Matematik

Bedömningsanvisningar 2

Delprov B, C, D

Årskurs 9

Prov som återanvänds av Skolverket omfattas av sekretess enligt **17 kap. 4 § offentlighets- och sekretesslagen.**
Detta prov återanvänds av Skolverket t.o.m. **2022-06-30.**

Skolverket

Kontaktuppgifter

Frågor om provets genomförande kan ställas till den ansvariga för provet i matematik i årskurs 9 på Skolverket:

Johan Falk e-post: johan.falk@skolverket.se, tfn 08-5273 3182

Frågor om utformningen av och innehållet i provet i matematik för årskurs 9 kan ställas till följande personer vid PRIM-gruppen vid Stockholms universitet:

Margareta Enoksson (provansvarig) e-post: margareta.enoksson@mnd.su.se, tfn: 08-1207 6238
Anette Nydahl (provutvecklare) e-post: anette.nydahl@mnd.su.se, tfn: 08-1207 6609
Yvonne Emond (administratör) e-post: yvonne.emond@mnd.su.se, tfn: 08-1207 6575
Astrid Pettersson (vetenskaplig ledare) e-post: astrid.pettersson@mnd.su.se
Maria Nordlund (projektledare) e-post: maria.nordlund@mnd.su.se

Frågor om inrapportering av provresultat till PRIM-gruppen kan skickas till e-post: insamling@prim-gruppen.se

Frågor om beställningar och utskick av provmaterialet kan ställas till Exakta Print, e-post: np.bestallning@exakta.se, tfn: 040-685 51 10.

Innehållsförteckning

Inledning **4**

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik i årskurs 9 ..... **5**

2. Bedömningsanvisningar **7**

Läsanvisning 7

Instruktioner för bedömning av Delprov B 8

Instruktioner för bedömning av Delprov C 11

Bedömda elevlösningar till Delprov C 12

Instruktioner för bedömning av Delprov D 34

Bedömda elevlösningar till Delprov D 37

3. Instruktioner för sammanvägning till ett provbetyg **52**

Sammanvägningen till ett provbetyg i samband med provet i matematik för årskurs 9 52

Resultaten på provet i relation till slutbetyget 53

4. Kopieringsunderlag och webbmaterial **54**

Sammanställning av elevresultat 56

Sammanställning av elevresultat på grupp- eller klassnivå 57

Förmågeprofil 58

Inledning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik i årskurs 9. Häftet består av fyra kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma Delprov B, C och D (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med instruktioner för sammanvägningen till ett provbetyg (kapitel 3). Det avslutande kapitlet innehåller kopieringsunderlag samt hänvisningar till webbmaterial (kapitel 4).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik i årskurs 9

Bedömningsanvisningarna bygger på analytisk bedömning, det vill säga olika aspekter i elevens lösning bedöms. Dessa aspekter är kopplade till förmågorna. I bedömningsanvisningarna anges vad som krävs för varje poäng. Uppgiftens innehåll och elevlösningarnas kvalitet har bedömts utifrån kursplanen och dess kunskapskrav. De olika uppgifterna har kategoriserats och olika lösningar till dessa har analyserats. Sedan har svaret, lösningen eller dellösningen poängsatts med kvalitativa förmågepoäng och markerats med vilken huvudsaklig förmåga som främst avses att prövas, t.ex. indikerar C_B begrepp på C-nivå.

När samtliga delprov är genomförda ska läraren ställa samman elevernas resultat på de olika delproven. Då ska resultaten från Delprov A som genomfördes under höstterminen vägas samman med resultaten på Delprov B–D. I häftet finns ett särskilt kopieringsunderlag ”Sammanställning av elevresultat” (s. 56) för att kunna sammanställa elevernas resultat. I detta formulär ska det sparade resultatet från Delprov A föras in tillsammans med övriga resultat. Även kopieringsunderlaget ”Sammanställning av elevresultat på grupp- eller klassnivå” (s. 57) kan användas.

Som hjälp vid sammanställningen av bedömningen kommer det att finnas möjlighet att, på PRIM-gruppens webbplats, mata in elevens erhållna poäng för att få en mer detaljerad sammanställning över elevens resultat i en förmågeprofil. Den finns också som kopieringsunderlag ”Förmågeprofil” (s. 58). Förmågeprofilen ger en bild över elevens förmågespridning på provet och kan användas för att ge återkoppling till elev/vårdnadshavare.

Exempel: Ifylld förmågeprofil

I förmågeprofilen nedan presenteras ett exempel på en elevs erhållna förmågepoäng. Förmågeprofilen ger en bild över elevens förmågespridning på ämnesprovet och kompletterar lärarens övriga underlag för bedömning inför betygssättningen.

Då det enbart är den huvudsakliga förmågan som ger poäng i uppgiften, kan eleven i uppgiften visa ytterligare förmågor som inte bedömts. Förmågorna går in i varandra och har beröringspunkter, vilket innebär att eleverna kan ha visat fler förmågor än den huvudsakliga som är markerad i bedömningsanvisningarna och förmågesammanställningen.

Förmågeprofil

Ämnesprovet i matematik i årskurs 9, 2015/2016 Namn: _____

Delprov		E	C	A
Problemlösning	A	M	M	M
	B		8 9c 12	19b
	C	20	20	20
	D	21 28b	23b 24b 25 27 28c 30	28c 29 30
Begrepp	A	M	M	M
	B	4 7 8 8 13 19a	10 11 13 14 15 16a	13 16b
			18 19b	
	C			
	D	24a 27	23c 23c 26 29	26
Metod	A			
	B	1 2 3 5 6 9a	17 19b	
		9b		
	C	20	20	20
	D	21 22 23a 28a 28b	30	28c
Matematiska resonemang	A	M M	M M	M M
	B			
	C	20	20	20
	D		25	24b 27
Kommunikation	A	M	M	M
	B			
	C	20	20	20
	D	21 22 23a 28b		28c 30
Poängsumma		25 (35)	17 (34)	0 (21)

Beteckningarna i rutorna anger uppgiftsnummer och M muntligt delprov.
Varje ruta motsvarar en poäng.

Kravgränser

	Provbetyg E	Provbetyg D	Provbetyg C	Provbetyg B	Provbetyg A
Totalpoäng	Minst 22 poäng	Minst 36 poäng	Minst 48 poäng	Minst 63 poäng	Minst 73 poäng
Nivåkrav		Minst 10 poäng på lägst nivå C	Minst 19 poäng på lägst nivå C	Minst 6 poäng på nivå A	Minst 11 poäng på nivå A

Provbetyget i exemplet ovan blir D då totalsumman är 42 poäng varav 17 poäng är på C-nivå och 0 poäng är på A-nivå.

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur de olika delproven ska bedömas.

Läsanvisning

Numreringen av uppgifterna i provet är löpande och maxpoängen är utsatt vid respektive uppgift.

För att tydliggöra de kvalitativa nivåer som finns uttryckta i kunskapskraven används vid bedömningen E-poäng, C-poäng och A-poäng. I bedömningsanvisningarna är poängen dessutom markerade med vilken huvudsaklig förmåga som främst avses att prövas, t.ex. indikerar C_R resonemang på C-nivå.

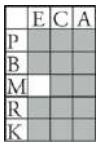
Poängmarkeringen (2/1/0) vid en uppgift i provet och i bedömningsanvisningen innebär att uppgiften kan ge maximalt 2 E-poäng, 1 C-poäng och 0 A-poäng. Markeringen (0/0/2) anger att uppgiften kan ge maximalt 2 A-poäng.

Bedömningen görs på liknande sätt för samtliga uppgifter, men bedömningsanvisningarna för de olika delproven är skrivna något olika. För Delprov B och D anges endast poäng medan för Delprov C är bedömningen skriven i matrisform.

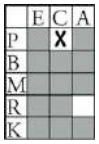
För maxpoäng krävs tydlig redovisning av korrekt tankegång med godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och strukturerad på ett sådant sätt att tankegången lätt kan följas. Korrekt metod eller förklaring till hur uppgiften kan lösas kan ge delpoäng även om det därefter följer en felaktighet, t.ex. räknefel. Om eleven också slutför uppgiften korrekt kan det ge ytterligare poäng. Om uppgifternas komplexitet inte minskas avsevärt på grund av tidigare fel kan poäng utdelas för deluppgiftens lösning, trots förekomst av följdfel.

Med godtagbart svar menas ett svar som är likvärdigt ett korrekt svar eller att svaret finns inom ett givet intervall. Med ”Påbörjad lösning, t.ex. …” menas att den påbörjade lösningen ska vara relevant och kunna leda framåt. De exempel som skrivs ut är vanliga men det kan också finnas fler sätt att påbörja en relevant lösning av uppgiften.

Till höger i bedömningsanvisningen till Delprov B och Delprov D finns en matris för att synliggöra den kvalitativa förmågepoängen som kan ges, i detta exempel en E_M-poäng.

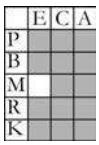
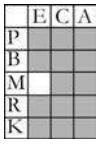
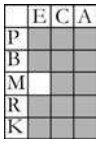
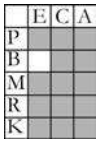
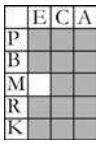
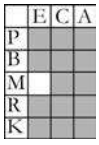
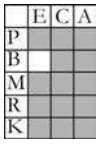
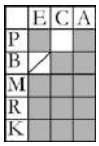


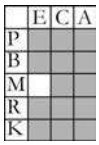
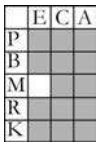
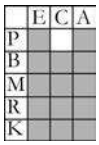
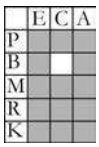
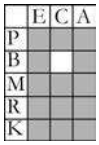
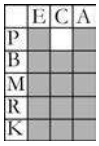
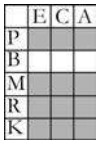
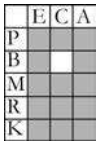
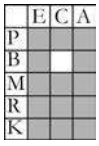
För att förtydliga bedömningen av exempel på elevlösningar finns i kolumnen till höger en ikryssad matris, som ska visa vilka poäng som elevlösningen fått. I detta exempel har elevlösningen fått en C_P-poäng men inte någon A_R-poäng. De publicerade elevlösningarna är vid behov försedda med förtydligande kommentarer.

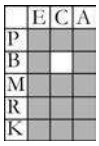
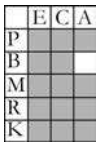
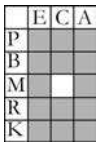
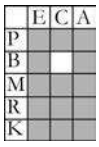
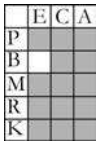
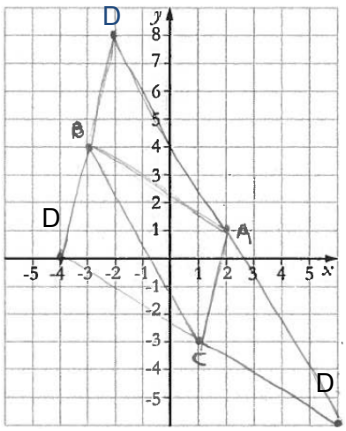
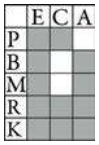


Instruktioner för bedömning av Delprov B

Delprov B består av uppgifter där endast svar ska anges.

