Matematik

Årskurs 9

Lärarinformation inklusive Delprov A (även engelsk översättning) och Bedömningsanvisningar till Delprov A

Provet kommer inte att återanvändas enligt beslut från SkolverketDnr 6.2.1-2019:1083.

Skolverket

Kontaktinformation

Upplysningar om det nationella ämnesprovet i matematik för årskurs 9 ges av PRIM-gruppen, Stockholms universitet, 106 91 Stockholm, fax: 08-618 35 71, e-post: info@prim-gruppen.se

PRIM-gruppen

Margareta Enoksson (provansvarig), e-post: margareta.enoksson@mnd.su.se, tfn: 08-1207 62 38
Anette Nydahl (provutvecklare), e-post: anette.nydahl@mnd.su.se, tfn: 08-1207 6609
Astrid Pettersson (projektledare), e-post: astrid.pettersson@mnd.su.se
Yvonne Emond (administratör), e-post: yvonne.emond@mnd.su.se
Frågor om PRIM-gruppens urvalsinsamling skickas till e-post: insamling@prim-gruppen.se

Skolverket

Ansvarig på Skolverket för ämnesprovet i matematik är:
Marcus Strömbäck Hjärne, e-post: marcus.stromback.hjarne@skolverket.se
Frågor om totalinsamlingen via SCB ställs till Skolverket, tfn: växel 08-527 332 00

Beställning och distribution

Exaktaprinting, e-post: np.bestallning@exakta.se, tfn: 040-685 51 10

Innehåll

Information till lärare inför det nationella ämnesprovet i matematik för årskurs 9 4
Syfte med nationella prov 4
Inledning 4
Material som ingår i ämnesprovet 4
Distribution av ämnesprovet 4
Översikt delprov 5
Bedömning 6
Kravgränser för provbetygen 7
Information till eleverna om delproven 7
Hjälpmedel 8
Stöd och anpassning av prov 8
Sekretess 9
Hantering 9
Rapportering av resultat 9
Redovisning av resultat 10
Arkivering 10
Delprov A – Muntligt delprov 11
Genomförande 13
Beskrivning av muntligt delprov 13
Organisation 13
Bedömning 14
Förberedelser inför det muntliga delprovet 15
Version 1 – Samband och förändring 16
Version 2 – Samband och förändring 18
Version 1 – Samband och förändring (engelsk översättning) 20
Version 2 – Samband och förändring (engelsk översättning) 22
Exempel på godtagbara svar och motiveringar Del 1 24
Exempel på bedömning av elevers svar 25
Exempel på godtagbara svar och motiveringar Del 2 27
Uppgiftsspecifik bedömningsmatris 29
Kopieringsunderlag 31
Information till eleverna om det muntliga delprovet 32
Information for students about the oral part 33
Förenklad bedömningsmatris 34

Information till lärare inför det nationella ämnesprovet i matematik för årskurs 9

Syfte med nationella prov

Syftet med de nationella proven är i huvudsak att

- stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning
- ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå.

Inledning

På uppdrag av Skolverket konstrueras ämnesprovet i matematik för årskurs 9 av PRIM-gruppen vid Stockholms universitet. Projektledare är Astrid Pettersson och provansvarig är Margareta Enoksson. Ansvarig på Skolverket är Marcus Strömbäck Hjärne. Provet konstrueras utifrån läroplanen med kursplanens syfte, centrala innehåll samt kunskapskrav i fokus. Bedömningen utgår från kunskapskraven. Sedan 2013 konstrueras ämnesprovet med Lgr 11 som utgångspunkt. Det innebär att det skiljer sig något från tidigare ämnesprov vad gäller centralt innehåll och bedömning. Delprov B kan till exempel även innehålla uppgifter där redovisning och/eller resonemang krävs. Delprovet kan också innehålla uppgifter där eleverna har möjlighet att visa såväl E-, C- som A-kvalitet, till skillnad från tidigare ämnesprov då delprov B gav eleverna möjlighet att endast visa g- och vg-kvalitet.

Provet innehåller uppgifter som har både bredd och djup, för att eleven ska ges tillfälle att visa så mycket som möjligt av sina förmågor i matematik. De olika delproven prövar tillsammans alla förmågor i ämnet matematik. Provet innehåller allt ifrån uppgifter där eleverna endast ska ge ett svar till mer omfattande och utredande uppgifter. Bedömningen sker utifrån kunskapskraven för årskurs 9. Allt i ämnet matematik som beskrivs i kursplanen kan dock inte prövas, då skulle provet bli alltför omfattande.

Material som ingår i ämnesprovet

Det nationella provet i matematik, årskurs 9, består av elevmaterial och lärarmaterial. Lärarmaterialet innehåller Lärarinformation inklusive Delprov A (grönt häfte) samt Bedömningsanvisningar (rött häfte). Bedömningsanvisningar för delprov B, C och D skickas tillsammans med elevmaterialet. Bedömningsanvisningarna ska delas ut till berörda lärare efter det att det första skriftliga delprovet genomförts.

Distribution av ämnesprovet

Materialen för ämnesprovet i matematik för årskurs 9 distribueras till skolorna vid två olika tillfällen. Vecka 2 distribueras endast detta häfte som innehåller information om hela provet samt Delprov A med Bedömningsanvisningar. Vecka 18 distribueras övriga delar, Delprov B, C och D samt Bedömningsanvisningar till dessa delar.

Översikt delprov

Delprov	Provdatum	Provtid	Elevmaterial	Innehåll och bedömning
Delprov A	Vecka 2–22	Cirka 20–30 minuter per grupp	Material som medsänds detta häfte	Muntligt delprov som genomförs i grupp. Formelblad och miniräknare[1] tillåtna. Aspektbedömning med stöd av bedömningsmatris.
Delprov B	Onsdagen den 6 maj	80 minuter tillsammans för Delprov B och C	Elevhäfte Delprov B	Uppgifter där eleverna både ska redovisa lösningar och uppgifter där endast svar ska ges. Formelblad och miniräknare *ej* tillåtna. Poäng enligt Bedömningsanvisningar.
Delprov C	Onsdagen den 6 maj		Elevhäfte Delprov C	En mer omfattande uppgift. Formelblad och miniräknare[1] tillåtna. Aspektbedömning med stöd av bedömningsmatris.
Delprov D	Fredagen den 8 maj	100 minuter	Elevhäfte Delprov D	Uppgifter samlade kring ett tema. Formelblad och miniräknare[1] tillåtna. Poäng enligt Bedömningsanvisningar.

Ämnesprovet i matematik omfattar fyra delprov som tillsammans ska ge eleverna möjlighet att visa sina förmågor i matematik på olika sätt. Eleverna får på delproven tillämpa sina förmågor på ett urval av det centrala innehållet. Ämnesprovet är obligatoriskt att genomföra.

De olika delproven skiljer sig vad gäller kunskapsinnehåll, arbetssätt, redovisnings- och bedömningssätt. På tre av ämnesprovets fyra delprov ska eleverna redovisa sina lösningar skriftligt och på ett delprov ska de redovisa muntligt. De skriftliga delproven är förlagda till fasta provdagar medan det muntliga delprovet kan genomföras enligt lokalt beslut inom den givna tidsramen. Två av de skriftliga delproven ska genomföras på samma dag.

Formelbladet, som har omarbetats något, kan laddas ned i pdf-format från Skolverkets hemsida www.skolverket.se eller PRIM-gruppens hemsida www.su.se/primgruppen. Vi rekommenderar att formelbladet används i undervisningen så att eleverna blir förtrogna med det.

Delprov B och C *delas ut samtidigt* till eleverna. Eleverna har då möjlighet att själva fördela tiden mellan delproven och påbörja arbetet med Delprov C *utan miniräknare och utan formelblad*. Eleverna ska först lösa uppgifterna i Delprov B utan miniräknare och formelblad. Svar och redovisningar ska skrivas direkt i elevhäftet. Vi rekommenderar att drygt halva tiden används för Delprov B. Då en elev anser att han/hon är klar med Delprov B lämnas detta in och eleven får då ta fram sin miniräknare och sitt formelblad. Arbetet fortsätter sedan med Delprov C. Uppgiften i Delprov C ska redovisas på separat papper. Elev som har arbetat med Delprov C med miniräknare får inte ”gå tillbaka” till Delprov B igen.

[1] Se under Hjälpmedel sid. 8

Bedömning

Bedömning av elevernas lösning kommer att göras utifrån kunskapskraven. Konstruktion av uppgifter sker i relation till dessa förmågor.

Problemlösning (P)
Begrepp (B)
Metod (M)
Resonemang (R)
Kommunikation (K)

Under konstruktionsarbetet klassificeras varje uppgift utifrån vilka av förmågorna som uppgifterna avser att pröva. Den klassificering som visas i bedömningsanvisningarna innehåller ett begränsat antal förmågor och illustrerar de huvudsakliga förmågorna. Eleverna kan ha möjlighet att visa fler förmågor än vad som är framskrivet i bedömningsanvisningarna. Det är mycket viktigt att eleverna får information om bedömningen. Exempel på tidigare givet prov och tillhörande bedömningsanvisningar finns på Skolverkets hemsida, www.skolverket.se och på PRIM-gruppens hemsida www.su.se/primgruppen.

