsad tid och med ett begränsat omfång. I provet finns det inte tillräckligt antal poäng per förmåga för att kunna göra en tillräckligt mätsäker bedömning. Då det enbart är den huvudsakliga förmågan som ger poäng i uppgiften, kan eleven i uppgiften visa ytterligare förmågor som inte visas i bedömningsanvisningen.

Tabell. Kravgränser för provbetyget i matematik i årskurs 9

	Provbetyg E	Provbetyg D	Provbetyg C	Provbetyg B	Provbetyg A
Totalkrav	Minst 22 poäng	Minst 37 poäng	Minst 50 poäng	Minst 65 poäng	Minst 75 poäng
Nivåkrav		Minst 10 poäng på lägst nivå C	Minst 18 poäng på lägst nivå C	Minst 6 poäng på nivå A	Minst 11 poäng på nivå A

Maxpoäng

Detta prov kan ge maximalt 91 poäng fördelade på 38 E-poäng, 32 C-poäng och 21 A-poäng.

Provbetyget E

För att få provbetyget E ska eleven ha erhållit minst 22 poäng.

Provbetyget D

För att få provbetyget D ska eleven ha erhållit minst 37 poäng varav minst 10 poäng på lägst nivå C, dvs. antalet C-poäng och antalet A-poäng ska tillsammans vara minst 10.

Provbetyget C

För att få provbetyget C ska eleven ha erhållit minst 50 poäng varav minst 18 poäng på lägst nivå C, dvs. antalet C-poäng och antalet A-poäng ska tillsammans vara minst 18.

Provbetyget B
För att få provbetyget B ska eleven ha erhållit minst 65 poäng varav minst 6 poäng på nivå A.

Provbetyget A
För att få provbetyget A ska eleven ha erhållit minst 75 poäng varav minst 11 poäng på nivå A.

Resultaten på provet i relation till slutbetyget

De nationella proven ska användas för att bedöma elevernas kunskaper i förhållande till kursplanens kunskapskrav. De ska även användas som stöd för betygssättningen. Provresultaten är således en del av betygsunderlaget inför betygssättningen tillsammans med det övriga underlag som läraren har samlat in under läsåret.

Resultaten från provet i matematik ger läraren en möjlighet att urskilja hur eleven har presterat i förhållande till olika delar av kunskapskraven. Provbetyget sammanfattar därefter de kunskaper som eleven har visat i provet.

När läraren vid betygssättningen i slutet av terminen tar ställning till en elevprestation som har gjorts vid ett enstaka tillfälle behöver hon eller han vara medveten om att elevens resultat kan ha påverkats av tillfälligheter eller yttre omständigheter kring eleven. Elevens slutbetyg kan alltså av olika skäl bli ett annat än provbetyget.

På nationell nivå, huvudmanna- och skolnivå används de nationella proven för att göra övergripande analyser av resultat. Detta görs bland annat för att främja en likvärdig betygssättning. I de fall som det finns stora avvikelser mellan provbetyg och slutbetyg på klass- eller skolnivå beror detta sannolikt inte på tillfälligheter. Det kan då finnas anledning att göra en analys av varför dessa skillnader finns och om betygssättningen på skolan kan anses likvärdig i förhållande till övriga skolor i landet.

5. Instruktioner för inrapportering av provresultat

Elevernas resultat på proven samlas in på nationell nivå. Detta görs för att kunna följa upp och utvärdera kvaliteten i svensk skola, för forskning och för att kunna utveckla proven. Det är skolans huvudman som är ytterst ansvarig för att resultaten skickas in, efter att samtliga delprov är genomförda. Skolan ska skicka in uppgifter till två olika insamlingar (se nedan).

Utöver dessa två insamlingar samlar även Skolinspektionen in elevprestationer från vissa skolor för ombedömning. Om skolan ingår i Skolinspektionens urval skickas information om insamlingen ut till rektorn.

Mer information om insamlingen av provresultat finns på Skolverkets webbsida: www.skolverket.se/insamling

Insamling 1

Statistiska centralbyrån (SCB) samlar på uppdrag av Skolverket in information om provresultaten för samtliga elever. Informationen om den här insamlingen skickar SCB ut till skolorna via brev. Skolan ska rapportera in provresultaten till SCB senast den 18 juni 2018.

Insamling 2

PRIM-gruppen vid Stockholms universitet som konstruerar provet på uppdrag av Skolverket samlar in ett urval av elevprestationer samt resultat på uppgiftsnivå. De tar också fram en enkät där lärare ska lämna synpunkter på provet. Resultaten och synpunkterna används för att kvalitetssäkra och utveckla provet.

Inskickning av elevprestationer

Vissa avidentifierade elevprestationer ska skickas in till PRIM-gruppen vid Stockholms universitet senast den 18 juni 2018. För elever med födelsedatum den 15 mars respektive den 15 oktober ska följande skickas in:

Delprov	Provmaterial att skicka in per elev
Delprov B	Kopia av bedömt elevhäfte delprov B, avidentifierat
Delprov C	Kopia av bedömt elevhäfte delprov C, avidentifierat
Delprov D	Kopia av bedömda elevlösningar delprov D, avidentifierat
Övrigt	Kopia av ifyllt ”Formulär för sammanställning av elevresultat” (finns i kapitel 6 ”Kopieringsunderlag och webbmaterial” i *Bedömningsanvisningar 2*), avidentifierat

Materialet skickas till följande adress:
Stockholms universitet
MND
PRIM-gruppen (Äp 9)
106 91 STOCKHOLM

Digital inrapportering av resultat

För elever som är födda den 15:e i någon av årets månader ska resultatet på respektive uppgift rapporteras in digitalt senast den 18 juni 2018. Vid inrapporteringen behöver läraren även ha tillgång till information om vilket betyg som eleven har fått på det delprov som prövar läsförståelse i det nationella provet i svenska eller svenska som andraspråk i årskurs 9. Webbinsamlingen är öppen under perioden 10 maj–18 juni 2018.