1.	5,05 Korrekt svar.	(1/0/0) +E_M	
2.	4,5 Korrekt svar.	(1/0/0) +E_M	
3.	3 Korrekt svar.	(1/0/0) +E_M	
4.	$\frac{1}{18}$ Korrekt svar.	(1/0/0) +E_B	
5.	$x = 5$ Korrekt svar.	(1/0/0) +E_M	
6.	$\frac{20}{6,90}$ Korrekt svar.	(1/0/0) +E_M	
7.	150 Korrekt svar.	(1/0/0) +E_B	
8.	$a = 50°$; $b = 60°$; $c = 70°$ Bestämmer någon vinkel korrekt. Bestämmer två av vinklarna korrekt. Bestämmer samtliga vinklar korrekt. Kommentar: Om ett felaktigt svar på vinkeln *c* ges men eleven utgår från att vinkelsumman är 180°, ges ändå en E_B-poäng.	(2/1/0) +E_B +E_B +C_P	

9. **a)**	**3 €** Korrekt svar.	(1/0/0) $+E_M$	
b)	**21 stycken** Korrekt svar.	(1/0/0) $+E_M$	
c)	**10,50 € ; Svar i intervallet 10–11 €** Godtagbart svar.	(0/1/0) $+C_P$	
10.	**1:500** Korrekt svar.	(0/1/0) $+C_B$	
11.	**500 %** Korrekt svar.	(0/1/0) $+C_B$	
12.	**5,5 ae** Korrekt svar.	(0/1/0) $+C_P$	
13.	 En korrekt markerad pil. Två korrekt markerade pilar. Tre korrekt markerade pilar. Kommentar: Pilen för $\sqrt{26}$ ska markeras strax över 5. $9 \cdot 10^{-1}$ ska markeras strax under 1.	(1/1/1) $+E_B$ $+C_B$ $+A_B$	
14.	$\frac{3}{8}$; $\frac{6}{16}$ Korrekt svar.	(0/1/0) $+C_B$	
15.	n^2 Korrekt svar.	(0/1/0) $+C_B$	

16. a)	**–6** Korrekt svar.	**(0/1/0)** $+C_B$	
b)	**10^9** Korrekt svar.	**(0/0/1)** $+A_B$	
17.	**3** Korrekt svar. Kommentar: $x \neq 0$ behöver ej anges.	**(0/1/0)** $+C_M$	
18.	**$y = 2x + 3$** Godtagbart svar.	**(0/1/0)** $+C_B$	
19. a)	Markerar minst två av punkterna A, B och C korrekt.	**(1/0/0)** $+E_B$	
b)	**(–4, 0), (–2, 8) och (6, –6)** Placerar någon punkt D utifrån punkterna A, B och C så att en parallellogram bildas.* Anger koordinaterna för punkten D.* Anger koordinaterna för minst två möjliga punkter D.  * Poängen ges om koordinaten D är utsatt så att en parallellogram bildas, även utifrån felplacerade koordinater A, B eller C.	**(0/2/1)** $+C_B$ $+C_M$ $+A_P$	

Instruktioner för bedömning av Delprov C

Bedömningsmatrisen följer i stort sett uppgiften kronologiskt och visar den kvalitativa progressionen inom de olika förmågorna. Kommunikationsförmågan bedöms på uppgiften som helhet. Som stöd för tolkningen av bedömningsmatrisen finns bedömda och kommenterade elevlösningar. Exemplen på de bedömda elevlösningarna är sorterade efter det antal poäng de fått.

Uppgift 20 (4/4/4)

	E	C	A
Metod *Kvaliteten på de metoder och strategier som eleven använder.* *Hur väl eleven genomför procedurer och beräkningar.*	Skapar någon aritmetisk talföljd och beräknar summorna (Ib eller IIa). $+E_M$	Genomför undersökningen med egen vald differens och beräknar skillnaden mellan summorna (IIb). $+C_M$	Uttrycker en aritmetisk talföljd algebraiskt, t.ex. använder variabeln *a* men anger differensen med tal *eller* påbörjar en generell lösning med två variabler. $+A_M$
Problemlösning och Resonemang *Hur väl eleven tolkar resultat och drar slutsatser.* *Kvaliteten på elevens analyser, slutsatser och reflektioner och andra former av matematiska resonemang.*	Visar att skillnaden mellan summorna för någon av talföljderna är 20 respektive 12 (Ic eller IIa). $+E_P$ Beskriver att skillnaden mellan summorna varierar i talföljder med olika differens. $+E_R$	Drar slutsatsen att skillnaden mellan summorna är 4 gånger talföljdens differens. $+C_R$ Visar med minst tre talföljder, med olika differens, att sambandet 4 gånger talföljdens differens stämmer. $+C_P$	Visar algebraiskt med två variabler att sambandet gäller. $+A_R +A_P$
Kommunikation *Kvaliteten på elevens redovisning.* *Hur väl eleven använder matematiska uttrycksformer (språk och representation).*	Redovisningen är begriplig och möjlig att följa och omfattar en mindre del av uppgiften. $+E_K$	Redovisningen är lätt att följa och det matematiska språket är acceptabelt och omfattar större delen av uppgiften. $+C_K$	Redovisningen är välstrukturerad och tydlig med relevant matematiskt språk och terminologi i alla delar. Dessutom utvecklar och redovisar förenklingar eller använder parenteser korrekt. $+A_K$

Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 12–33.

Bedömda elevlösningar till Delprov C

Bedömda elevlösningar till uppgift 20 **Max (4/4/4)**

Elevlösning 1

Uppgift I

a)

Talföljd A	3	8	13	18
Talföljd B	27	32	37	42
Talföljd C	31	36	41	46

b)

Talföljd	**Summa 1** Tal 1 + Tal 2 = Summa 1	**Summa 2** Tal 3 + Tal 4 = Summa 2
A	3 + 8 = 11	13 + 18 = 31
B	27 + 32 = 59	37 + 42 = 79
C	31 + 36 = 67	41 + 46 = 87

c) I alla talföljder är differensen 5 så varje gång ska man plussa med 5 för att få det andra talet.

Uppgift II

a) 9 12 15 18
25 28 31 34
57 60 63 66
Det blir samma sak som uppg. Ia-c men skillnaden är differensen. I uppg. I var differensen 5 och nu är den 3.

b) 6 10 14 18
13 17 21 25
30 34 38 42
Ibland får man samma tal med olika differens men det beror på vilket tal man väljer. Jag tror att det finns en ekvation för det också.

c) a^{+5} f^{+5} k^{+5} p
a^{+3} d^{+3} g^{+3} j
a^{+4} e^{+4} i^{+4} m

Bedömning till elevlösning 1

	E	C	A	Poäng
Metod	E_M			1/0/0
Problemlösning och Resonemang				0/0/0
Kommunikation	E_K			1/0/0
Summa				2/0/0

Kommentar:
E_P och E_R: Beskriver inte skillnaden mellan summorna eller att skillnaden mellan summorna varierar i de olika talföljderna.

Elevlösning 2

Uppgift I

a)

Talföljd A	3	8	13	18
Talföljd B	27	32	37	42
Talföljd C	9	14	19	24

b)

Talföljd	**Summa 1** Tal 1 + Tal 2 = Summa 1	**Summa 2** Tal 3 + Tal 4 = Summa 2
A	3 + 8 = 11	13 + 18 = 31
B	27 + 32 = 59	37 + 42 = 79
C	9 + 14 = 23	19 + 24 = 43

c) Mellan summa 1 och summa 2 så är summan på summa 2 större än summan på summa 1.

Uppgift II

a)

A: 37 40 43 47
B: 25 28 31 34
C: 13 16 19 22

Summa 1
37 + 40 = 77
25 + 28 = 53
13 + 16 = 29

Summa 2
43 + 47 = 90
31 + 34 = 65
19 + 22 = 41

b)

A: 1 5 9 13
B: 2 6 10 14
C: 3 7 11 15

1 + 5 = 6
2 + 6 = 8
3 + 7 = 10

9 + 13 = 22
10 + 14 = 24
11 + 15 = 26

c)

Bedömning till elevlösning 2

	E	C	A	Poäng
Metod	E_M			1/0/0
Problemlösning och Resonemang				0/0/0
Kommunikation	E_K			1/0/0
Summa				2/0/0

Elevlösning 3

Uppgift I

a)

Talföljd A	3	8	13	18
Talföljd B	27	22	17	12
Talföljd C	30	35	40	45

b)

Talföljd	**Summa 1** Tal 1 + Tal 2 = Summa 1	**Summa 2** Tal 3 + Tal 4 = Summa 2
A	3 + 8 = 11	13 + 18 = 31
B	27 + 22 = 49	17 + 12 = 29
C	30 + 35 = 65	40 + 45 = 85

c) 31 - 11 = 20
49 - 29 = 20
85 - 65 = 20

Uppgift II

a)

Talföljd A: 3 6 9 12
" B: 21 24 27 30
" C: 43 40 37 34

Summa 1
3 + 6 = 9
21 + 24 = 45
43 + 40 = 83

Summa 2
9 + 12 = 21
27 + 30 = 57
37 + 34 = 71

21 − 9 = 12
57 − 45 = 12
83 − 71 = 12

b)

c)

Skillnaden mellan summorna blir densamma.
Hur långt jag än fortsätter så skulle det bli samma svar.

Bedömning till elevlösning 3

	E	C	A	Poäng
Metod	E_M			1/0/0
Problemlösning och Resonemang	E_P			1/0/0
Kommunikation	E_K			1/0/0
Summa				3/0/0

Kommentar:
E_M: Eleven har skapat en talföljd som minskar i stället för ökar i talföljd C vilket också ger en aritmetisk talföljd. Det har ingen betydelse då skillnaden mellan summorna beräknas.
E_R: Tolkar och beskriver inte att skillnaderna varierar med olika differenser.

Elevlösning 4

Uppgift I

a)

Talföljd A	3	8	13	18
Talföljd B	27	32	37	42
Talföljd C	−4	1	6	11

b)

Talföljd	**Summa 1** Tal 1 + Tal 2 = Summa 1	**Summa 2** Tal 3 + Tal 4 = Summa 2
A	3 + 8 = 11	13 + 18 = 31
B	27 + 32 = 59	37 + 42 = 79
C	4 + 1 = −3	6 + 11 = 17

c) I A och B så slutar summan på samma tal (1 och 9). C blev inte så.

Uppgift II

a)

3 6 9 12 3+6=9 9+12=21

7 10 13 16 7+10=17 13+16=29

123 126 129 132 123+126=249 129+132=261

Inte alls samma resultat.

b) $-4 \quad -9 \quad -14 \quad -19$ $\quad -4+-9=13 \quad -14+-19=-33$

$27 \quad 22 \quad 17 \quad 12$ $\quad 27+22=49 \quad 17+12=29$

Inget riktigt samband.

c) $a+(a+b)$ $\quad (a+b+b)+(a+b+b+b)$

$2a+b$ $\quad 2a+5b$

Hittar inget samband.

Bedömning till elevlösning 4

	E	C	A	Poäng
Metod	E_M		A_M	1/0/1
Problemlösning och Resonemang				0/0/0
Kommunikation	E_K			1/0/0
Summa				2/0/1

Kommentar:
C_M: Beräknar egen vald differens men inte skillnaden mellan summorna.
A_M: Påbörjar en generell lösning.

Elevlösning 5

Uppgift I

a)

Talföljd A	3	8	13	18
Talföljd B	27	32	37	42
Talföljd C	66	71	76	81

b)

Talföljd	**Summa 1** Tal 1 + Tal 2 = Summa 1	**Summa 2** Tal 3 + Tal 4 = Summa 2
A	3 + 8 = 11	13 + 18 = 31
B	27 + 32 = 59	37 + 42 = 79
C	66 + 71 = 137	76 + 81 = 157

c) Skillnaden är att det alltid är 20 tal ifrån summa 1 och 2.

Uppgift II

a)

Talföljd A: 5 8 11 14
" B: 30 33 36 39
" C: 57 60 63 66

5+8=13 11+14=25
30+33=63 36+39=75
57+60=137 63+66=129

Det är alltid 12 mellan de olika summorna och de slutar aldrig på samma siffra.

b) 10 som differens

Talföljd A: 10 20 30 40
" B: 25 35 45 55
" C: 37 47 57 67

10 + 20 = 30 30 + 40 = 70
25 + 35 = 60 45 + 55 = 100
37 + 47 = 84 57 + 67 = 124

Alla har alltid 40 mellan och slutar på samma siffra som summan bredvid.

c) Vad det än är för tal, kommer det alltid att vara lika mycket mellan summa 1 och 2.
Det är för att ex. 7 är differensen i hela talföljden och då blir det alltid lika mycket mellan talen ex.

7 (+7) 14 (+7) 21 (+7) 28

Då blir det alltid lika mycket mellan summorna eftersom det är samma differens.