E-poäng, C-poäng och A-poäng

För att tydliggöra de kvalitativa nivåer som finns uttryckta i kunskapskraven används E-poäng, C-poäng och A-poäng vid bedömningen. I bedömningsanvisningarna är poängen dessutom markerade med vilken förmåga som främst avses att prövas, t.ex. C_R indikerar resonemang på C-nivå. I och med att förmågorna inte är oberoende av varandra kan det ibland vara flera förmågor som avses att prövas, men det är den huvudsakliga förmågan som tilldelas poängen.

Poängmarkeringen (2/1/0) vid en uppgift i elevhäftet innebär att uppgiften kan ge högst 2 E-poäng och 1 C-poäng. Markeringen (0/0/2) anger att uppgiften kan ge högst 2 A-poäng. Vilka förmågor som uppgiften avser att pröva framgår alltså inte i elevhäftena utan endast i bedömningsanvisningarna.

Vid bedömning av uppgifter där flera poäng kan erhållas beskrivs bedömningen kronologiskt utifrån lösningen av uppgiften. För det muntliga delprovet och vissa större uppgifter skrivs bedömningsanvisningarna i matrisform.

Bedömningsanvisningarna bygger på principen om positiv bedömning. Poäng ges för lösningarnas förtjänster. Avdrag för eventuella fel och brister görs inte.

Som hjälp vid sammanställning av bedömningen kommer ”Provsammanställning – förmågepoäng” och ”Resultatsammanställning – elev” att finnas på PRIM-gruppens hemsida från och med den 6 maj. Den förstnämnda sammanställningen kan vara till stöd för att se hur elevens provresultat fördelar sig på förmågor och kvalitativa nivåer. I häftet med bedömningsanvisningar finns även kravgränser för de olika provbetygen och en sammanställning över vilket centralt innehåll som avses att prövas i provets olika uppgifter.

Sambedömning

Olika former av sambedömning kan bidra till en mer likvärdig bedömning av elevarbeten. Sambedömning kan ske på en rad olika sätt beroende på de lokala förutsättningarna. Till exempel kan lärare gemensamt med andra matematiklärare diskutera grunderna för bedömning och diskutera elevarbeten där det finns en osäkerhet om hur de ska bedömas.

Lärare kan också byta elevarbeten med varandra så att de inte bedömer sina egna elevers arbeten och därefter diskutera sina bedömningar. Vid det muntliga delprovet kan t.ex. en lärare lyssna när en kollega genomför delprovet med en elevgrupp för att kunna diskutera bedömningen innan delprovet genomförs i fler grupper. Lärarna kan också göra ljuduppptagningar för att ha som stöd vid diskussion med kollegor om bedömning.

Kravgränser för provbetygen

Kravgränser för provbetygen E, D, C, B och A ges på ämnesprovet som helhet. Kravgränserna består av en totalpoäng och för provbetygen D–A även krav på att vissa av poängen ligger på en viss kvalitativ nivå. *Provbetyg ges endast då samtliga delprov genomförts och för provet som helhet.* Elevens resultat på ämnesprovet utgör *endast en del av underlaget för lärarens samlade bedömning*, när han/hon ska avgöra vilket slutbetyg elevens prestationer ska få.

Den modell som används vid konstruktionen av de nationella proven medför att poängen fördelas på centralt innehåll och förmågor på ett sådant sätt att då kravgränserna är uppfyllda har eleven med stor sannolikhet även visat en bredd på innehåll och förmågor.

Provbetyg

Provbetyget sammanfattar de kunskaper eleven visat i det nationella provet. Slutbetyget behöver inte vara detsamma som provbetyget eftersom slutbetyget grundar sig på alla kunskaper eleven visat i ämnet.

Information till eleverna om delproven

Före delprovens genomförande ska läraren ge eleverna följande information.

Ämnesprovet i matematik består av ett muntligt delprov och tre skriftliga delprov.

Delprov A är ett muntligt delprov och genomförs i grupper om 3–4 elever. Var och en kommer att få redovisa några uppgifter och övriga i gruppen ges sedan möjlighet att komplettera med frågor eller sina egna tolkningar. Därefter förs ett samtal kring gemensamma diskussionsfrågor. Provtiden för en grupp är 20–30 minuter. Miniräknare och formelblad är tillåtna.

Delprov B består av 15–20 uppgifter som ska lösas utan miniräknare och formelblad. Till några av uppgifterna ska lösningarna redovisas och till övriga uppgifter ska endast svar ges. Svar och lösningar skrivs i elevhäftet. Uppgifterna löses nog snabbast genom att man räknar i huvudet. Stödanteckningar kan göras i elevhäftet eller på kladdpapper.

Delprov C är en mer omfattande uppgift där miniräknare och formelblad är tillåtna. Det är viktigt att försöka påbörja en lösning eftersom även en påbörjad lösning kan ge poäng. Lösningen ska redovisas på separat papper. Provtid för Delprov B och C är *tillsammans* 80 minuter.

Delprov D består av cirka 10 uppgifter där miniräknare och formelblad är tillåtna. Lösningar och svar till uppgifterna ska redovisas på separat papper. Om en uppgift är markerad med *”Endast svar krävs”* behöver endast svar anges. Provtid för Delprov D är 100 minuter.

I huvudsak är de inledande uppgifterna lättare att lösa jämfört med dem som finns mot slutet. Detta gäller samtliga delprov. Men även i senare uppgifter kan det vara relativt enkelt att få någon poäng för en påbörjad lösning. Det är därför viktigt att försöka lösa alla uppgifter.

Vid varje uppgift finns angivet hur många E-, C- respektive A-poäng som uppgiften högst kan ge. Om en uppgift t.ex. kan ge 2 E-poäng och 1 C-poäng, men inget A-poäng, skrivs detta som (2/1/0).

Hjälpmedel

Tillåtna hjälpmedel i samtliga delprov är penna, radergummi och linjal.

Formelbladet som är tillåtet på delprov A, C och D laddas ned från www.skolverket.se eller www.su.se/primgruppen

Observera att formelbladet är något reviderat. Fler multiplikationstecken har lagts till. Eleverna bör vara förtrogna med formelbladet före genomförandet av det nationella provet. Formelbladet finns också översatt till engelska.

I delprov A, C och D, där miniräknare är tillåtna kan räknare av olika slag användas. Mobiltelefoner är inte tillåtna. Dator kan användas då rektor säkerställt att ingen kommunikation kan ske, varken inom eller utanför skolan. Skolan måste se till att eleverna inte kan kommunicera med varandra eller med andra inom eller utanför skolan under provtillfällena. Eleverna får inte heller ha tillgång till otillåten information, t.ex. lagrad information på dator eller räknare.

Stöd och anpassning av prov

För vissa elever, t.ex. elever med funktionsnedsättning eller i språksvårigheter, kan visst stöd eller anpassning av provet behövas. Stödet kan gälla både förberedelser inför provet och vid genomförandet av provet. Anpassning får göras för elever med funktionsnedsättning och rektor är ansvarig för att anpassning genomförs.

Stöd

Vid behov kan stöd inför och/eller under provet ges. Stöd får ges på ett sådant sätt att de förmågor som avses bli prövade fortfarande prövas. Detta betyder t.ex. att elever endast får använda miniräknare på de delprov där miniräknare är tillåten.

Stöd kan innebära att elever i t.ex. läs- och skrivsvårigheter får ytterligare tid på sig att genomföra provet och/eller att de erbjuds provet inläst. Stöd kan också innebära att texten kopieras till större stil eller att texten läses upp av läraren. Elever med annat modersmål än svenska, och som har svårigheter att förstå svenska, får använda lexikon. Ord som hör till en kontext som eleven inte är bekant med kan läraren förklara men utan att röja uppgiftens matematiska innehåll. För elever med synnedsättning finns provet översatt till punktskrift/textview. Det kan beställas från Exaktaprinting, e-post: np.bestallning@exakta.se, tfn: 040-685 51 10.

Anpassning

Anpassning får göras för elever med funktionsnedsättning. Anpassning bör föregås av omsorgsfull analys med hänsyn tagen till vad provet avser att pröva och elevens förutsättningar. En diagnos är inget krav för att anpassning ska få ske vid provsituationen. Det är viktigt att skolan genomför anpassning så att provet så långt som möjligt prövar

de kunskaper och förmågor som avses att prövas. Detta betyder t.ex. att elever endast får använda miniräknare på de delprov där miniräknare är tillåtna.

I syfte att stärka elevens självbild kan läraren i efterhand ge eleven ytterligare en möjlighet att med hjälp av miniräknare lösa samma uppgifter och därefter tillsammans med eleven diskutera hur eleven löst uppgifterna utan respektive med miniräknare. På motsvarande sätt kan läraren hantera annat stödmaterial, t.ex. multiplikationstabellen, som eleven vanligtvis använder sig av i sitt skolarbete.

En funktionsnedsättning kan innebära olika svårigheter för olika elever och det är därför inte möjligt att nationellt ange exakt vad som kan göras vid anpassning. Det är av stor vikt att eleven är delaktig i hur anpassning görs och kan göras. Anpassningen ska på så sätt vara känd för eleven vid provtillfället. Läraren bör även värna om att anpassningen inte får negativa konsekvenser för elevens självbild och hur eleven uppfattas av andra elever.

Mer information om anpassning finns på www.su.se/primgruppen > Nationella prov > Åk 9 > Anpassning.

Sekretess

I 17 kap. 4 § offentlighets- och sekretesslagen (2009:400) finns bestämmelser om sekretess för prov. Vid sekretess får provens innehåll inte röjas. Sekretesskyddat material ska förvaras på ett betryggande sätt så att innehållet inte röjs. Prov som återanvänds omfattas av sekretess. På elevhäftena, Lärarinformationen och Bedömningsanvisningarna anges att ämnesprovet i matematik planeras att återanvändas av Skolverket till och med 30 juni 2021.