Rapportera in resultaten så här:

- Gå in på www.su.se/primgruppen och klicka på ”Resultatinsamling”.
- Välj ”Insamling årskurs 9”.
- Skapa ett konto med hjälp av provkoden **9prim18**. Välj ditt eget lösenord. När du har skapat ett konto i resultatinsamlingen kan du när som helst logga in och återkomma till insamlingen för att registrera fler resultat.
- Registrera alla elever som är födda den 15:e i någon av årets månader.
- Rapportera resultat för respektive elev.
- Tryck på ”Skicka in” när du är färdig.

Lärarenkät

Lärare ska lämna synpunkter på provet och gör detta genom att fylla i en digital lärarenkät. Enkäten är öppen under perioden 10 maj–18 juni 2018.

Fyll i lärarenkäten så här:

- Gå in på www.su.se/primgruppen och klicka på ”Resultatinsamling”.
- Välj ”Insamling årskurs 9”.
- Logga in med samma konto som skapades för att rapportera in elevresultat eller skapa ett konto enligt ovan.
- Fyll i lärarenkäten.
- Tryck på ”Skicka in” när du är färdig.

6. Kopieringsunderlag och webbmaterial

I det här kapitlet finns följande kopieringsunderlag att använda vid sammanställning av elevresultat. (Underlagen finns även att ladda ned i digital form från webbplatsen www.su.se/primgruppen när det sista skriftliga delprovet har genomförts.)

- **Kopieringsunderlag 1: Formulär för sammanställning av elevresultat**
  Det här underlaget används för sammanställning och inrapportering av en elevs resultat. Underlaget kan också användas vid samtal med eleven om provresultatet.
- **Kopieringsunderlag 2: Förmågeprofil**
  Underlaget kan användas för att fylla i och spara en förmågeprofil för en enskild elev. Det kan även användas som ett underlag inför samtal med eleven om provresultatet. Underlaget är frivilligt att använda.

Övrigt webbmaterial

Exempel på uppgifter och tillhörande bedömningsanvisningar finns på PRIM-gruppens webbsida: www.su.se/primgruppen/matematik/årskurs-9/tidigare-prov

Bedömningsexempel för årskurs 9 finns på PRIM-gruppens webbsida: www.su.se/primgruppen/matematik/årskurs-9/bedömning

Formulär för sammanställning av elevresultat

Det nationella provet i matematik i årskurs 9, 2017/2018
I det här formuläret noteras elevens resultat på provet. Utöver det görs här också en summering till ett provbetyg. Observera att resultaten från delprov A, som genomfördes under höstterminen 2017, förs över till detta formulär.

Elevens namn:	**Födelsedatum:**
Klass eller grupp:	**Skola:**
Provbetyg:	

Delprov	**E-poäng**		**C-poäng**		**A-poäng**		**Totalt**	
	Din poäng	Max-poäng	Din poäng	Max-poäng	Din poäng	Max-poäng	Din poäng	Max-poäng
Delprov A		5		5		5		15
Delprov B		12		10		4		26
Delprov C		4		4		4		12
Delprov D		17		13		8		38
Totalt		38		32		21		91

Gräns för provbetyget
E: Minst 22 poäng.
D: Minst 37 poäng varav minst 10 poäng på lägst nivå C.
C: Minst 50 poäng varav minst 18 poäng på lägst nivå C.
B: Minst 65 poäng varav minst 6 poäng på nivå A.
A: Minst 75 poäng varav minst 11 poäng på nivå A.

Provbetyget i formuläret sammanfattar de kunskaper som eleven har visat i det nationella provet.
Slutbetyget behöver inte vara detsamma som provbetyget eftersom slutbetyget grundar sig på alla kunskaper som eleven har visat i ämnet.

Finns att ladda ner på www.su.se/primgruppen

Förmågeprofil

Det nationella provet i matematik i årskurs 9, 2017/2018 **Namn:**_____

Delprov		E	C	A
Problemlösning	**A**		M	M
	B	10c	10b	10d
	C	20	20	20
	D	22 26 27 28	24b 25b 28	25b 29 30 31
Begrepp	**A**	M		
	B	1 5 6 8 11	8 11 12 13 14 15	11 19
	C			
	D	23b 25b	30	
Metod	**A**	M	M	M
	B	2 3 4 7a 7b 10a	9 16 17	18
	C	20	20	20
	D	21 23a 24a 25a 26	27 29 31	28 29 31
Matematiska resonemang	**A**	M M	M M	M M
	B			
	C	20	20	20
	D	21 23c	23c 24b	
Kommunikation	**A**	M	M	M
	B			
	C	20	20	20
	D	21 22 24a 25a	24b 26 27 28	27
Poängsumma		(38)	(32)	(21)

Beteckningarna i rutorna anger uppgiftsnummer och M muntligt delprov.
Varje ruta motsvarar en poäng.

Finns att ladda ner på www.su.se/primgruppen

© Skolverket

PRIM gruppen