Bedömning till elevlösning 5

	E	C	A	Poäng
Metod	E_M	C_M		1/1/0
Problemlösning och Resonemang	E_P E_R			2/0/0
Kommunikation	E_K	C_K		1/1/0
Summa				4/2/0

Kommentar:
E_R: För resonemanget som är beskrivet för E_R-poängen i sista deluppgiften.

Elevlösning 6

Uppgift I

a)

Talföljd A	3	8	13	18
Talföljd B	27	32	37	42
Talföljd C	107	112	117	122

b)

Talföljd	**Summa 1** Tal 1 + Tal 2 = Summa 1	**Summa 2** Tal 3 + Tal 4 = Summa 2
A	3 + 8 = 11	13 + 18 = 31
B	27 + 32 = 59	37 + 42 = 79
C	107 + 112 = 219	117 + 122 = 239

c)

31 − 11 = 20
79 − 59 = 20
239 − 219 = 20
Alla får en differens på 20.

Uppgift II

a)

A: 3 6 9 12
B: 21 24 27 30
C: 42 45 48 51

Summa 1
3 + 6 = 9
21 + 24 = 45
42 + 45 = 87

Summa 2
9 + 12 = 21
27 + 30 = 57
48 + 51 = 99

21 − 9 = 12
57 − 45 = 12
99 − 87 = 12

Alla får en differens på 12.

b) Differens: 7

A: 7 14 21 28
B: 33 40 47 54
C: 61 68 75 82

Summa 1
7 + 14 = 21
33 + 40 = 73
61 + 68 = 129

Summa 2
21 + 28 = 49
47 + 54 = 101
75 + 82 = 157

49 − 21 = 28
101 − 73 = 28
157 − 129 = 28

Alla får en differens på 28.

c)

A: a 2a 3a 4a
B: 10a 11a 12a 13a
C: 21a 22a 23a 24a

Summa 1
a + 2a = 3a
10a + 11a = 21a
21a + 22a = 43a

Summa 2
3a + 4a = 7a
12a + 13a = 25a
23a + 24a = 47a

7a − 3a = 4a
25a − 21a = 4a
47a − 43a = 4a

Differensen är alltid 4a.

Bedömning till elevlösning 6

	E	C	A	Poäng
Metod	E_M	C_M		1/1/0
Problemlösning och Resonemang	E_P E_R	C_R C_P		2/2/0
Kommunikation	E_K	C_K		1/1/0
Summa				4/4/0

Kommentar:
Elevlösningen visar en talföljd som börjar på *a* och där differensen också är *a*, vilket inte anges.
Sambandet visas inte för aritmetiska talföljder som börjar med *a* och har en annan differens än *a*.
Övriga talföljder är också aritmetiska men börjar inte på *a*.

Elevlösning 7

Uppgift I

a)

Talföljd A	3	8	13	18
Talföljd B	27	32	37	42
Talföljd C	11	16	21	26

b)

Talföljd	**Summa 1** Tal 1 + Tal 2 = Summa 1	**Summa 2** Tal 3 + Tal 4 = Summa 2
A	3 + 8 = 11	13 + 18 = 31
B	27 + 32 = 59	37 + 42 = 79
C	11 + 16 = 27	21 + 26 = 47

c) Differensen mellan summa 1 och 2 av svaren var 20. Det är för att det är 4 tal i talföljden och differensen är 5. Alltså $4 \cdot 5 = 20$

Uppgift II

a) Talföljd A: 3, 6, 9, 12
" B: 15, 18, 21, 24
" C: 7, 10, 13, 16

Summa 1	Summa 2
3+6 = 9	9+12 = 21
15+18 = 33	21+24 = 45
7+10 = 17	13+16 = 29

Differensen mellan summa 1 och 2 av svaren var 12.
Det är för att det är 4 tal i talföljden och differensen är 3. Alltså 4·3 = 12.

b) Jag har valt differensen 6 i en talföljd av 4 tal.
Talföljd A: 27, 33, 39, 45
" B: 6, 12, 18, 24
" C: 17, 23, 29, 35

Summa 1	Summa 2
27+33 = 60	39+45 = 84
6+12 = 18	18+24 = 42
17+23 = 40	29+35 = 64

Differensen mellan summa 1 och 2 av svaren var 24.
Det är för att det är 4 tal i talföljden och differensen är 6. Alltså 6·4 = 24.

c) 4·a = 4a
Du multiplicerar antalet tal i talföljden med differensen.

Bedömning till elevlösning 7

	E	C	A	Poäng
Metod	E_M	C_M		1/1/0
Problemlösning och Resonemang	E_P E_R	C_R C_P		2/2/0
Kommunikation	E_K	C_K		1/1/0
Summa				4/4/0

Kommentar:
C_P: Visar med egen vald differens att sambandet stämmer. Slutsatsen att differensen beror på antalet tal i talföljden stämmer då undersökningen utgår från fyra tal i talföljden. (Slutsatsen skulle dock inte stämma om det hade varit fler tal i talföljden.)

Elevlösning 8

Uppgift I

a)

Talföljd A	3	8	13	18
Talföljd B	27	32	37	42
Talföljd C	5	10	15	20

b)

Talföljd	**Summa 1** Tal 1 + Tal 2 = Summa 1	**Summa 2** Tal 3 + Tal 4 = Summa 2
A	3 + 8 = 11	13 + 18 = 31
B	27 + 32 = 59	37 + 42 = 79
C	5 + 10 = 15	15 + 20 = 35

c) Summa 1 är alltid 20 större än summa 2 (fast trärt om) om man följer en talföljd på 5.

Summa 2 = summa 1 + 4 · differensen

Uppgift II

a)

A: 3 6 9 12

B: 15 18 21 24

C: 45 48 51 54

Summa 1	Summa 2
3+6=9	9+12=21
15+18=33	21+24=45
45+48=93	51+54=105

Skillnaden mellan summorna 1 och 2 är alltid samma, i detta tillfälle 12.

b) Differens 10

A: 10 20 30 40
B: 8 18 28 38
C: 4 14 24 34

Summa 1
10 + 20 = 30
8 + 18 = 26
4 + 14 = 18

Summa 2
30 + 40 = 70
28 + 38 = 66
24 + 34 = 58

Här är skillnaden 40.

Differens 7

A: 7 14 21 28
B: 3 10 17 24
C: 27 34 41 48

Summa 1
7 + 14 = 21
3 + 10 = 13
27 + 34 = 61

Summa 2
21 + 28 = 49
17 + 24 = 41
41 + 48 = 89

Skillnaden är 28.

c) $4(b-a) = c+d-(a+6)$

	a	b	c	d
1:	10	22	34	46
2:	9	19	29	39
3:	11	22	33	44

1: $4(22-10) = 34+46-(10+22)$
$4 \cdot 12 = 80-32$
$48 = 48$

2: $4(19-9) = 29+39-(9+19)$
$4 \cdot 10 = 68-28$
$40 = 40$

3: $4(22-11) = 33+44-(11+22)$
$4 \cdot 11 = 77-33$
$44 = 44$

slumpmässigt valda

Eftersom att alla aritmetiska talföljder stämde med formeln så är det ytterst troligt att formeln/sambandet gäller hos alla aritmetiska talföljder.

Bedömning till elevlösning 8

	E	C	A	Poäng
Metod	E_M	C_M		1/1/0
Problemlösning och Resonemang	E_P E_R	C_R C_P		2/2/0
Kommunikation	E_K	C_K		1/1/0
Summa				4/4/0

Kommentar:
Använder bokstäver för att uttrycka talen men beskriver inte relationen mellan talen algebraiskt.

Elevlösning 9

Uppgift I

a)

Talföljd A	3	8	13	18
Talföljd B	27	32	37	42
Talföljd C	(-10)	(-5)	0	5

b)

Talföljd	**Summa 1** Tal 1 + Tal 2 = Summa 1	**Summa 2** Tal 3 + Tal 4 = Summa 2
A	3 + 8 = 11	13 + 18 = 31
B	27 + 32 = 59	37 + 42 = 79
C	(-10) + (-5) = (-15)	0 + 5 = 5

c) A : 31 − 11 = 20
B : 79 − 59 = 20
C : 5 − (−15) = 20

Differensen mellan varje tal = 5.
Eftersom detta är 4 tal man jämför så kommer differensen bli:
(differensen mellan två tal i följd) · 4
I detta fall; 5 · 4 = 20

Uppgift II

a) A: 0 3 6 9
B: 15 18 21 24
C: 2 5 8 11

A: 0+3 = 3 6+9 = 15 15−3 = 12
B: 15+18 = 33 21+24 = 45 45−33 = 12
C: 2+5 = 7 8+11 = 19 19−7 = 12

Differensen mellan varje summa är nu 12.
12 = 3 · 4
3: Differensen mellan två tal i följd
4: Antal tal man jämför.

b) A: 0 4 8 12 (diff = 4)
B: 0 6 12 18 (diff = 6)
C: 0 10 20 30 (diff = 10)

A: 0+4=4 8+12=20 20−4=16
B: 0+6=6 12+18=30 30−6=24
C: 0+10=10 20+30=50 50−10=40

Differensen mellan summan av 2 tal i följd kommer alltid att vara följande:
differensen i talföljden • antal tal man jämför

c) Talföljd: a, a+2, a+4, a+6 (differens = 2)
Summa 1: a+a+2 = 2a+2
Summa 2: a+4+a+6 = 2a+10
Differens mellan summorna: 2a+10 − 2a+2 = 8

Differens i talföljd: 2
Antal tal jämförda: 4
2·4 = 8

Bedömning till elevlösning 9

	E	C	A	Poäng
Metod	E_M	C_M	A_M	1/1/1
Problemlösning och Resonemang	E_P E_R	C_R C_P		2/2/0
Kommunikation	E_K	C_K	A_K	1/1/1
Summa				4/4/2

Kommentar:
Slutsatsen att differensen beror på antalet tal i talföljden stämmer då undersökningen utgår från fyra tal i talföljden. (Slutsatsen skulle dock inte stämma om det hade varit fler tal i talföljden.)
Parenteser är inte utsatta, men beräkningarna hanteras som om de vore det.

Elevlösning 10

Uppgift I

a)

Talföljd A	3	8	13	18
Talföljd B	27	32	37	42
Talföljd C	16	21	26	31

b)

Talföljd	**Summa 1** Tal 1 + Tal 2 = Summa 1	**Summa 2** Tal 3 + Tal 4 = Summa 2
A	3 + 8 = 11	13 + 18 = 31
B	27 + 32 = 59	37 + 42 = 79
C	16 + 21 = 37	26 + 31 = 57

c) Skillnaden mellan summorna är alltid 20.

Uppgift II

a) 7 10 13 16
12 15 18 21
3 6 9 12

Summa 1
7+10 = 17
12+15 = 27
3+6 = 9

Summa 2
13+16 = 29
18+21 = 39
9+12 = 21

Skillnaden mellan summa 1 och summa 2 blir alltid 12 när man använder differensen 3 i den aritmetiska talföljden.

Oavsett vilken differens man väljer att använda, kommer skillnaden mellan summa 1 och summa 2 bli 4 gånger större än differensen i den aritmetiska talföljden.

b)
(+2) 7 9 11 13
(+5) 5 10 15 20
(+6) 6 12 18 24

Summa 1
7+9 = 16
5+10 = 15
6+12 = 18

Summa 2
11+13 = 24
15+20 = 35
18+24 = 42

c) a a+b a+2b a+3b

Summa 1
a+a+b = 2a+b

Summa 2
a+2b+a+3b = 2a+5b

b är differensen i den aritmetiska talföljden. Om man jämför summa 1 med summa 2 ser man att det skiljer 4b, vilket betyder att skillnaden mellan summa 1 och summa 2 är 4 gånger större än differensen. Så ja, mitt samband stämmer och gäller för alla aritmetiska talföljder.