Det är viktigt att läraren informerar eleverna om konsekvenserna av att uppgifter om provet sprids, dvs. att provet inte kan återanvändas eftersom bedömningen av elevernas kunskaper då kan bli felaktig.

Information om sekretess se www.skolverket.se/sekretessap9

Hantering

Det är av avgörande betydelse att samtliga på skolenheten som hanterar nationella prov följer de bestämmelser och instruktioner som gäller. Syftet med dessa bestämmelser och instruktioner är att de nationella proven ska genomföras på ett likvärdigt och säkert sätt. Därigenom kan proven bidra till en rättvis och likvärdig bedömning av elevernas kunskaper över landet. Att genomföra proven i förtid är exempel på en handling som kan motverka provens syfte och användbarhet. För hantering av nationella prov se SKOLFS 2013:19 och Hantering av nationella prov se www.skolverket.se/hanteringap9

Rapportering av resultat

För att kunna följa upp och utvärdera kvaliteten i svensk skola, för forskning och för utveckling av proven, behövs insamling av provresultat. Skolhuvudmannen ska skicka in resultat till Skolverkets två olika insamlingar.

1. Den ena insamlingen gäller rapportering av **provresultat för samtliga elever**. **Denna insamling görs av Statistiska centralbyrån (SCB) på uppdrag av Skolverket.** Information om denna insamling kommer att skickas till skolorna via brev från SCB.

Provresultat ska rapporteras senast 18 juni 2015. För mer information se www.skolverket.se/insamlingap9

Utöver detta kan Skolinspektionen på regeringens uppdrag samla in provunderlag från ett urval skolor för kontrollrättning. Skolinspektionen skickar information till rektorn om skolan ingår i urvalet.

2. **Den andra insamlingen görs av PRIM-gruppen och gäller insamling av lärarsynpunkter samt ett urval av elevarbeten och resultat på uppgiftsnivå.** Vid rapporteringen behöver du ha tillgång till poäng på varje uppgift i provet för de elever som är födda den 9:e i någon av årets månader. Du behöver också veta vilket betyg eleven har på delprovet som prövar läsförståelse på det nationella provet i svenska eller svenska som andraspråk. Detta beror på att vi analyserar elevernas resultat på matematikuppgifterna i relation till deras läsförståelse.

    1. Gå in på www.su.se/primgruppen och klicka på **Resultatinsamling**.
    2. Skapa ett konto med hjälp av **provkoden 9prim15**.
    3. Fyll i lärarenkäten.
    4. Registrera **elever födda den 9:e i varje månad**.
    5. Rapportera resultat för respektive elev.
    6. Kopiera bedömda elevarbeten för elever **födda den 9:e april och den 9:e oktober** och skicka till PRIM-gruppen. Märk kuvertet med Äp 9 och skicka det till:

       Stockholms universitet
       MND
       PRIM-gruppen (Äp 9)
       106 91 STOCKHOLM

När du skapat ett konto i resultatinsamlingen kan du när som helst logga in och återkomma till insamlingen för att registrera fler resultat. För att det ska vara möjligt att publicera en resultatrapport i höst måste vi ha alla resultat **senast den 18 juni 2015**.

Redovisning av resultat

Resultat från insamlingar och lärarenkäter beskrivs och kommenteras i årliga rapporter som finns på Skolverkets webbplats se www.skolverket.se/resultatap9

Arkivering

För skolor med offentlig huvudman finns råd om arkivering och gallring av nationella prov i skriften Bevara eller gallra 2. Denna finns att ladda ner via länken www.samradsgruppen.se. Information om arkivering av nationella prov finns även via Skolverkets webbplats se www.skolverket.se/arkiveringap9

Fristående skolor ska bevara nationella prov enligt skollagen. Från den 1 april 2012 har en ny bestämmelse trätt i kraft som anger att huvudmannen för en fristående skola som genomför nationella prov ska bevara elevarbeten av de nationella proven (26 kap. 28§ SkolL).

Delprov A – Muntligt delprov



Illustration: Jens Ahlbom

Genomförande

Beskrivning av muntligt delprov

Det muntliga delprovet är, liksom de skriftliga, obligatoriskt. Det muntliga delprovet ska genomföras under vecka 2–22.

Våren 2015 ska eleverna i det muntliga delprovet resonera kring samband och förändring. Som utgångspunkt för arbetet används föremål[2], frågor, påståenden och ett papper med figurer. Detta material finns på styvt papper och medföljer detta häfte. Det muntliga delprovet avser att pröva framför allt förmågorna problemlösning, begrepp, resonemang och kommunikation.

Delprovet är uppdelat i två delar. I Del 1 ska eleverna med hjälp av föremål i två olika färger visa och tolka andelar utifrån föremålen, kort och frågor. I Del 2 ska eleverna utifrån en bild med olika figurer resonera kring olika påståenden och motivera om de är sanna eller falska. Du som lärare har möjlighet att välja vilka påståenden som ska användas och hur de ska användas. På så sätt kan du variera innehållet i uppgiften mellan dina elevgrupper. Du kan även anpassa svårighetsnivån för att bättre passa aktuell elevgrupp och du kan välja att rikta vissa uppgifter till enskilda elever för att få säkrare underlag för din bedömning.

Det muntliga delprovet finns i två likvärdiga versioner. Vill man minska risken för att uppgiftens innehåll sprids i klassen och inom skolan kan man använda de olika versionerna. Den engelska översättningen av varje version följer direkt efter den svenska.

Det muntliga delprovet genomförs i grupper om 3–4 elever. Avsikten med detta är att det ska bli ett samtal mellan elever och inte ett förhör. Vid utprövningen av denna uppgift har provtiden per grupp varit cirka 20–30 minuter. Gruppindelningen ska göras av läraren. Hänsyn bör tas så att eleverna i gruppen fungerar bra tillsammans. Vid utprövningar har en indelning i kunskapsmässigt relativt homogena grupper fungerat bättre.

Organisation

Hur man organiserar genomförandet av det muntliga delprovet beror på förhållandena i klassen och skolan. Det är en fördel om lärarna tillsammans, med stöd av skolledningen, planerar genomförandet. Man har då möjlighet att hjälpa varandra, t.ex. med att sambedöma någon grupp för att diskutera bedömningen eller med handledning av övriga elever under den tid en grupp genomför delprovet tillsammans med en lärare.

Delprovet kan göras när som helst under den angivna provperioden. Det är naturligtvis möjligt att låta eleverna göra delprovet samlat under någon eller några dagar. Delprovet kan genomföras av elevernas ordinarie lärare eller av någon annan lärare i matematik. Eftersom avsikten är att varje elev ska ges möjlighet att kommunicera och föra resonemang muntligt är det bäst om delprovet genomförs i särskild lokal. Möjlighet finns då att spela in samtalen om läraren vill lyssna ytterligare en gång efteråt som stöd för bedömningen.

[2] Du kan använda t.ex. multilink-kuber, legoklossar, knappar eller kapsyler. Föremålen bör vara lika i form och storlek, men inte alltför små och inte klotformade.

Bedömning

Bedömningen av elevernas prestationer på det muntliga delprovet ska göras med stöd av en uppgiftsspecifik bedömningsmatris. De förmågor som ska bedömas är problemlösning, begrepp, resonemang och kommunikation. En förenklad matris finns som kopieringsunderlag. Medan eleverna redovisar kan du som lärare göra noteringar i den uppgiftsspecifika matrisen. Ett *exempel* på en ifylld bedömningsmatris, för tre elever, kan ses nedan.

Uppgiftsspecifik bedömningsmatris

Samband och förändring (5/5/5)

	Kvalitativa nivåer		
Bedömningen avser	**Lägre** →		**Högre**
Problemlösning och Begrepp I vilken grad eleven tolkar resultat och drar slutsatser. Kvaliteten på de metoder och strategier som eleven använder. I vilken grad eleven visar kunskap om matematiska begrepp och samband mellan dessa.	Lägger rätt andel eller tolkar kamratens andel rätt. $+E_P$ P H A Kan tolka andelar uttryckta i decimalform, bråkform eller procentform. $+E_B$ P H A	Visar kunskap om andel/helhet, procentuell förändring och förändringsfaktor, t.ex. dubblerar andelen genom att plocka bort föremål och drar slutsatser om procentuell förändring genom att relatera del till rätt helhet. $+C_P$ $+C_B$ H A	Hanterar samtliga begrepp kopplade till uppgiften med säkerhet, t.ex. drar korrekta slutsatser och använder ändamålsenliga och effektiva metoder med avseende på andelar relaterat till helhet, upprepad procentuell förändring och förändringsfaktor. $+A_P$ $+A_B$ A
Resonemang Kvaliteten på elevens analyser, slutsatser och reflektioner samt andra former av matematiska resonemang.	För ett enkelt resonemang om andelar uttryckta på olika sätt och/eller procentuell förändring. $+E_{R1}$ A	Motiverar med relativt väl underbyggda resonemang vid jämförelse av andelar, procentuell förändring eller förändringsfaktor. $+C_{R1}$ A	För genomgående väl underbyggda resonemang som visar förståelse för hur begreppen relaterar till varandra.[8] $+A_{R1}$
Resonemang I vilken grad eleven följer, framför och bemöter matematiska resonemang.	Bidrar med någon fråga eller kommentar som till viss del för resonemanget framåt vid andra elevers redovisningar eller i diskussionen. $+E_{R2}$ H A	Bidrar med idéer och förklaringar som för resonemanget framåt vid andra elevers redovisningar eller i diskussionen. $+C_{R2}$ H A	Tar del av andras argument och vidareutvecklar och fördjupar sina egna och andras resonemang. $+A_{R2}$ A
Kommunikation Kvaliteten på elevens redovisning. Hur väl eleven använder matematiska uttrycksformer (språk och representation).	Uttrycker sig enkelt och tankegången är möjlig att följa. $+E_K$ P H A	Uttrycker sig tydligt med ett lämpligt matematiskt språk. $+C_K$ H A	Uttrycker sig med säkerhet och använder ett relevant och korrekt matematiskt språk. $+A_K$ A

[8] Matematikstarka elever kan behöva diskussionsuppgift nr 10 för att visa resonemangsförmåga på A-nivå.

De tre elevernas poäng på det muntliga delprovet är:
Per (P): 3/0/0
Hanna (H): 4/4/0
Amir (A): 5/5/4

Utöver den uppgiftsspecifika bedömningsmatrisen finns exempel på godtagbara svar och motiveringar på sid. 24–28.

Vill du visa eleverna ett exempel på en bedömningsmatris för muntlig uppgift finns det ett bedömningsstöd med exempel på PRIM-gruppens hemsida www.su.se/primgruppen > Bedömningsstöd > Årskurs 7–9 > Bedömningsstöd – ämnesprovet årskurs 9.

Förberedelser inför det muntliga delprovet

För att förbereda eleverna på hur det muntliga delprovet går till kan det muntliga delprovet i det frisläppta ämnesprovet för årskurs 9, 2013 användas. Detta finns på PRIM-gruppens hemsida www.su.se/primgruppen > Nationella prov > Åk 9 > Tidigare prov.

En förutsättning för delprovets genomförande är att du som lärare är väl insatt i hur uppgifterna ska genomföras och hur elevernas prestationer ska bedömas.

- Läs igenom instruktionerna för hur delprovet ska genomföras och de två olika versionerna. Tänk igenom hur dina elever kan tänkas lösa uppgifterna och vilka eventuella följdfrågor som kan vara aktuella. Eftersom det är en praktisk uppgift rekommenderar vi att du som lärare genomför det muntliga delprovet tillsammans med kollegor innan genomförande med eleverna.

- Kopiera ”Information till eleverna”, sid. 32 eller sid. 33 (engelsk översättning). Dela ut och gå igenom sidan. Detta kan göras på en lektion någon dag före genomförandet.

- Dela in eleverna i lämpliga grupper och välj vilken version respektive grupp ska använda. Det är lämpligt att skifta version mellan grupperna i samma klass för att förhindra spridning av innehållet.

- Tag fram lämpliga föremål[3] i två färger, 40 stycken av vardera färg. Klipp isär korten som finns tryckta på styvt papper. Klipp även isär påståendena för enskilda uppgifter och gruppuppgifter som finns på styvt papper. **Detta material finns i *en* uppsättning och är tänkt att användas för alla grupper**. Ta också fram bilden med figurerna, som finns på styvt papper.

- Kopiera en uppgiftsspecifik bedömningsmatris eller de förenklade matriserna för varje grupp. Anteckningar om vilka förmågor och kvaliteter på förmågorna eleverna visar under det muntliga delprovet kan göras i matrisen.

- **Hjälpmedel**: I rummet bör det finnas pennor och papper som eleverna kan använda vid behov. Vid utprövning har det visat sig att elevernas resonemang oftast når högre kvalitet då de inte använder miniräknare, men miniräknare kan finnas tillgänglig för de elever som efterfrågar det.

[3] Du kan använda t.ex. multilink-kuber, legoklossar, knappar eller kapsyler. Föremålen bör vara lika i form och storlek, men inte alltför små och inte klotformade.

Version 1 – Samband och förändring

Uppgiften innehåller två fristående delar och om eleverna ”fastnar” på de Gemensamma diskussionsfrågorna i Del 1 är det lämpligt att inte stanna upp för länge vid den delen utan gå vidare till Del 2. Till uppgiften behövs föremål i två olika färger t.ex. röda (40 st.) och blå (40 st.). Det som läraren ska säga till eleverna är markerat med fet stil.

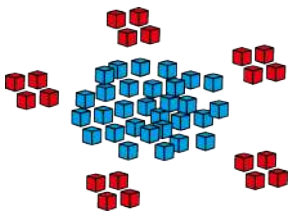
- **Tänk på att du har möjlighet att visa vad du kan vid din egen redovisning och i diskussionen efter kamraternas redovisningar. Ni som grupp ska tillsammans försöka lösa uppgifterna och jag som lärare ska bara gå in och fördela ordet om det behövs.**

Del 1

Individuell uppgift med efterföljande kommentarer/diskussioner

Förbered bordet där ni ska sitta genom att ”duka upp” föremålen till eleverna och läraren. Alla elever och läraren får *fyra* enfärgade föremål (t.ex. röda) och föremålen av den andra färgen (t.ex. blå) placeras i mitten. Uppgiften startar med att alla elever får var sitt kort. Eleverna ska inte visa korten för varandra. Varje kort anger ett tal skrivet i bråkform, procentform eller decimalform. Om gruppen består av tre elever ska andelen på det sista kortet läggas ut tillsammans av eleverna efter att alla fått chansen att gissa.

80 %	25 %	$\frac{4}{7}$	0,4



Varje elev ska illustrera det som står på kortet med hjälp av de fyra föremålen och föremålen i en annan färg. Ge eleverna följande instruktion innan korten delas ut:

- **Ni ska nu få var sitt kort av mig, som ni inte ska visa för varandra. På kortet står det tal uttryckta i procentform, decimalform eller bråkform. Du ska lägga till blå föremål så att de fyra röda föremålen motsvarar den andel som står på ditt kort. T.ex. om mitt kort visar 0,5 så lägger jag så här:**



0,5

Låt lärarens exempel ligga kvar på bordet tillsammans med kortet.

När alla elever har lagt ut sina föremål ska var och en av eleverna få till uppgift att ge ett förslag på vad det kan stå på en kamrats kort. Eleven som har kortet ska bara svara ja eller nej. Om en elev inte angett den andel som står på kortet kan gruppen diskutera varför. Är det samma andel uttryckt på ett annat sätt eller är det fel andel angiven (fel antal föremål som ligger på bordet)? Eleverna reder tillsammans ut vad som är fel. Alla elever ska sedan i tur och ordning berätta vilken andel en annan elev har lagt upp, dvs. vad som står på kortet.

Ge eleverna följande instruktion:

- **Nu ska ni få ge förslag på vad som står på en kamrats kort. Ni har två försök. Kamraten ska bara svara ja eller nej. Om svaret blir nej två gånger får gruppen (ej eleven med kortet) ge ett gemensamt svar innan kamraten lägger kortet på bordet. Alla svar som betyder samma sak som det som står på kortet är rätt svar.**

Gemensamma diskussionsfrågor
Om gruppen består av tre elever ska nu andelen på det sista kortet läggas ut av eleverna tillsammans så att andelen finns representerad inför gruppdiskussionen. Korten och föremålen finns nu alla upplagda och kan behöva användas vid några följdfrågor. Fördela vid behov ordet i diskussionen för att få tydligare underlag för din bedömning.

- **Ni fick alla samma antal *röda*[4] föremål från början. Varför uttrycks de röda föremålen som olika andelar (80 %; 25 %; $\frac{4}{7}$; 0,4)?**
- **När är det lämpligt att uttrycka andelar i bråkform eller procentform?**
- **Finns det någon/några högar med föremål där man kan skapa dubbelt så stor andel *röda* jämfört med vad som står på kortet genom att ta bort föremål? (Föremålen som ligger kvar ska tillsamman vara 100 %.)**

Del 2
Skjut undan föremålen och samla in korten. Tag fram bilden med figur 1–4 och även påståendena för enskilda uppgifter och gruppdiskussion (se bifogade blad på styvt papper). Eleverna ska nu ta ställning till dessa påståenden. Lägg ett påstående i taget på bordet. Eleverna ska motivera sina ställningstaganden för om respektive påstående är sant eller falskt. De första fyra uppgifterna svarar eleverna individuellt på och när en elev har svarat får de andra eleverna i gruppen möjlighet att komplettera resonemanget. Till gruppdiskussionen väljer du som lärare vilka och vilket antal påståenden du behöver som grund för din bedömning och vid behov kan något påstående under gruppdiskussionen riktas till en enskild elev.

- **Ni kommer nu att få ta ställning till några påståenden som kommer att läsas upp och sedan läggas synligt på bordet. De första påståendena är individuella, men kamraterna får komplettera resonemangen kring varje påstående. Vid de gemensamma frågorna är det viktigt att ni diskuterar tillsammans och är noga med att förklara hur ni kan veta att svaret är rätt. Ni kommer inte att få veta av mig som lärare om svaren är rätt eller fel, men som grupp ska ni hjälpa varandra genom att ställa frågor till varandra eller komplettera resonemanget till en kamrats beskrivning.**

Enskilda uppgifter
1. Från figur 4 till figur 3 minskar arean med 30 %.
2. Figur 2 har 300 % större area figur än 1.
3. Från figur 3 till figur 2 minskar arean med 75 %.
4. Figur 4 har 200 % större area än figur 2.