Bedömning till elevlösning 10

	E	C	A	Poäng
Metod	E_M	C_M	A_M	1/1/1
Problemlösning och Resonemang	E_P E_R	C_R C_P	$A_R + A_P$	2/2/2
Kommunikation	E_K	C_K	A_K	1/1/1
Summa				4/4/4

Kommentar:
$A_P + A_R$: Visar med hjälp av två variabler och ett retoriskt resonemang att skillnaden mellan summorna är 4 gånger differensen.
A_K: Redovisningen är tydlig och strukturerad men det matematiska språket är knapphändigt i uppgift IIc.

Elevlösning 11

Uppgift I

a)

Talföljd A	3	8	13	18
Talföljd B	27	32	37	42
Talföljd C	1	6	11	16

b)

Talföljd	**Summa 1** Tal 1 + Tal 2 = Summa 1	**Summa 2** Tal 3 + Tal 4 = Summa 2
A	3 + 8 = 11	13 + 18 = 31
B	27 + 32 = 59	37 + 42 = 79
C	1 + 6 = 7	11 + 16 = 27

c) 31 − 11 = 20
79 − 59 = 20
27 − 7 = 20
Differensen mellan Summa 1 och Summa 2 är alltid 20.

Uppgift II

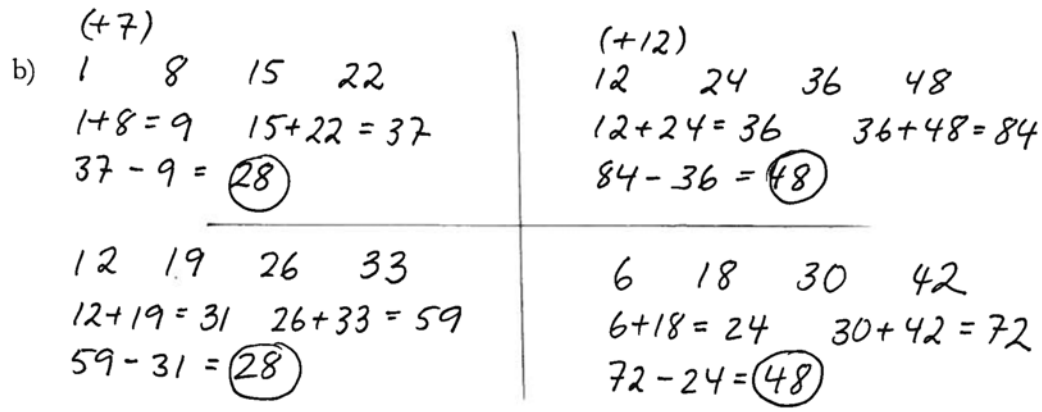
a) 1 4 7 10
1 + 4 = 5 7 + 10 = 17
17 − 5 = 12

35 38 41 44
35 + 38 = 73 41 + 44 = 85
85 − 73 = 12

2 5 8 11
2 + 5 = 7 8 + 11 = 19
19 − 7 = 12

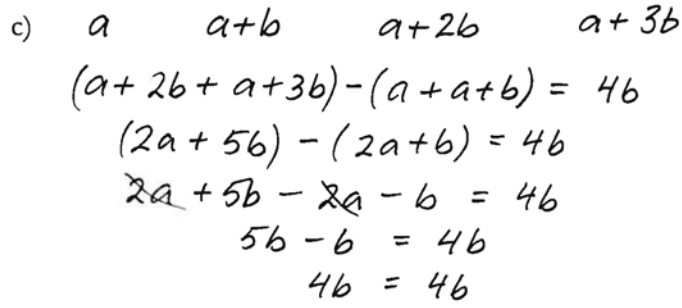
Svar: Differensen blir här alltid 12.

b)



Differensen mellan de båda summorna blir alltid differensen mellan talen multiplicerat med 4.

c)



Då differensen i en aritmetisk talföljd med 4 tal uttrycks som b kan man uttrycka differensen mellan summorna av de två första samt de två sista talen som 4b.

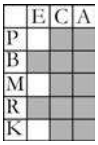
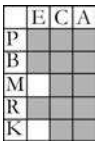
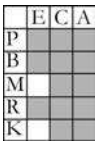
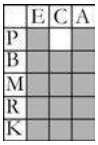
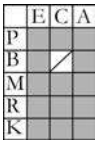
Bedömning till elevlösning 11

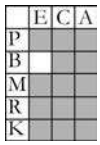
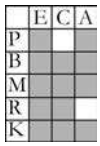
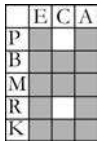
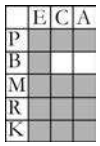
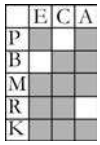
	E	C	A	Poäng
Metod	E_M	C_M	A_M	1/1/1
Problemlösning och Resonemang	E_P E_R	C_R C_P	$A_R + A_P$	2/2/2
Kommunikation	E_K	C_K	A_K	1/1/1
Summa				4/4/4

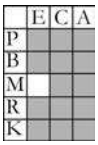
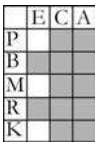
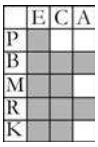
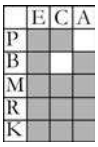
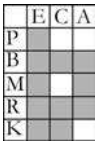
Instruktioner för bedömning av Delprov D

Delprov D består av uppgifter där det krävs redovisning. För två av uppgifterna krävs inte redovisning, de är markerade med *Endast svar krävs*. I de fall då enheten är given i uppgiften krävs det inte att enhet anges för att få poäng. I bedömningsanvisningarna står den då inom parentes.

Som stöd till bedömningsanvisningarna för Delprov D finns bedömda och kommenterade elevlösningar till vissa uppgifter.

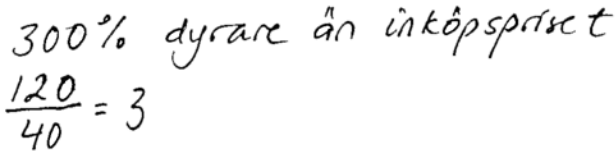
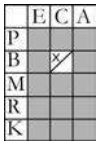
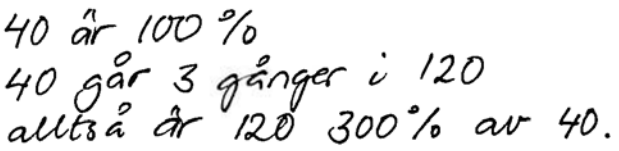
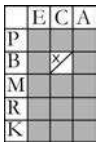
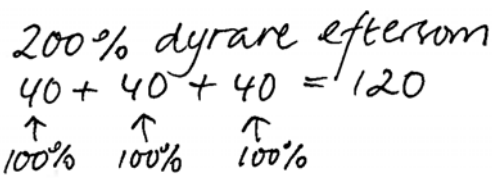
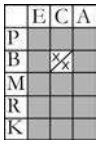
21.	**34 (personer)** Påbörjad lösning, t.ex. beräknar antalet som äter hamburgare eller andelen som äter varmkorv. Redovisad godtagbar metod vid beräkning av antal eller andel. Redovisning med korrekt svar.	**(3/0/0)** $+E_P$ $+E_M$ $+E_K$	
22.	**10 (askar)** Påbörjad lösning, t.ex. beräknar volymen av en ask. Redovisad lösning med korrekt svar.	**(2/0/0)** $+E_M$ $+E_K$	
23. a)	**72 000 (kr)** Påbörjad lösning, t.ex. bestämmer differensen mellan försäljningspris och inköpspris för en tröja. Redovisad lösning med korrekt svar.	**(2/0/0)** $+E_M$ $+E_K$	
b)	**300 (stycken)** Redovisad lösning med korrekt svar.	**(0/1/0)** $+C_P$	
c)	**200 %** Visar kunskap om procentuell jämförelse genom att relatera till rätt helhet, t.ex. tecknar $\frac{80}{40}; \frac{120}{40}; \frac{72\,000}{36\,000}$ Redovisad lösning med korrekt svar.  Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 37.	**(0/2/0)** $+C_B$ $+C_B$	

24. a)	**Abba och AC/DC** Korrekt svar.	(1/0/0) +E_B	
b)	**Beyoncé och AC/DC** Korrekt svar med en relevant motivering, t.ex. resonerar utifrån proportionella samband eller har satt värden på axlarna och gör relevanta beräkningar och jämför utifrån det. Korrekt svar med väl underbyggd motivering, t.ex. att Beyoncé och AC/DC ligger på en rät linje från origo.  Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 38–39.	(0/1/1) +C_P +A_R	
25.	**Ja, dieseln räcker** Tolkar problemet genom att jämföra relevanta andelar. Drar korrekt slutsats som är väl underbyggd av matematiska argument där andel sträcka jämförs med andel diesel.  Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 40–41.	(0/2/0) +C_P +C_R	
26.	$\frac{1}{25}$ **; 0,04 ; 4 %** Påbörjad lösning, t.ex. visar kunskap om antalet möjliga kombinationer för en frukt. Redovisad lösning med godtagbart svar.  Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 42.	(0/1/1) +C_B +A_B	
27.	**D = 2, F = 4, H = 5** Visar kunskaper om medelvärde eller median. Ger ett svar med motivering som stämmer utifrån minst två lägesmått. För ett väl underbyggt resonemang om alla tre lägesmått och varför D har sett 2 konserter och inte 3.  Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 43–44.	(1/1/1) +E_B +C_P +A_R	

28. a)	**Festivalpass** Korrekt svar.	(1/0/0) $+E_M$	
b)	**304 (kvällsbiljetter)** Påbörjad lösning genom att genomföra någon relevant beräkning korrekt. Redovisar delberäkningar för intäkter av kvällsbiljetter. Redovisad lösning med korrekt svar. Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 45.	(3/0/0) $+E_M$ $+E_K$ $+E_P$	
c)	**1 758 endagspass och 242 kvällsbiljetter** Verifiering av korrekta värden *eller* påbörjad lösning, t.ex. prövning eller tecknad ekvation/ekvationssystem. Redovisar hur respektive biljett/pass har beräknats och ger korrekt svar. Använder dessutom en generell metod. Välstrukturerad generell lösning som är lätt att följa. Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 46–47.	(0/1/3) $+C_P$ $+A_P$ $+A_M$ $+A_K$	
29.	**37,5° ; 37,5** Påbörjad lösning, t.ex. visar att vinkel *y* är 60°. Redovisad lösning med korrekt svar. Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 48.	(0/1/1) $+C_B$ $+A_P$	
30.	**8,5–9 m (lång och 5 m bred)** Påbörjad lösning, t.ex. visar att det bildas en likbent triangel eller ritar en skalenlig figur eller påbörjar beräkning med Pythagoras sats. Bestämmer sidan i triangeln godtagbart genom beräkning eller prövning. Löser hela problemet och ger ett svar på presenningens långsida inom intervallet 8,4–9 m (avrundning till 8,4 medför att presenningen inte räcker). Tydlig och välstrukturerad redovisning med korrekt matematiskt språk. Lämpliga avrundningar för problemet med godtagbart svar. Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 49–51.	(0/2/2) $+C_P$ $+C_M$ $+A_P$ $+A_K$	

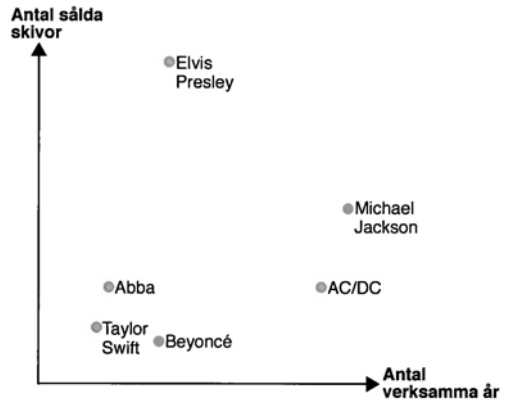
Bedömda elevlösningar till Delprov D

Bedömda elevlösningar till uppgift 23 c **Max (0/2/0)**

Elevlösning 1  Kommentar: Relaterar till rätt helhet, men tolkar inte svaret korrekt.	0/1/0 
Elevlösning 2  Kommentar: Utgår från rätt helhet, men tolkar inte resultatet korrekt.	0/1/0 
Elevlösning 3  Kommentar: Relaterar till rätt helhet.	0/2/0 

Bedömda elevlösningar till uppgift 24 b **Max (0/1/1)**

Elevlösning 1



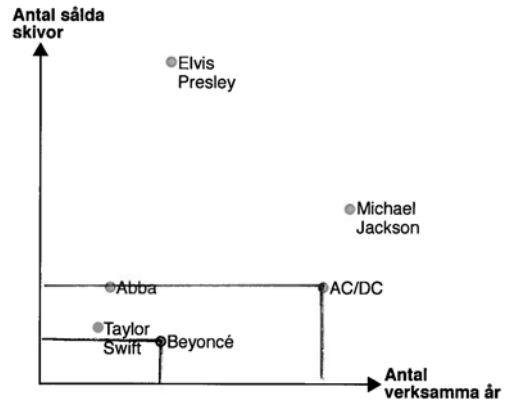
AC/DC och Beyoncé. De har ungefär samma graf, ungefär samma lutning.