Gruppdiskussion
5. En ökning från 10 % till 25 % är en ökning med 15 %.
6. Från figur 4 till figur 1 är förändringsfaktorn 0,9.
7. Från figur 2 till figur 4 är förändringsfaktorn 1,6.
8. Från figur 1 till 4 ökar arean *för varje figur* med lika många procent, dvs. figur 1 till 2, figur 2 till 3 och figur 3 till 4.
9. En ändring med förändringsfaktorn 1,20 följt av en ändring med förändringsfaktorn 0,8 innebär ingen förändring.

Extra diskussionsfråga om ytterligare bedömningsunderlag behövs.
10. Från figur 2 till 3 ökar arean med 75 %. Tänk dig att det är samma procentuella förändring från figur 1 till 2 och från 3 till 4. Ungefär hur stor area får nu en ny figur 1 och en ny figur 4?

    (Täck över eller vik bort figur 1 och 4.)

[4] Färgen på elevens fyra ursprungsföremål.

Version 2 – Samband och förändring

Uppgiften innehåller två fristående delar och om eleverna ”fastnar” på de Gemensamma diskussionsfrågorna i Del 1 är det lämpligt att inte stanna upp för länge vid den delen utan gå vidare till Del 2. Till uppgiften behövs föremål i två olika färger t.ex. röda (40 st.) och blå (40 st.). Det som läraren ska säga till eleverna är markerat med fet stil.

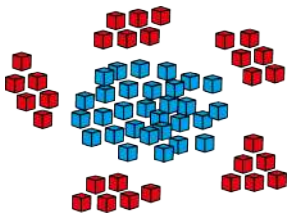
- **Tänk på att du har möjlighet att visa vad du kan vid din egen redovisning och i diskussionen efter kamraternas redovisningar. Ni som grupp ska tillsammans försöka lösa uppgifterna och jag som lärare ska bara gå in och fördela ordet om det behövs.**

Del 1

Individuell uppgift med efterföljande kommentarer/diskussioner

Förbered bordet där ni ska sitta genom att ”duka upp” föremålen till eleverna och läraren. Alla elever och läraren får *sex* enfärgade föremål (t.ex. röda) och föremålen av den andra färgen (t.ex. blå) placeras i mitten. Uppgiften startar med att alla elever får var sitt kort. Eleverna ska inte visa korten för varandra. Varje kort anger ett tal skrivet i bråkform, procentform eller decimalform. Om gruppen består av tre elever ska andelen på det sista kortet läggas ut tillsammans av eleverna efter att alla fått chansen att gissa.

75 %	60 %	$\frac{6}{7}$	0,3



Varje elev ska illustrera det som står på kortet med hjälp av de sex föremålen och föremålen i en annan färg. Ge eleverna följande instruktion innan korten delas ut:

- **Ni ska nu få var sitt kort av mig, som ni inte ska visa för varandra. På korten står det tal uttryckta i procentform, decimalform eller bråkform. Du ska lägga till blå föremål så att de sex röda föremålen motsvarar den andel som står på ditt kort. T.ex. om mitt kort visar 0,5 så lägger jag så här:**



0,5

Låt lärarens exempel ligga kvar på bordet tillsammans med kortet.

När alla elever har lagt ut sina föremål ska var och en av eleverna få till uppgift att ge ett förslag på vad det kan stå på en kamrats kort. Eleven som har kortet ska bara svara ja eller nej. Om en elev inte angett den andel som står på kortet kan gruppen diskutera varför. Är det samma andel uttryckt på ett annat sätt eller är det fel andel angiven (fel antal föremål som ligger på bordet)? Eleverna reder tillsammans ut vad som är fel. Alla elever ska sedan i tur och ordning berätta vilken andel en annan elev har lagt upp, dvs. vad som står på kortet.

Ge eleverna följande instruktion:

- **Nu ska ni få ge förslag på vad som står på en kamrats kort. Ni har två försök. Kamraten ska bara svara ja eller nej. Om svaret blir nej två gånger får gruppen (ej eleven med kortet) ge ett gemensamt svar innan kamraten lägger kortet på bordet. Alla svar som betyder samma sak som det som står på kortet är rätt svar.**

Gemensamma diskussionsfrågor
Om gruppen består av tre elever ska nu andelen på det sista kortet läggas ut av eleverna tillsammans så att andelen finns representerad inför gruppdiskussionen. Korten och föremålen finns nu alla upplagda och kan behöva användas vid några följdfrågor. Fördela vid behov ordet i diskussionen för att få tydligare underlag för din bedömning.

- **Ni fick alla samma antal *röda*[5] föremål från början. Varför uttrycks de röda föremålen som olika andelar (75 %; 60 %; $\frac{6}{7}$; 0,3)?**
- **När är det lämpligt att uttrycka andelar i bråkform eller procentform?**
- **Finns det någon/några högar med föremål där man kan skapa dubbelt så stor andel *röda* jämfört med vad som står på kortet genom att ta bort föremål? (Föremålen som ligger kvar ska tillsamman vara 100 %.)**

Del 2
Skjut undan föremålen och samla in korten. Tag fram bilden med figur 1–4 och även påståendena för enskilda uppgifter och gruppdiskussion (se bifogade blad på styvt papper). Eleverna ska nu ta ställning till dessa påståenden. Lägg ett påstående i taget på bordet. Eleverna ska motivera sina ställningstaganden för om respektive påstående är sant eller falskt. De första fyra uppgifterna svarar eleverna individuellt på och när en elev har svarat får de andra eleverna i gruppen möjlighet att komplettera resonemanget. Till gruppdiskussionen väljer du som lärare vilka och vilket antal påståenden du behöver som grund för din bedömning och vid behov kan något påstående under gruppdiskussionen riktas till en enskild elev.

- **Ni kommer nu att få ta ställning till några påståenden som kommer att läsas upp och sedan läggas synligt på bordet. De första påståendena är individuella, men kamraterna får komplettera resonemangen kring varje påstående. Vid de gemensamma frågorna är det viktigt att ni diskuterar tillsammans och är noga med att förklara hur ni kan veta att svaret är rätt. Ni kommer inte att få veta av mig som lärare om svaren är rätt eller fel, men som grupp ska ni hjälpa varandra genom att ställa frågor till varandra eller komplettera resonemanget till en kamrats beskrivning.**

Enskilda uppgifter
1. Figur 3 har 75 % större area än figur 2.
2. Från figur 1 till figur 4 ökar arean med 90 %.
3. Figur 4 har 250 % större area än figur 2.
4. Från figur 3 till figur 1 minskar arean med 600 %.

Gruppdiskussion
5. En ökning från 20 % till 50 % är en ökning med 30 %.
6. Från figur 4 till figur 2 är förändringsfaktorn 0,6.
7. Från figur 1 till figur 4 är förändringsfaktorn 1,9.
8. Figur 2 är lika många procent mindre än figur 3 som figur 4 är större än figur 3.
9. En ändring med förändringsfaktorn 1,25 följt av en ändring med förändringsfaktorn 0,8 innebär ingen förändring.

Extra diskussionsfråga om ytterligare bedömningsunderlag behövs.
10. Från figur 2 till 3 ökar arean med 75 %. Tänk dig att det är samma procentuella förändring från figur 1 till 2 och från 3 till 4. Ungefär hur stor area får nu en ny figur 1 och en ny figur 4?

    (Täck över eller vik bort figur 1 och 4.)

[5] Färgen på elevens sex ursprungsföremål.

Version 1 – Samband och förändring (engelsk översättning)

Uppgiften innehåller två fristående delar och om eleverna ”fastnar” på de Gemensamma diskussionsfrågorna i Del 1 är det lämpligt att inte stanna upp för länge vid den delen utan gå vidare till Del 2. Till uppgiften behövs föremål i två olika färger t.ex. röda (40 st.) och blå (40 st.). Det som läraren ska säga till eleverna är markerat med fet stil.

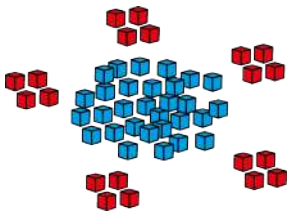
- **Remember that you have the opportunity to show what you know in your own presentation and in the discussion following your classmates' presentations. You must work together as a group and try to solve the problems. As your teacher I will only chair the conversation if needed.**

Del I

Individuell uppgift med efterföljande kommentarer/diskussioner

Förbered bordet där ni ska sitta genom att ”duka upp” föremålen till eleverna och läraren. Alla elever och läraren får *fyra* enfärgade föremål (t.ex. röda) och föremålen av den andra färgen (t.ex. blå) placeras i mitten. Uppgiften startar med att alla elever får var sitt kort. Eleverna ska inte visa korten för varandra. Varje kort anger ett tal skrivet i bråkform, procentform eller decimalform. Om gruppen består av tre elever ska andelen på det sista kortet läggas ut tillsammans av eleverna efter att alla fått chansen att gissa.

80 %	25 %	$\frac{4}{7}$	0.4



Varje elev ska illustrera det som står på kortet med hjälp av de fyra föremålen och föremålen i en annan färg. Ge eleverna följande instruktion innan korten delas ut:

- **You will now receive a card each from me, which you must not show to one another. On the card you can see numbers written in percent form, decimal form or fraction form. Your task is to add blue objects so that the four red objects correspond to the proportion written on your card. E.g., if my card says 0.5, I add this many:**



0.5

Låt lärarens exempel ligga kvar på bordet tillsammans med kortet.

När alla elever har lagt ut sina föremål ska var och en av eleverna få till uppgift att ge ett förslag på vad det kan stå på en kamrats kort. Eleven som har kortet ska bara svara ja eller nej. Om en elev inte angett den andel som står på kortet kan gruppen diskutera varför. Är det samma andel uttryckt på ett annat sätt eller är det fel andel angiven (fel antal föremål som ligger på bordet)? Eleverna reder tillsammans ut vad som är fel. Alla elever ska sedan i tur och ordning berätta vilken andel en annan elev har lagt upp, dvs. vad som står på kortet.

Ge eleverna följande instruktion:

- **Now you shall suggest what is on a classmate's card. You get two attempts. The classmate can only answer yes or no. After two "no" answers, the group (not the student with the card) provides a joint suggestion before the classmate puts the card on the table. All answers that mean the same thing as what is written on the card are correct answers.**

Gemensamma diskussionsfrågor
Om gruppen består av tre elever ska nu andelen på det sista kortet läggas ut av eleverna tillsammans så att andelen finns representerad inför gruppdiskussionen. Korten och föremålen finns nu alla upplagda och kan behöva användas vid några följdfrågor. Fördela vid behov ordet i diskussionen för att få tydligare underlag för din bedömning.

- **You all got the same number of *red*[6] objects from the beginning. Why are the red objects expressed as different proportions (80 %; 25 %; $\frac{4}{7}$; 0.4)?**
- **When is it appropriate to express proportions in fraction form or percent form?**
- **Is there any stack(s) of objects where one can create twice the proportion of *red* compared with what is given on the card by removing objects? (The objects that remain must add up to 100 %.)**

Del 2
Skjut undan föremålen och samla in korten. Tag fram bilden med figur 1–4 och även påståendena för enskilda uppgifter och gruppdiskussion (se bifogade blad på styvt papper). Eleverna ska nu ta ställning till dessa påståenden. Lägg ett påstående i taget på bordet. Eleverna ska motivera sina ställningstaganden för om respektive påstående är sant eller falskt. De första fyra uppgifterna svarar eleverna individuellt på och när en elev har svarat får de andra eleverna i gruppen möjlighet att komplettera resonemanget. Till gruppdiskussionen väljer du som lärare vilka och vilket antal påståenden du behöver som grund för din bedömning och vid behov kan något påstående under gruppdiskussionen riktas till en enskild elev.

- **You will now have to consider some statements that will be read out and then placed in open view on the table. The first statements are individual, but the classmates' may supplement the reasoning regarding each statement. For the common questions, it is important that you discuss these together and that you are thorough in explaining how you can know that the answer is correct. You will not be told by me as your teacher whether the answers are right or wrong, but as a group you are to help each other by asking one another questions or supplementing the reasoning behind a classmate's description.**

Enskilda uppgifter
1. From figure 4 to figure 3, the area decreases by 30 %.
2. Figure 2 has 300 % larger area than figure 1.
3. From figure 3 to figure 2, the area decreases by 75 %.
4. Figure 4 has a 200 % larger area than figure 2.

Gruppdiskussion
5. An increase from 10 % to 25 % is an increase of 15 %.
6. From figure 4 to figure 1, the factor of change is 0.9.
7. From figure 2 to figure 4, the factor of change is 1.6.
8. From figure 1 to figure 4, the area *for each figure* increases by an equal percentage, i.e. figure 1 to 2, figure 2 to 3, and figure 3 to 4.
9. A change with the factor of change being 1.20, followed by a change with the factor of change being 0.8, means no change.

Extra diskussionsfråga om ytterligare bedömningsunderlag behövs.
10. From figure 2 to figure 3, the area increases by 75 %. Imagine that the percentage change from figure 1 to 2 is the same as from 3 to 4. Approximately how large are the areas of the new figure 1 and the new figure 4 respectively?

    (Täck över eller vik bort figur 1 och 4.)

[6] Färgen på elevens fyra ursprungsföremål.

Version 2 – Samband och förändring (engelsk översättning)

Uppgiften innehåller två fristående delar och om eleverna ”fastnar” på de Gemensamma diskussionsfrågorna i Del 1 är det lämpligt att inte stanna upp för länge vid den delen utan gå vidare till Del 2. Till uppgiften behövs föremål i två olika färger t.ex. röda (40 st.) och blå (40 st.). Det som läraren ska säga till eleverna är markerat med fet stil.

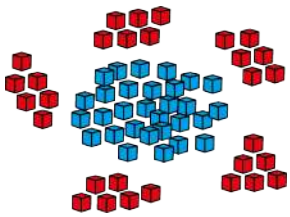
- **Remember that you have the opportunity to show what you know in your own presentation and in the discussion following your classmates' presentations. You must work together as a group and try to solve the problems. As your teacher I will only chair the conversation if needed.**

Del I

Individuell uppgift med efterföljande kommentarer/diskussioner

Förbered bordet där ni ska sitta genom att ”duka upp” föremålen till eleverna och läraren. Alla elever och läraren får *sex* enfärgade föremål (t.ex. röda) och föremålen av den andra färgen (t.ex. blå) placeras i mitten. Uppgiften startar med att alla elever får var sitt kort. Eleverna ska inte visa korten för varandra. Varje kort anger ett tal skrivet i bråkform, procentform eller decimalform. Om gruppen består av tre elever ska andelen på det sista kortet läggas ut tillsammans av eleverna efter att alla fått chansen att gissa.

75 %	60 %	$\frac{6}{7}$	0.3



Varje elev ska illustrera det som står på kortet med hjälp av de sex föremålen och föremålen i en annan färg. Ge eleverna följande instruktion innan korten delas ut:

- **You will now receive a card each from me, which you must not show to one another. On the card you can see numbers written in percent form, decimal form or fraction form. Your task is to add blue objects so that the six red objects correspond to the proportion that is written on your card. E.g., if my card says 0.5, I add this many:**



0.5

Låt lärarens exempel ligga kvar på bordet tillsammans med kortet.

När alla elever har lagt ut sina föremål ska var och en av eleverna få till uppgift att ge ett förslag på vad det kan stå på en kamrats kort. Eleven som har kortet ska bara svara ja eller nej. Om en elev inte angett den andel som står på kortet kan gruppen diskutera varför. Är det samma andel uttryckt på ett annat sätt eller är det fel andel angiven (fel antal föremål som ligger på bordet)? Eleverna reder tillsammans ut vad som är fel. Alla elever ska sedan i tur och ordning berätta vilken andel en annan elev har lagt upp, dvs. vad som står på kortet.

Ge eleverna följande instruktion:

- **Now you shall suggest what is on a classmate's card. You get two attempts. The classmate can only answer yes or no. After two "no" answers, the group (not the student with the card) provides a joint suggestion before the classmate puts the card on the table. All answers that mean the same thing as what is on the card are correct answers.**

Gemensamma diskussionsfrågor
Om gruppen består av tre elever ska nu andelen på det sista kortet läggas ut av eleverna tillsammans så att andelen finns representerad inför gruppdiskussionen. Korten och föremålen finns nu alla upplagda och kan behöva användas vid några följdfrågor. Fördela vid behov ordet i diskussionen för att få tydligare underlag för din bedömning.

- **You all got the same number of *red*[7] objects from the beginning. Why are the red objects expressed as different proportions (75 %; 60 %; $\frac{6}{7}$; 0.3)?**
- **When is it appropriate to express proportions in fraction form or percent form?**
- **Is there any stack(s) of objects where one can create twice the proportion of *red* compared with what is given on the card by removing objects? (The objects that remain must add up to 100 %.)**

Del 2
Skjut undan föremålen och samla in korten. Tag fram bilden med figur 1–4 och även påståendena för enskilda uppgifter och gruppdiskussion (se bifogade blad på styvt papper). Eleverna ska nu ta ställning till dessa påståenden. Lägg ett påstående i taget på bordet. Eleverna ska motivera sina ställningstaganden för om respektive påstående är sant eller falskt. De första fyra uppgifterna svarar eleverna individuellt på och när en elev har svarat får de andra eleverna i gruppen möjlighet att komplettera resonemanget. Till gruppdiskussionen väljer du som lärare vilka och vilket antal påståenden du behöver som grund för din bedömning och vid behov kan något påstående under gruppdiskussionen riktas till en enskild elev.

- **You will now have to consider some statements that will be read out and then placed in open view on the table. The first statements are individual, but the classmates' may supplement the reasoning regarding each statement. For the common questions, it is important that you discuss these together and that you are thorough in explaining how you can know that the answer is correct. You will not be told by me as your teacher whether the answers are right or wrong, but as a group you are to help each other by asking one another questions or supplementing the reasoning behind a classmate's description.**

Enskilda uppgifter
1. Figure 3 has 75 % larger area than figure 2.
2. From figure 1 to figure 4, the area increases by 90 %.
3. Figure 4 has 250 % larger area than figure 2.
4. From figure 3 to figure 1, the area decreases by 600 %.

Gruppdiskussion
5. An increase from 20 % to 50 % is an increase of 30 %.
6. From figure 4 to figure 2, the factor of change is 0.6.
7. From figure 1 to figure 4, the factor of change is 1.9.
8. Figure 2 is an equal percentage smaller than figure 3 as figure 4 is larger than figure 3.
9. A change with the factor of change being 1.25, followed by a change with the factor of change being 0.8, means no change.

Extra diskussionsfråga om ytterligare bedömningsunderlag behövs.
10. From figure 2 to figure 3, the area increases by 75 %. Imagine that the percentage change from figure 1 to 2 is the same as from 3 to 4. Approximately how large are the areas of the new figure 1 and the new figure 4 respectively?