Kommentar: Resonerar utifrån linjens lutning men motiveringen är otydlig.

0/1/0

	E	C	A
P		X	
B			
M			
R			
K			

Elevlösning 2



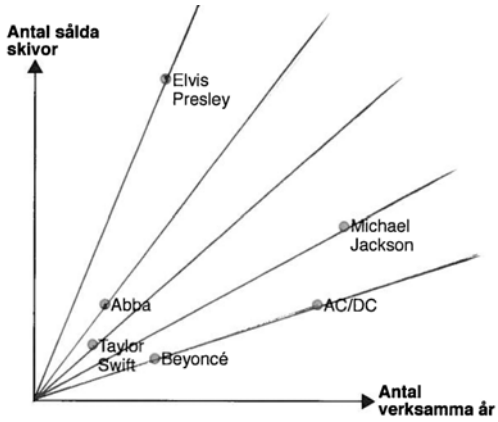
AC/DC k Beyoncé eftersom Beyoncé, om hon skulle fortsätta att höjas i samma takt som AC/DC så hade hon hamnat på ungefär lika sålda skivor som AC/DC vid samma verksamma år.

Kommentar: För ett resonemang utifrån ökningstakt.

0/1/0

	E	C	A
P		X	
B			
M			
R			
K			

Elevlösning 3

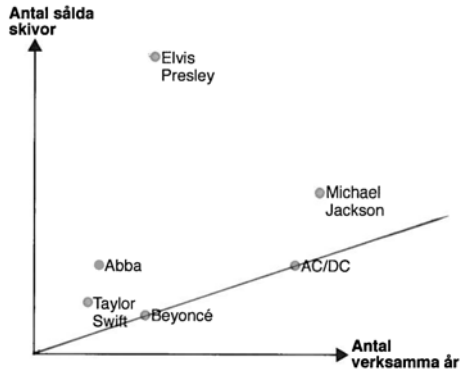


Beyoncé och AC/DC.
MJ och Taylor är också ganska nära.
Man sätter linjalen i origo och snurrar den, de gånger då du behöver snurra minst emellan, för att linjalen ska passera, är svaret.

0/1/1

	E	C	A
P		X	
B			
M			
R			X
K			

Elevlösning 4



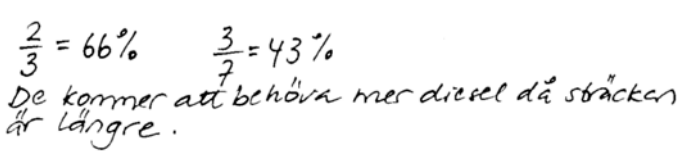
Beyoncé och AC/DC.
Om man utgår ifrån origo och drar en graf genom Beyoncés koordinat och fortsätter så korsar den nästan AC/DC's koordinat. Alltså har de ungefär sålt samma antal skivor jämfört med år de varit aktiva.

0/1/1

	E	C	A
P		X	
B			
M			
R			X
K			

Bedömda elevlösningar till uppgift 25 **Max (0/2/0)**

Elevlösning 1



Kommentar: Jämför andelen bensin med felaktig sträcka.

0/0/0

	E	C	A
P			
B			
M			
R			
K			

Elevlösning 2



Kommentar: Genom bild visas andelarna godtagbart.

0/1/0

	E	C	A
P		X	
B			
M			
R			
K			

Elevlösning 3

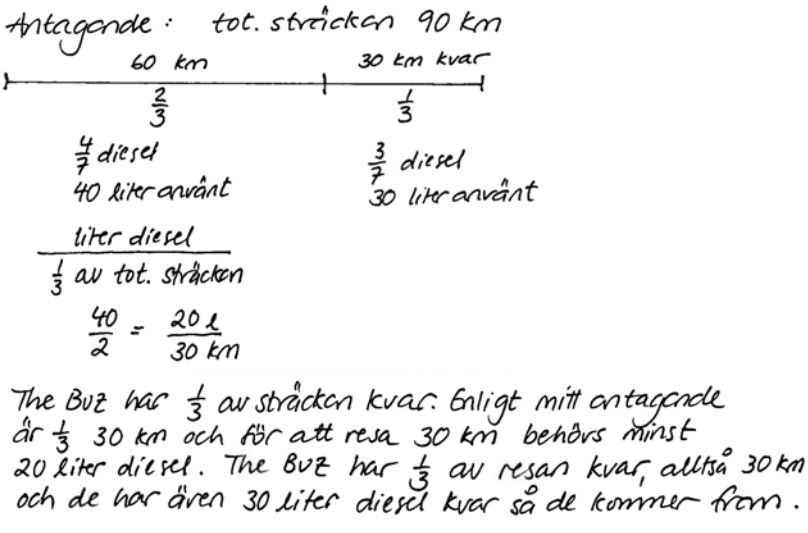


Kommentar: Godtagbar jämförelse men knapphändigt resonemang.

0/1/0

	E	C	A
P		X	
B			
M			
R			
K			

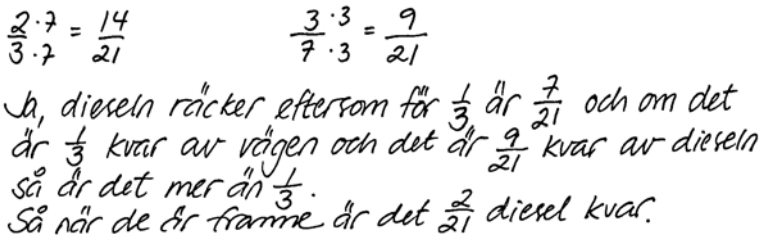
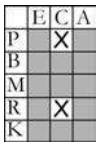
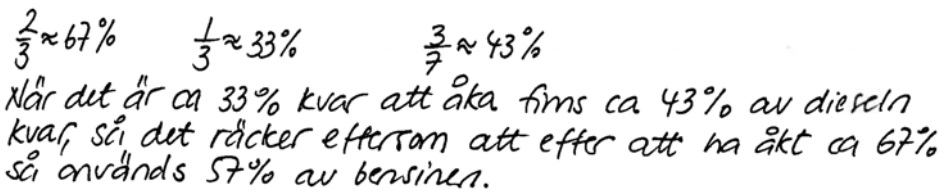
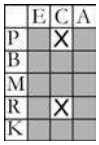
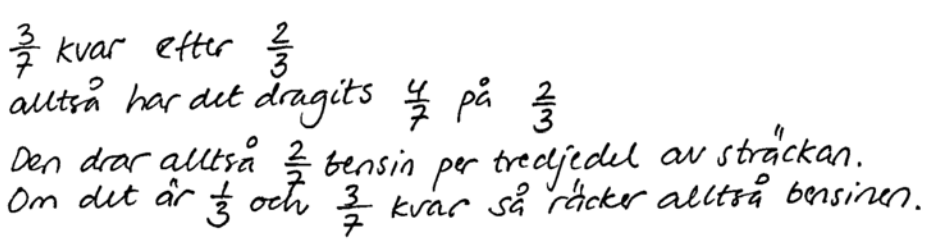
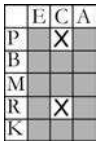
Elevlösning 4



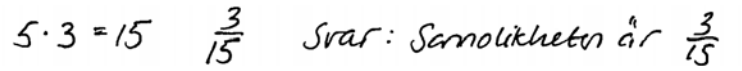
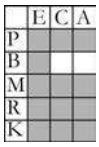
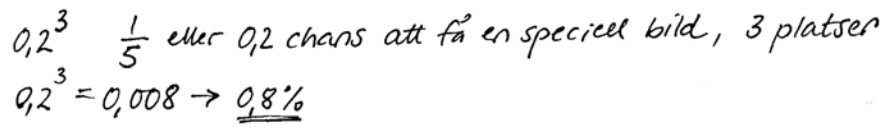
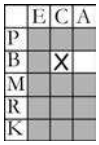
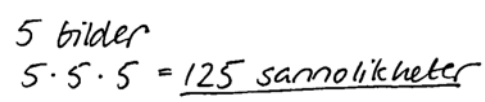
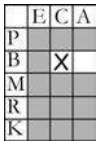
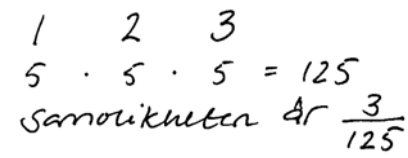
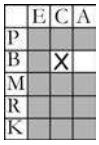
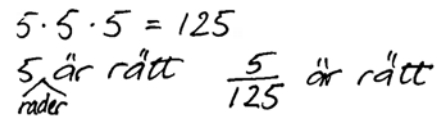
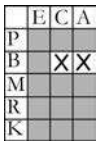
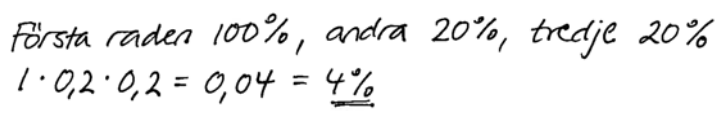
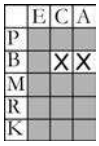
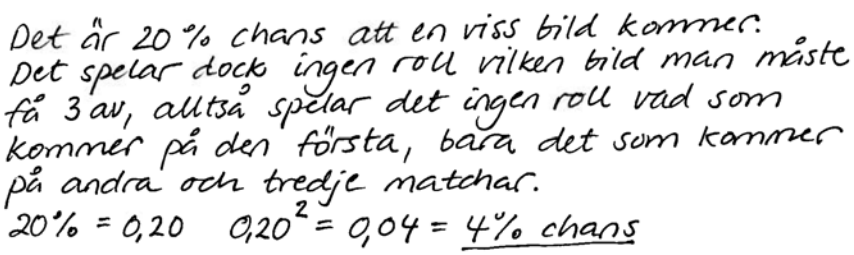
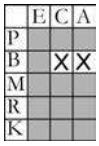
Kommentar: Löser problemet med hjälp av ansatta värden, som används i argumentet. Dock visas inte att resonemanget gäller för alla sträckor.

0/1/0

	E	C	A
P		X	
B			
M			
R			
K			

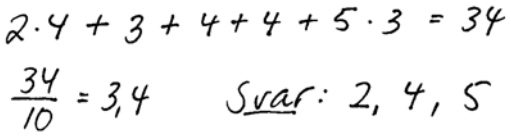
Elevlösning 5  Kommentar: Använder beräkningar för att argumentera och dra en slutsats.	0/2/0 
Elevlösning 6  Kommentar: Löser problemet genom att använda procent. Relevant sträcka jämförs med andel diesel.	0/2/0 
Elevlösning 7  Kommentar: För ett väl underbyggt matematiskt resonemang.	0/2/0 

Bedömda elevlösningar till uppgift 26 **Max (0/1/1)**

Elevlösning 1  Kommentar: Den påbörjade lösningen är ej relevant.	0/0/0 
Elevlösning 2  Kommentar: Beräknar sannolikheten för en vinnande rad.	0/1/0 
Elevlösning 3  Kommentar: Visar antalet möjliga kombinationer.	0/1/0 
Elevlösning 4  Kommentar: Visar antalet möjliga kombinationer.	0/1/0 
Elevlösning 5  Kommentar: Löser problemet men kommunikationen är knapphändig.	0/1/1 
Elevlösning 6  	0/1/1 
Elevlösning 7  	0/1/1 

Bedömda elevlösningar till uppgift 27 **Max (1/1/1)**

Elevlösning 1

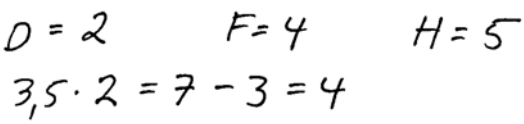


Kommentar: Visar kunskap om medelvärde genom prövning.