    (Täck över eller vik bort figur 1 och 4.)

[7] Färgen på elevens sex ursprungsföremål.

Exempel på godtagbara svar och motiveringar Del 1

Svar och motiveringar ska ses som ett servicematerial till lärare för att förbereda sig och komma in i uppgiften och man kan inte förvänta sig att eleverna svarar eller motiverar exakt på detta sätt.

- **Ni ska nu få var sitt kort av mig, som ni inte ska visa för varandra. På kortet står det tal uttryckta i procentform, decimalform eller bråkform. Du ska lägga till blå föremål så att de fyra/sex röda föremålen motsvarar den andel som står på ditt kort.**

Version 1		**Version 2**	
0,5	4 röda och 4 blå	0,5	6 röda och 6 blå
80 %	4 röda och 1 blå	60 %	6 röda och 4 blå
$\frac{4}{7}$	4 röda och 3 blå	$\frac{6}{7}$	6 röda och 1 blå
25 %	4 röda och 12 blå	75 %	6 röda och 2 blå
0,4	4 röda och 6 blå	0,3	6 röda och 14 blå

- **Ni fick alla samma antal *röda* föremål från början. Varför uttrycks de röda föremålen som olika andelar?**

  Exempel på svar: Vilken andel som föremålen utgör beror av helheten.

- **När är det lämpligt att uttrycka andelar i bråkform eller procentform?**

  Exempel på svar: Ett tal kan ibland endast skrivas exakt i bråkform, men sammanhanget kan vara avgörande för om det är lämpligt med bråkform eller procentform. T.ex. kakan delas i tredjedelar och priset sänks med 25 %.

- **Finns det någon/några högar med föremål där man kan skapa dubbelt så stor andel *röda* jämfört med vad som står på kortet genom att ta bort föremål?**

  Exempel på svar: De kort som är mer än en halv blir över 100 % och är ej möjliga att visa. Hälften av antalet föremål ska kunna tas bort och vara blå.

Version 1 – ”dubbelt”		**Version 2** – ”dubbelt”	
0,5	1 kan visas med 4 röda (4 blå plockas bort)	0,5	1 kan visas med 6 röda (6 blå plockas bort)
25 %	50 % kan visas med 4 röda och 4 blå (8 blå plockas bort)	0,3	0,6 kan visas med 6 röda och 4 blå (10 blå plockas bort)
0,4	0,8 kan visas med 4 röda och 1 blå (5 blå plockas bort)		

Exempel på bedömning av elevers svar

Elevsvaren nedan är ett stöd för dig som lärare att sätta dig in i hur elever kan beskriva och resonera på det muntliga delprovet. Det här ska ses som exempel hur elevsvar relaterar till matrisens kvalitativa poäng.

EXEMPEL PÅ ELEVSVAR	MATRISENS KVALITATIVA POÄNG
Kortet 0,3 och 6 röda kuber (Version 2, Del 1) Elev 1: Jag la till 12 blå för då blir de röda en tredjedel och 33 % (6 röda av 18). Men eftersom jag har 0,3 och inte 0,33 lägger jag till en extra blå. Elev 2: 2 röda kan vara 10 % och då blir 6 röda 30 % och det ska läggas till 7 par av blå. **Kortet 0,3 dubbleras till andelen 0,6** (Version 2, Del 1, diskussionsfråga) Elev 1: Jag kan ta bort 10 blå (halva mängden) och får nu att röda är andelen 0,6. *Kommentar* Elev 1 visar kunskap om att andelen förändras i relation till helheten samt visar förmåga att resonera sig fram mot en lösning. Elev 2 kopplar 6 föremål och 0,3 till 30 % och visar att två föremål är 10 %.	Elev 1: Motiverar med relativt väl underbyggda resonemang vid jämförelse av andelar, procentuell förändring eller förändringsfaktor. $+C_{R1}$ Elev 2: Bidrar med idéer och förklaringar som för resonemanget framåt vid andra elevers redovisningar eller i diskussionen. $+C_{R2}$ Elev 1 och elev 2: Uttrycker sig tydligt med ett lämpligt matematiskt språk. $+C_{K}$
Från figur 3 till figur 1 minskar arean med 600 % (Version 2, Del 2, påstående 4) Elev 3: Om något minskar med 100 % blir det 0 så den kan inte minska med 600 %.	Elev 3: För ett enkelt resonemang om andelar uttryckta på olika sätt och/eller procentuell förändring. $+E_{R1}$
Från figur 1 till figur 4 ökar arean med 90 % (Version 2, Del 2, påstående 2) Elev 4: Man ska lägga till 9 och då är det 90 %. Elev 5: Om du har en ruta och ska ha 90 % ökning så ska det vara 90 % av en ruta, ökningen är mindre än 1. En ökning med 100 % är ju dubbelt så mycket. Elev 4: Jaha då blir det typ hur mycket som helst. Det är falskt.	Elev 4 och elev 5: För ett enkelt resonemang om andelar uttryckta på olika sätt och/eller procentuell förändring. $+E_{R1}$ Elev 5: Bidrar med idéer och förklaringar som för resonemanget framåt vid andra elevers redovisningar eller i diskussionen. $+C_{R2}$ Elev 4 och elev 5: Uttrycker sig enkelt och tankegången är möjlig att följa. $+E_{K}$

Från figur 1 till figur 4 är förändringsfaktorn 1,9 (Version 2, Del 2, påstående 7) Elev 6: Den har ökat med mer. Förändringsfaktorn borde egentligen vara 19. Säger jag fel? Elev 7: Hur många procent ökar den med? Elev 6: … 900 %. Då blir förändringsfaktorn 9. Elev 7: Men då blir det bara 9 rutor och vi ska ha 10. Vi måste multiplicera med 10 så förändringsfaktorn är 10 annars får vi inte med rutan i figur 1. Figur 1 är 100 % dvs. 1. Förändringsfaktorn är förändringen plus 1.	Elev 6: För ett enkelt resonemang om andelar uttryckta på olika sätt och/eller procentuell förändring. $+E_{R1}$ Elev 7: För genomgående väl underbyggda resonemang som visar förståelse för hur begreppen relaterar till varandra. $+A_{R1}$ Elev 7: Uttrycker sig med säkerhet och använder ett relevant och korrekt matematiskt språk. $+A_{K}$
Figur 2 är lika många procent mindre än figur 3 som figur 4 är större än figur 3 (Version 2, Del 2, påstående 8*)* Elev 7: Jag tänker på skillnaden och det skiljer sig 3 rutor. Men är det samma procentuella förändring? Elev 8: Figur 2 är 3 sjundedelar mindre än figur 3, figur 3 är 7 sjundedelar och figur 4 är 3 tiondelar större, nej 10 sjundedelar och det är 3 sjundedelar större än figur 3. Minskningen och ökningen är lika stor eftersom antalet rutor som ändras är lika många och jämförs mot de 7 rutorna i figur 3. Alltså samma procentuella förändring.	Elev 7: Bidrar med någon fråga eller kommentar som till viss del för resonemanget framåt vid andra elevers redovisningar eller i diskussionen. $+E_{R2}$ Elev 8: För genomgående väl underbyggda resonemang som visar förståelse för hur begreppen relaterar till varandra. $+A_{R1}$ Elev 8: Tar del av andras argument och vidareutvecklar och fördjupar sina egna och andras resonemang. $+A_{R2}$

Exempel på godtagbara svar och motiveringar Del 2

Version 1
Till varje påstående ges först ett exempel på hur eleverna kan motivera om påståendet är sant eller falskt och inom parentes ges en beräkning eller beskrivning.

1. *Sant därför att* tre rutor tas bort från tio, vilket är 30 % (3 av 10 är 30 %).

2. *Sant därför att* figur 2 är tre rutor större och en ruta är 100 % ($\frac{3}{1} = 3 = 300$ %).

3. *Falskt därför att* tre rutor tas bort från sju, vilket är mindre än hälften och mindre än 50 % ($\frac{3}{7} \approx 43$ %).

4. *Falskt därför att* figur 4 har sex fler rutor än figur 2. Fyra rutor är 100 %. Sex rutor blir en ökning med 150 % ($\frac{6}{4} = 1{,}5 = 150$ %).

5. *Falskt därför att* 10 % är värdet man utgår ifrån och en ökning till 25 % är en förändring med 15 procentenheter och 15 av 10 är 150 % ($\frac{15}{10} = 1{,}5 = 150$ %).

6. *Falskt därför att* det är en minskning med 90 % från figur 4 till figur 1. Det blir alltså 10 % kvar och förändringsfaktorn 0,1 (1 – 0,9 = 0,1).

7. *Falskt därför att* från figur 2 till figur 4 är det en ökning med sex rutor dvs. 150 %. Figur 2 är 100 % och figur 4 alltså 250 %, vilket ger förändringsfaktorn 2,5 ($\frac{10}{4} = 2{,}5$).

8. *Falskt därför att* helheterna är olika, dock är förändringen i antal lika (1 till 2: $\frac{3}{1} = 300$ %, 2 till 3: $\frac{3}{4} = 75$ % och 3 till 4: $\frac{3}{7} \approx 43$ %, mindre än 50 %).

9. *Falskt därför att* en ökning med 20 % ger ny helhet och en minskning med 20 % motsvarar inte samma värde ($1{,}2 \cdot 0{,}8 \neq 0{,}96$).