1/0/0

	E	C	A
P			
B	X		
M			
R			
K			

Elevlösning 2

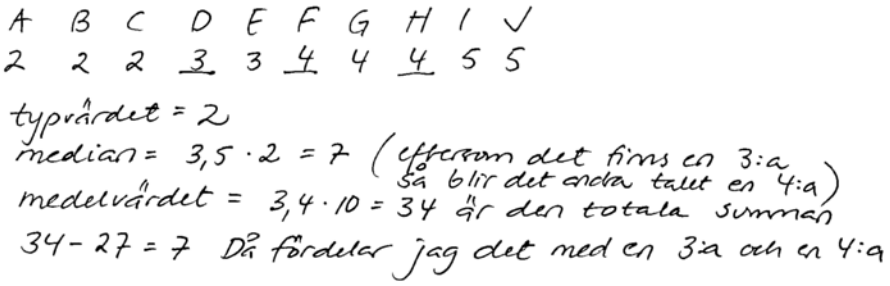


Kommentar: Visar kunskap om median. Likhetstecknet hanteras inte korrekt men det påverkar inte bedömningen.

1/0/0

	E	C	A
P			
B	X		
M			
R			
K			

Elevlösning 3

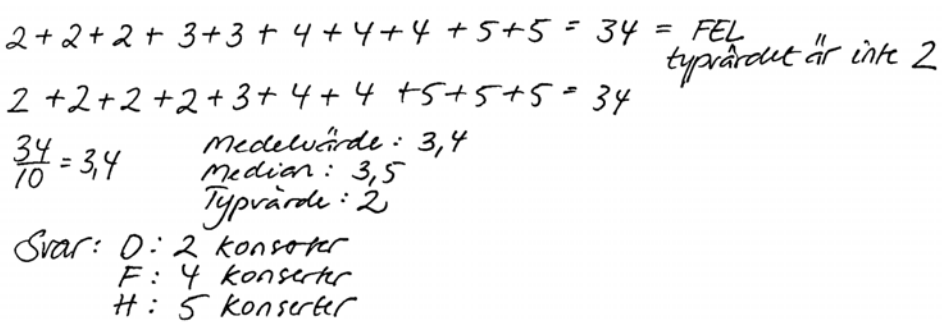


Kommentar: Ger ett svar som stämmer utifrån medelvärde och median och motiverar dessa. Däremot stämmer inte svaret med det angivna typvärdet.

1/1/0

	E	C	A
P		X	
B	X		
M			
R			
K			

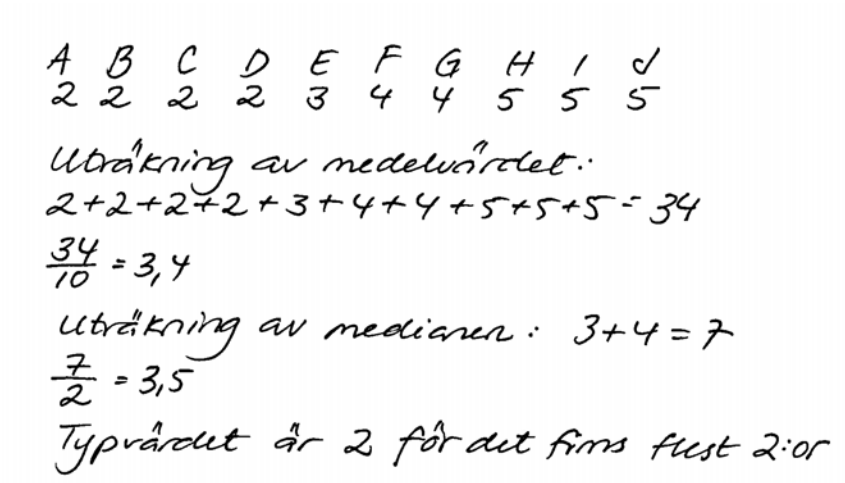
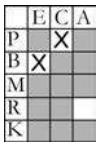
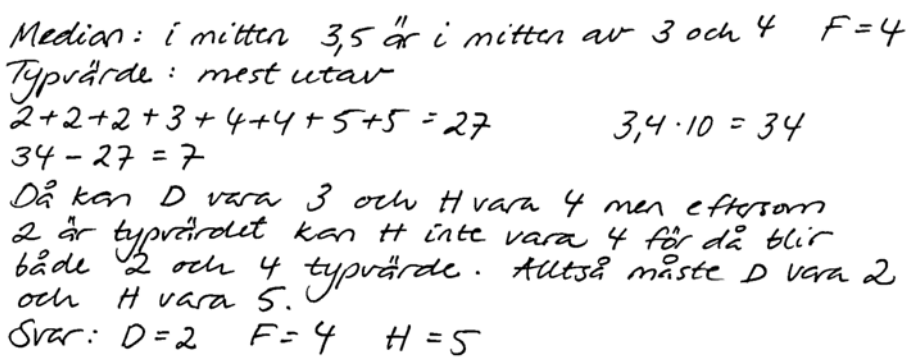
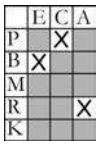
Elevlösning 4



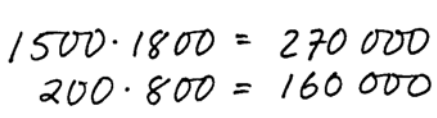
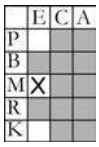
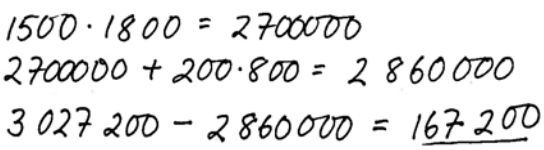
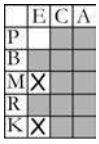
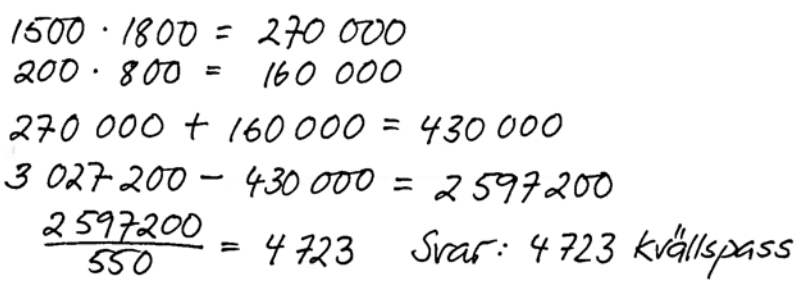
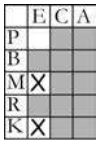
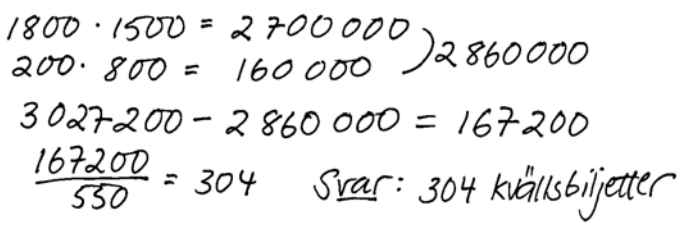
Kommentar: Prövning som ger ett korrekt svar men underbyggda resonemang och bestämning av medianen saknas.

1/1/0

	E	C	A
P		X	
B	X		
M			
R			
K			

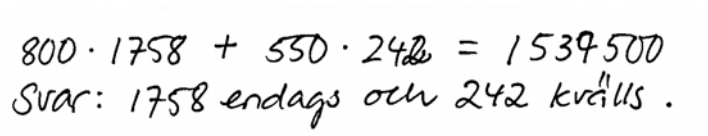
Elevlösning 5  Kommentar: Visar beräkning för både medelvärde och median. Resonemanget om varför person D har sett 2 konserter och inte 3 är inte tillräckligt väl utrett.	1/1/0 
Elevlösning 6  	1/1/1 

Bedömda elevlösningar till uppgift 28 b **Max (3/0/0)**

Elevlösning 1  $1500 \cdot 1800 = 270\,000$ $200 \cdot 800 = 160\,000$ Kommentar: I redovisningen finns relevanta delberäkningar men kommunikationen är bristfällig då varken intäkter för festivalpass eller endagspass redovisas.	1/0/0 
Elevlösning 2  $1500 \cdot 1800 = 2700000$ $2700000 + 200 \cdot 800 = 2\,860\,000$ $3\,027\,200 - 2\,860\,000 = 167\,200$ Kommentar: Redovisar delberäkningar för intäkter av kvällsbiljetter.	2/0/0 
Elevlösning 3  $1500 \cdot 1800 = 270\,000$ $200 \cdot 800 = 160\,000$ $270\,000 + 160\,000 = 430\,000$ $3\,027\,200 - 430\,000 = 2\,597\,200$ $\frac{2\,597\,200}{550} = 4723$ Svar: 4723 kvällspass Kommentar: I beräkningen av inkomsten för festivalpassen saknas en nolla. I övrigt redovisas samtliga delberäkningar.	2/0/0 
Elevlösning 4  $1800 \cdot 1500 = 2\,700\,000$ $200 \cdot 800 = 160\,000$)2 860 000 $3\,027\,200 - 2\,860\,000 = 167\,200$ $\frac{167\,200}{550} = 304$ Svar: 304 kvällsbiljetter Kommentar: Redovisningen omfattar flertalet delberäkningar och svaret är korrekt.	3/0/0 

Bedömda elevlösningar till uppgift 28 c **Max (0/1/3)**

Elevlösning 1

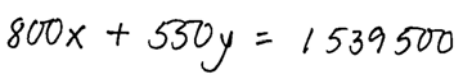


Kommentar: Verifiering av lösning.

0/1/0

	E	C	A
P		X	
B			
M			
R			
K			

Elevlösning 2

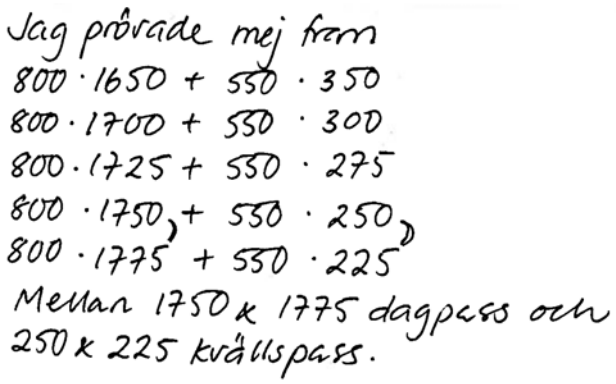


Kommentar: Påbörjar lösningen knapphändigt då endast ekvationen med priset för biljetterna tecknas.

0/1/0

	E	C	A
P		X	
B			
M			
R			
K			

Elevlösning 3

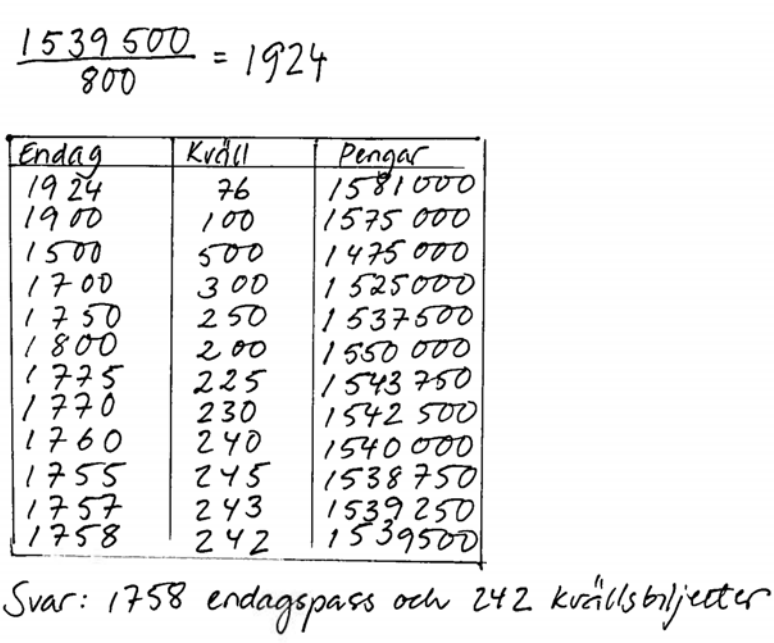


Kommentar: Prövar flera lösningar men kommer inte fram till korrekt svar.

0/1/0

	E	C	A
P		X	
B			
M			
R			
K			

Elevlösning 4

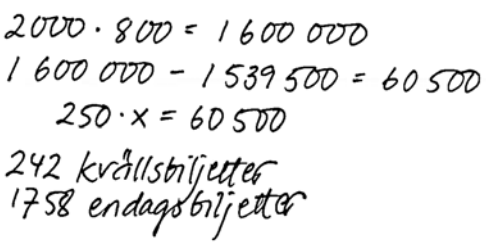


Kommentar: Redovisad prövning som leder till korrekt svar.

0/1/1

	E	C	A
P		X	X
B			
M			
R			
K			

Elevlösning 5

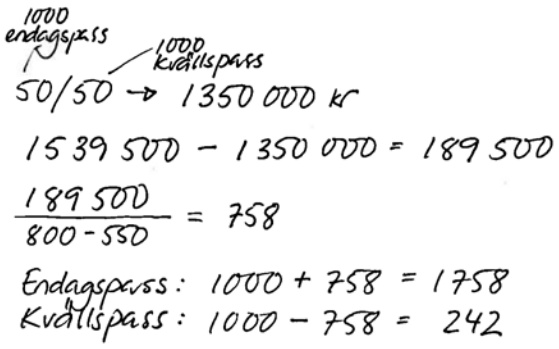


Kommentar: Använder en generell aritmetisk lösning. Delberäkningar saknas och lösningen är inte lätt att följa.

0/1/2

	E	C	A
P		X	X
B			
M			X
R			
K			

Elevlösning 6

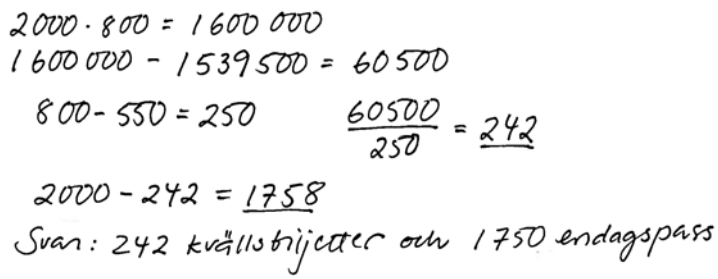


Kommentar: Utgår från hälften av vardera typ av pass när den generella aritmetiska lösningen redovisas.

0/1/3

	E	C	A
P		X	X
B			
M			X
R			
K			X

Elevlösning 7

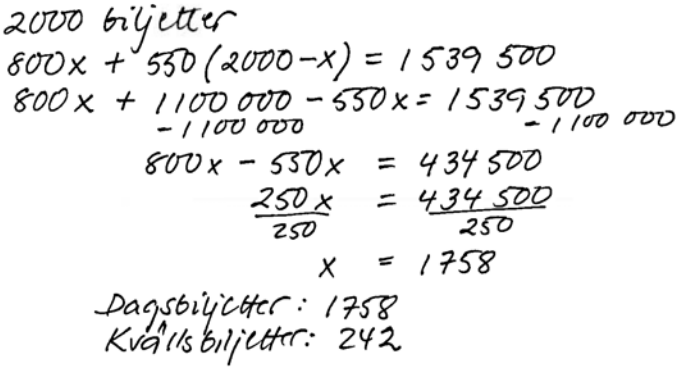


Kommentar: Redovisar en generell aritmetisk lösning, där prisskillnaden används för att bestämma antalet biljetter.

0/1/3

	E	C	A
P		X	X
B			
M			X
R			
K			X

Elevlösning 8

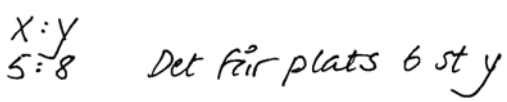
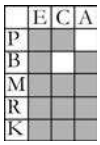
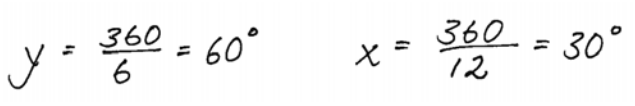
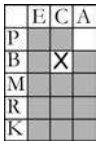
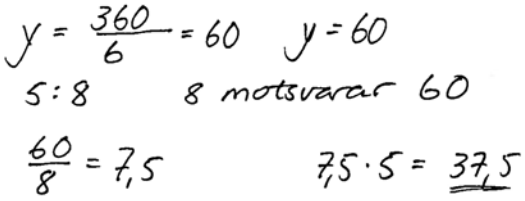
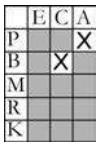
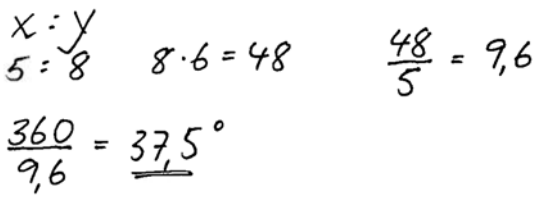
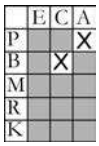
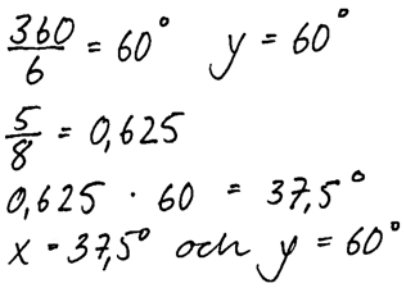
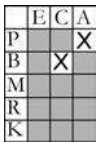


Kommentar: Välstrukturerad generell algebraisk lösning.

0/1/3

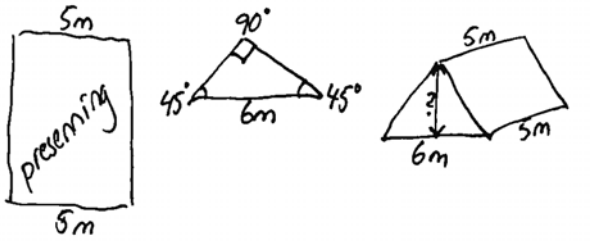
	E	C	A
P		X	X
B			
M			X
R			
K			X

Bedömda elevlösningar till uppgift 29 **Max (0/1/1)**

Elevlösning 1  Kommentar: Visar förhållandet som ges i uppgiften men relaterar inte *y* till 360°.	0/0/0 
Elevlösning 2  	0/1/0 
Elevlösning 3  	0/1/1 
Elevlösning 4  Kommentar: Utgår från förhållandet mellan de olika cirkelbågarnas längder och löser uppgiften.	0/1/1 
Elevlösning 5  	0/1/1 

Bedömda elevlösningar till uppgift 30 **Max (0/2/2)**

Elevlösning 1

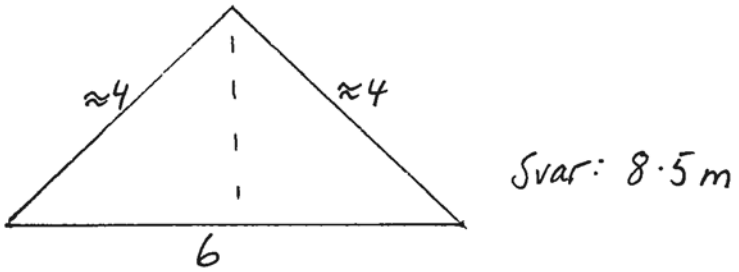


Kommentar: Visar med figurer den likbenta rätvinkliga triangeln.

0/1/0

	E	C	A
P		X	
B			
M			
R			
K			

Elevlösning 2

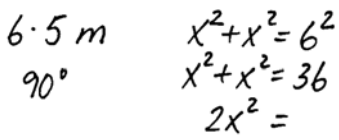


Kommentar: Figuren är skalenligt ritad och genom mätning bestäms längden.

0/1/0

	E	C	A
P		X	
B			
M			
R			
K			

Elevlösning 3

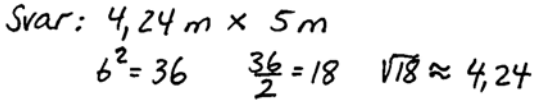


Kommentar: Påbörjar beräkning med hjälp av Pythagoras sats.

0/1/0

	E	C	A
P		X	
B			
M			
R			
K			

Elevlösning 4

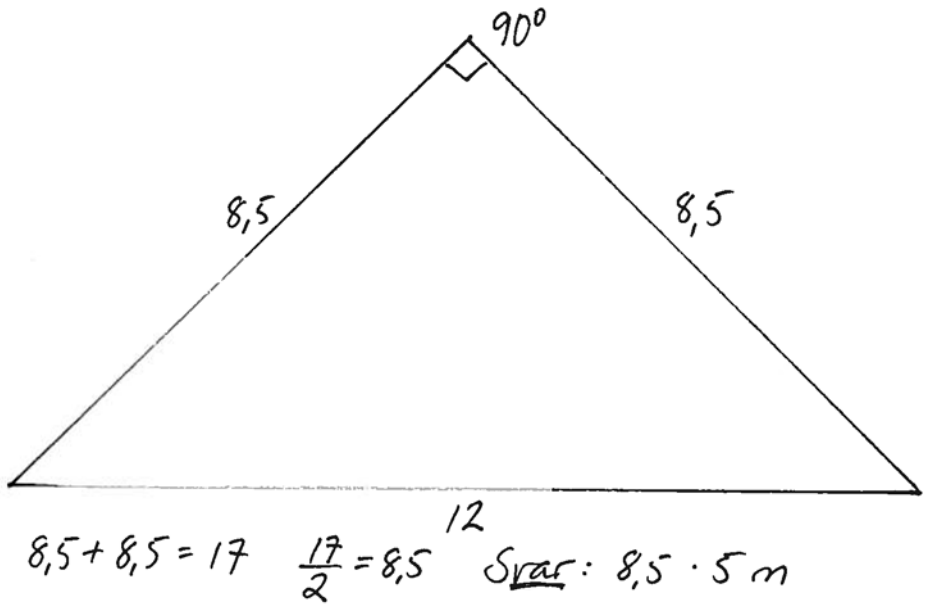


Kommentar: Bestämmer sidan i triangeln med beräkning. Tar inte hänsyn till att sidan måste multipliceras med 2.

0/2/0

	E	C	A
P		X	
B			
M		X	
R			
K			

Elevlösning 5

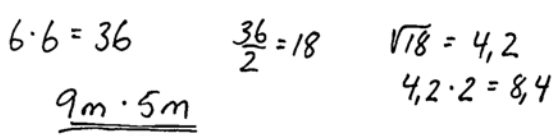


Kommentar: Löser problemet genom att förstora bilden och får därmed en större noggrannhet i mätningen. Svaret ges inom intervallet 8,4–9 m. Bestämmer inte sidan i triangeln genom beräkning eller prövning.