10. Figur 1 blir lite mer än två rutor. En ökning med 100 % hade blivit två rutor och ökningen 75 % är mindre och bör då vara från en större helhet. En ökning med 75 % av åtta rutor hade varit 14, vilket är för mycket. 70 % av sju rutor är 4,9 rutor och 75 % är lite mer än 5 dvs. figur 4 är 175 % och ca tolv rutor
(figur 1: $\frac{4}{1{,}75} = \frac{16}{7} = 2\frac{2}{7} \approx 2{,}3$ cm^2
figur 4: $1{,}75 \cdot 7 \approx 7 + 5 = 12$ cm^2).

Version 2
Till varje påstående ges först ett exempel på hur eleverna kan motivera om påståendet är sant eller falskt och inom parentes ges en beräkning eller beskrivning.

1. *Sant därför att* figur 3 är tre rutor större än figur 2 som har fyra rutor.
   Tre fjärdedelar är 75 % ($\frac{3}{4}$ = 75 %).

2. *Falskt därför att* en ökning med en ruta är 100 % och en ökning från en till tio rutor är 900 % ($\frac{9}{1}$ = 3 = 900 %). Däremot är figur 1 90 % mindre än figur 4.

3. *Falskt därför att* fyra rutor större är en ökning med 100 % och sex rutor större är då en ökning med 150 % ($\frac{6}{4}$ = 1,5 = 150 %).

4. *Falskt därför att* en minskning med sex rutor av sju är en minskning under 100 % ($\frac{6}{7}$ ≠ 600 %). Däremot är det en ökning med 600 % från figur 1 till figur 3.

5. *Falskt därför att* 20 % är värdet man utgår ifrån och en ökning till 50 % är en förändring med 30 procentenheter och 30 av 20 är 150 % ($\frac{30}{20}$ = 1,5 = 150 %).

6. *Falskt därför att* det är en minskning med 60 %. Figur 2 är 40 % av figur 4 och förändringsfaktorn blir 0,4 från figur 4 till figur 1 (1 – 0,6 = 0,4).

7. *Falskt därför att* figur 1 har en ruta och från figur 1 till figur 4 är det en ökning med nio rutor dvs. 900 % eftersom en ruta är 100 % ($\frac{9}{1}$ = 900 %). Förändringsfaktorn är 10.

8. *Sant därför att* förändringen i antal är lika, tre rutor från 3 till 2 och från 3 till 4, helheten är densamma i båda fallen (figur 3).

9. *Sant därför att* en ökning med 25 % ger ny större helhet. 25 % vilket är en del av fyra är nu en del av fem, dvs. 20 % (1,25 · 0,8 = 1).

10. Figur 1 blir lite mer än två rutor. En ökning med 100 % hade blivit två rutor och ökningen 75 % är mindre och bör då vara från en större helhet. En ökning med 75 % av åtta rutor hade varit 14, vilket är för mycket. 70 % av sju rutor är 4,9 rutor och 75 % är lite mer än 5 dvs. figur 4 är 175 % och ca tolv rutor
    (figur 1: $\frac{4}{1,75} = \frac{16}{7} = 2\frac{2}{7} \approx 2{,}3$ cm^2;
    figur 4: $1{,}75 \cdot 7 \approx 7 + 5 = 12$ cm^2).

Uppgiftsspecifik bedömningsmatris

Samband och förändring (5/5/5)

Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer Lägre → Högre		
Problemlösning och Begrepp I vilken grad eleven tolkar resultat och drar slutsatser. Kvaliteten på de metoder och strategier som eleven använder. I vilken grad eleven visar kunskap om matematiska begrepp och samband mellan dessa.	Lägger rätt andel eller tolkar kamratens andel rätt. $+E_P$ Kan tolka andelar uttryckta i decimalform, bråkform eller procentform. $+E_B$	Visar kunskap om andel/helhet, procentuell förändring och förändrings-faktor, t.ex. dubblerar andelen genom att plocka bort föremål och drar slut-satser om procentuell förändring genom att relatera del till rätt helhet. $+C_P +C_B$	Hanterar samtliga begrepp kopplade till uppgiften med säkerhet, t.ex. drar korrekta slutsatser och använder ändamålsenliga och effektiva metoder med avseende på andelar relaterat till helhet, upprepad procentuell förändring och förändringsfaktor. $+A_P +A_B$
Resonemang Kvaliteten på elevens analyser, slutsatser och reflektioner samt andra former av matematiska resonemang.	För ett enkelt resonemang om andelar uttryckta på olika sätt och/eller procentuell förändring. $+E_{R1}$	Motiverar med relativt väl underbyggda resonemang vid jämförelse av andelar, procentuell förändring eller förändringsfaktor. $+C_{R1}$	För genomgående väl underbyggda resonemang som visar förståelse för hur begreppen relaterar till varandra.[8] $+A_{R1}$
Resonemang I vilken grad eleven följer, framför och bemöter matematiska resonemang.	Bidrar med någon fråga eller kommentar som till viss del för resone-manget framåt vid andra elevers redovisningar eller i diskussionen. $+E_{R2}$	Bidrar med idéer och förklaringar som för resonemanget framåt vid andra elevers redovisningar eller i diskussionen. $+C_{R2}$	Tar del av andras argument och vidareutvecklar och fördjupar sina egna och andras resonemang. $+A_{R2}$
Kommunikation Kvaliteten på elevens redovisning. Hur väl eleven använder matematiska uttrycksformer (språk och representation).	Uttrycker sig enkelt och tankegången är möjlig att följa. $+E_K$	Uttrycker sig tydligt med ett lämpligt matematiskt språk. $+C_K$	Uttrycker sig med säkerhet och använder ett relevant och korrekt matematiskt språk. $+A_K$

[8] Matematikstarka elever kan behöva diskussionsuppgift nr 10 för att visa resonemangsförmåga på A-nivå.

Kopieringsunderlag

Information till eleverna om det muntliga delprovet

Här följer en beskrivning av det muntliga delprovet som ingår i det nationella provet. Delprovet genomförs i grupper om 3–4 elever.

- Det muntliga delprovet handlar om samband och förändring.
- Var och en av er i gruppen kommer att få ett par uppgifter att redogöra för. Efter varje redovisning kan kamraterna ställa frågor och göra tillägg.
- När alla redovisat sina enskilda uppgifter får gruppen gemensamma diskussionsfrågor att ta ställning till.
- Dina insatser under det muntliga delprovet bedöms efter i vilken grad du
  - använder och beskriver innebörden av de begrepp som ingår och sambanden mellan dessa
  - använder och tillämpar matematiska metoder och strategier
  - för matematiska resonemang, värderar och vidareutvecklar dina egna och andras resonemang
  - uttrycker dig i tal och använder ett matematiskt språk.

Tänk på att du har möjlighet att visa vad du kan vid din egen redovisning och i diskussionen efter kamraternas redovisningar. Dina insatser vid det muntliga delprovet sammanställs med ett antal E-, C- och A- poäng. Ditt resultat på delprovet räknas samman med ditt resultat på de skriftliga delproven.

Information for students about the oral part

This is a description of the oral part of the national test. This part of the test is carried out in groups of 3–4 students.

- The theme of the oral part of the test is about relationships and changes.
- Each and every one of you in the group will have its own tasks to explain. After each presentation, the co-students may ask questions and make observations of their own.
- When everyone has presented their own task, the group will receive new tasks to discuss.
- Your performance in the oral part of the test will be assessed according to how you are able to
  - use and describe the meaning of the included concept and how they are interconnected
  - use and implement mathematical methods and strategies
  - apply mathematical reasoning, evaluate and expound on your own and other students' reasoning
  - present your answers orally, using a mathematical language.

Remember that you can show your knowledge both in your own presentation and during discussions after your co-students have finished theirs. Your performance in this part of the test will be compiled into E, C and A points. Your score in the oral part of the test will be added to your score in the written parts of the test.

Förenklad bedömningsmatris

	E	C	A	Kommentar
Problemlösning	$+E_P$			
Begrepp	$+E_B$	$+C_P$ $+C_B$	$+A_P$ $+A_B$	
Resonemang	$+E_R$	$+C_R$	$+A_R$	
Resonemang	$+E_R$	$+C_R$	$+A_R$	
Kommunikation	$+E_K$	$+C_K$	$+A_K$	
Summa				

	E	C	A	Kommentar
Problemlösning	$+E_P$			
Begrepp	$+E_B$	$+C_P$ $+C_B$	$+A_P$ $+A_B$	
Resonemang	$+E_R$	$+C_R$	$+A_R$	
Resonemang	$+E_R$	$+C_R$	$+A_R$	
Kommunikation	$+E_K$	$+C_K$	$+A_K$	
Summa				

	E	C	A	Kommentar
Problemlösning	$+E_P$			
Begrepp	$+E_B$	$+C_P$ $+C_B$	$+A_P$ $+A_B$	
Resonemang	$+E_R$	$+C_R$	$+A_R$	
Resonemang	$+E_R$	$+C_R$	$+A_R$	
Kommunikation	$+E_K$	$+C_K$	$+A_K$	
Summa				

	E	C	A	Kommentar
Problemlösning	$+E_P$			
Begrepp	$+E_B$	$+C_P$ $+C_B$	$+A_P$ $+A_B$	
Resonemang	$+E_R$	$+C_R$	$+A_R$	
Resonemang	$+E_R$	$+C_R$	$+A_R$	
Kommunikation	$+E_K$	$+C_K$	$+A_K$	
Summa				

© Skolverket

PRIM
gruppen