0/1/1

	E	C	A
P		X	X
B			
M			
R			
K			

Elevlösning 6

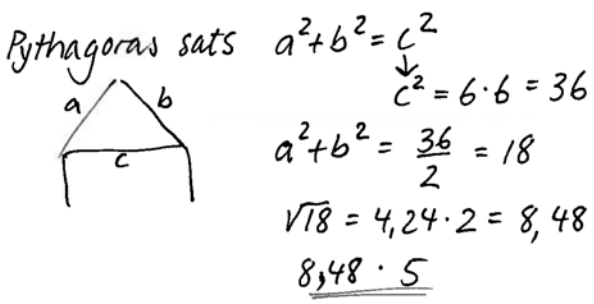


Kommentar: Löser hela problemet genom beräkning med ett svar inom intervallet 8,4–9 m. Avrundningen är lämplig men kommunikationen är knapphändig.

0/2/1

	E	C	A
P		X	X
B			
M		X	
R			
K			

Elevlösning 7

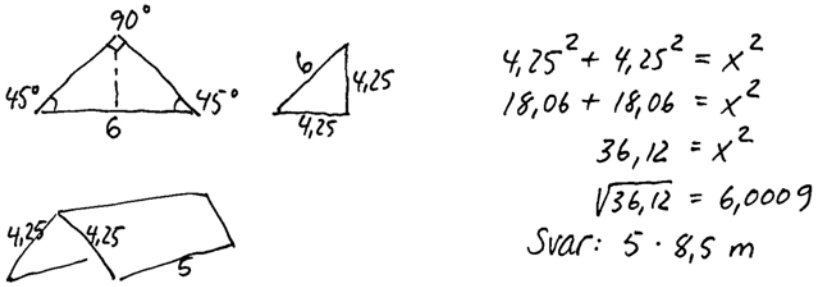


Kommentar: Hanterar inte likheter och avrundning på ett lämpligt sätt.

0/2/1

	E	C	A
P		X	X
B			
M		X	
R			
K			

Elevlösning 8

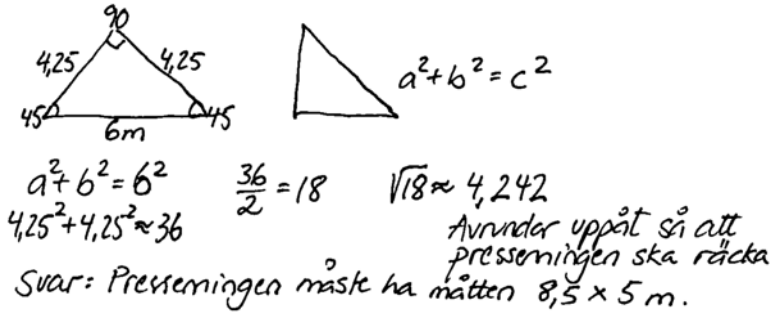


Kommentar: I redovisningen framgår inte hur 4,25 har bestämts.
Verifierar med hjälp av Pythagoras sats att sidans mått i triangeln stämmer.
Godtagbart svar ges på presenningens längd.

0/2/1

	E	C	A
P		X	X
B			
M		X	
R			
K			

Elevlösning 9



Kommentar: Redovisningen är tydlig, visar den rätvinkliga likbenta triangeln.
Beräknar sidan med hjälp av Pythagoras sats och avrundar på ett lämpligt sätt.

0/2/2

	E	C	A
P		X	X
B			
M		X	
R			
K			X

3. Instruktioner för sammanvägning till ett provbetyg

För att kunna ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven nås på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå sätts ett sammanvägt provbetyg för varje elev som genomför samtliga delprov. Detta görs i de årskurser där betyg ges. Provbetyget gör det möjligt att göra resultatjämförelser mellan kommuner och skolor, liksom jämförelser över tid.

Sammanvägningen är en rent teknisk konstruktion och den sker enligt olika modeller för olika ämnen.

Sammanvägningen till ett provbetyg i samband med provet i matematik för årskurs 9

I provet ges ett provbetyg. Provbetyget ges endast då samtliga delprov genomförts och för provet som helhet. Det finns krav på både kvalitet (E-, C- och A-poäng) och bredd (totalpoäng) för ett visst provbetyg. Däremot anges inte krav på ett visst antal poäng per förmåga. Det beror på att provet genomförs under en begränsad tid och med ett begränsat omfång. I provet finns det inte tillräckligt antal poäng per förmåga för att kunna göra en tillräckligt mätsäker bedömning. Då det enbart är den huvudsakliga förmågan som ger poäng i uppgiften, kan eleven i uppgiften visa ytterligare förmågor som inte bedömts.

Gränser för provbetyget i matematik för årskurs 9

	Provbetyg E	Provbetyg D	Provbetyg C	Provbetyg B	Provbetyg A
Totalpoäng	Minst 22 poäng	Minst 36 poäng	Minst 48 poäng	Minst 63 poäng	Minst 73 poäng
Nivåkrav		Minst 10 poäng på lägst nivå C	Minst 19 poäng på lägst nivå C	Minst 6 poäng på nivå A	Minst 11 poäng på nivå A

Maxpoäng

Detta prov kan ge maximalt 90 poäng fördelade på 35 E-poäng, 34 C-poäng och 21 A-poäng.

Provbetyget E

För att få provbetyget E ska eleven ha erhållit minst 22 poäng.

Provbetyget D

För att få provbetyget D ska eleven ha erhållit minst 36 poäng varav minst 10 poäng på lägst nivå C, dvs. antalet C-poäng och antalet A-poäng ska tillsammans vara minst 10.

Provbetyget C

För att få provbetyget C ska eleven ha erhållit minst 48 poäng varav minst 19 poäng på lägst nivå C, dvs. antalet C-poäng och antalet A-poäng ska tillsammans vara minst 19.

Provbetyget B

För att få provbetyget B ska eleven ha erhållit minst 63 poäng varav minst 6 poäng på nivå A.

Provbetyget A

För att få provbetyget A ska eleven ha erhållit minst 73 poäng varav minst 11 poäng på nivå A.

Resultaten på provet i relation till slutbetyget

I grundskolan ska de nationella proven användas för att bedöma elevernas kunskaper i förhållande till grundskolans kunskapskrav. I årskurserna 6 och 9 ska de även användas som stöd för betygssättningen. Det är alltså viktigt att läraren beaktar provresultaten vid betygssättningen. Resultaten ska då även sättas i relation till det övriga betygsunderlag som läraren har samlat in.

Det nationella provet prövar stora delar av kunskapskraven, men det kan inte pröva allt i en kursplan. Uppgifterna i proven är utprövade i stor skala tillsammans med elever och lärare för att säkerställa att bedömningen blir så tillförlitlig som möjligt. Hur poängen är fördelade mellan olika huvudsakliga förmågor ger läraren en möjlighet att urskilja hur eleven har presterat i förhållande till olika delar av kunskapskraven. Provbetyget sammanfattar de kunskaper som eleven har visat i provet.

När läraren vid betygssättningen i slutet av terminen tar ställning till en elevprestation som har gjorts vid ett enstaka tillfälle behöver hon eller han vara medveten om att elevens resultat kan ha påverkats av tillfälligheter. Det kan till exempel handla om att eleven har missuppfattat en uppgift eller haft en dålig dag. Elevens slutbetyg kan alltså av olika skäl bli ett annat än provbetyget.

På nationell nivå, huvudmanna- och skolnivå används de nationella proven för att göra övergripande analyser av resultat. Detta görs bland annat för att främja en likvärdig betygssättning. I de fall som det finns stora avvikelser mellan provbetyg och slutbetyg på klass- eller skolnivå beror detta sannolikt inte på tillfälligheter. Det kan då finnas anledning att göra en analys av varför dessa skillnader finns och om betygssättningen på skolan kan anses likvärdig i förhållande till övriga skolor i landet.

4. Kopieringsunderlag och webbmaterial

I det här kapitlet finns följande kopieringsunderlag att använda vid genomförandet av Delprov B–D. Underlagen finns även att ladda ned i digital form på webbplatsen ww.su.se/primgruppen, när det sista skriftliga delprovet har genomförts.

- Kopieringsunderlag 1: *Sammanställning av elevresultat*. Underlaget används för att fylla i och spara resultatet på de olika delproven för en enskild elev och inför sammanvägningen till ett provbetyg. Det kan även användas som ett underlag inför utvecklingssamtal eller vid överlämnande till mottagande lärare.
- Kopieringsunderlag 2: *Sammanställning av elevresultat på grupp- eller klassnivå*. Underlaget används för att fylla i och spara resultatet på ämnesprovet för en grupp eller klass.
- Kopieringsunderlag 3: *Förmågeprofil*. Underlaget används för att fylla i och spara en förmågeprofil för en enskild elev. Den kan även användas som ett underlag inför utvecklingssamtal eller vid överlämnande till mottagande lärare.

Övrigt webbmaterial

Exempel på uppgifter och tillhörande bedömningsanvisningar finns på PRIM-gruppens webbsida: www.su.se/primgruppen/matematik/åk-9/tidigare-prov.

Bedömningsexempel för årskurs 9 finns på PRIM-gruppens webbsida: www.su.se/primgruppen/matematik/åk-9/bedömning.

Kopieringsunderlag

Kopieringsunderlag 1

Sammanställning av elevresultat

I det här formuläret förtecknas elevens resultat på samtliga delprov.

Elevens namn:	Födelsedatum:
Klass eller grupp:	Skola:
Provbetyg:	

Delprov	E-poäng	C-poäng	A-poäng		
A	(5)	(5)	(5)		
B	(13)	(13)	(3)		
C	(4)	(4)	(4)		
D	(13)	(12)	(9)	**Totalpoäng**	**Provbetyg**
Summa:	(35)	(34)	(21)	(90)	

Delprov A

	E	C	A
Begrepp och Problemlösning	E_B E_P	C_B C_P	A_B A_P
Resonemang om begrepp	E_R	C_R	A_R
Resonemang	E_R	C_R	A_R
Kommunikation	E_K	C_K	A_K
Summa	5	5	5

Delprov C

	E	C	A
Metod	E_M	C_M	A_M
Problemlösning och Resonemang	E_P E_R	C_R C_P	$A_R + A_P$
Kommunikation	E_K	C_K	A_K
Summa	4	4	4

Gränser för provbetyget i matematik för årskurs 9

	Provbetyg E	Provbetyg D	Provbetyg C	Provbetyg B	Provbetyg A
Totalpoäng	Minst 22 poäng	Minst 36 poäng	Minst 48 poäng	Minst 63 poäng	Minst 73 poäng
Nivåkrav		Minst 10 poäng på lägst nivå C	Minst 19 poäng på lägst nivå C	Minst 6 poäng på nivå A	Minst 11 poäng på nivå A

Provbetyget sammanfattar de kunskaper som eleven har visat i det nationella provet. Slutbetyget behöver inte vara detsamma som provbetyget eftersom slutbetyget grundar sig på alla kunskaper som eleven har visat i ämnet.

Finns att ladda ner på www.su.se/primgruppen

Kopieringsunderlag 2

Sammanställning av elevresultat på grupp- eller klassnivå

Klass/Grupp:_____

Elevens namn	E-poäng	C-poäng	A-poäng	Totalt antal poäng	Provbetyg

Finns att ladda ner på www.su.se/primgruppen

Kopieringsunderlag 3

Förmågeprofil

Ämnesprovet i matematik i årskurs 9, 2015/2016 Namn: _____

Delprov		E	C	A
Problemlösning	A	M	M	M
	B		8 9c 12	19b
	C	20	20	20
	D	21 28b	23b 24b 25 27 28c 30	28c 29 30
Begrepp	A	M	M	M
	B	4 7 8 8 13 19a	10 11 13 14 15 16a	13 16b
			18 19b	
	C			
	D	24a 27	23c 23c 26 29	26
Metod	A			
	B	1 2 3 5 6 9a	17 19b	
		9b		
	C	20	20	20
	D	21 22 23a 28a 28b	30	28c
Matematiska resonemang	A	M M	M M	M M
	B			
	C	20	20	20
	D		25	24b 27
Kommunikation	A	M	M	M
	B			
	C	20	20	20
	D	21 22 23a 28b		28c 30
Poängsumma		(35)	(34)	(21)

Beteckningarna i rutorna anger uppgiftsnummer och M muntligt delprov.
Varje ruta motsvarar en poäng.

Finns att ladda ner på www.su.se/primgruppen

© Skolverket

PRIM gruppen