Matematik

Årskurs

9

Lärarinformation inklusive Delprov A (även engelsk översättning) och Bedömningsanvisningar till Delprov A

Provet kommer inte att återanvändas enligt beslut från Skolverket **Dnr 6.2.1-2019:1083.**

Skolverket

Kontaktinformation

Upplysningar om det nationella ämnesprovet i matematik för årskurs 9 ges av PRIM-gruppen, Stockholms universitet, 106 91 Stockholm, fax: 08-618 35 71, e-post: info@prim-gruppen.se

PRIM-gruppen

Margareta Enoksson (provansvarig), e-post: margareta.enoksson@mnd.su.se
Yvonne Emond (administratör), e-post: yvonne.emond@mnd.su.se
Katarina Kristiansson (provutvecklare), e-post: katarina.kristiansson@mnd.su.se
Karin Pollack (provutvecklare), e-post: karin.pollack@mnd.su.se
Astrid Pettersson (projektledare), e-post: astrid.pettersson@mnd.su.se

Frågor om PRIM-gruppens urvalsinsamling skickas till:
e-post: insamling@prim-gruppen.se

Skolverket

Ansvarig på Skolverket för ämnesprovet i matematik är:
Marcus Strömbäck Hjärne, e-post: marcus.stromback.hjarne@skolverket.se
Frågor om totalinsamlingen via SCB ställs till Skolverket, tfn: växel 08-527 332 00.

Beställning och distribution

Frågor om beställning och distribution av proven kan ställas till:
Tommy Mobrin, FS ProfLog AB, e-post: tommy.mobrin@fsproflog.se, tfn: 08-690 95 57.

Innehåll

Information till lärare inför det nationella ämnesprovet i matematik för årskurs 9 5
Syfte med nationella prov 5
Inledning 5
Material som ingår i ämnesprovet 5
Distribution av ämnesprovet 5
Översikt delprov 6
Bedömning 6
Information till eleverna om delproven 8
Hjälpmedel 8
Anpassning 8
Sekretess 9
Hantering 9
Rapportering av resultat 9
Redovisning av resultat 10
Arkivering 10

Delprov A – Muntligt delprov 11
Genomförande 13
Beskrivning av muntligt delprov 13
Organisation 13
Bedömning 14
Förberedelser inför det muntliga delprovet 15
Version 1 – Samtalskostnad för olika mobilabonnemang 16
Version 1 – Call cost with different mobile subscriptions 18
Exempel på svar och motiveringar för version 1 20
Uppgiftsspecifik bedömningsmatris för version 1 22
Version 2 – Pumpa vatten ur pooler 24
Version 2 – Pumping water from swimming pools 26
Exempel på svar och motiveringar för version 2 28
Uppgiftsspecifik bedömningsmatris för version 2 30
Kopieringsunderlag 31
Information till eleverna om det muntliga delprovet 32
Information for students about the oral part 33
Version 1 – Samtalskostnad för olika mobilabonnemang 34
Version 1 – Grafer 35
Version 1 – Call cost with different mobile subscriptions 36
Version 1 – Graphs 37
Version 2 – Pumpa vatten ur pooler 38
Version 2 – Grafer 39
Version 2 – Pumping water from swimming pools 40
Version 2 – Graphs 41
Förenklad bedömningsmatris 42

Information till lärare inför det nationella ämnesprovet i matematik för årskurs 9

Syfte med nationella prov

Syftet med de nationella proven är i huvudsak att
- stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning
- ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå.

Inledning

På uppdrag av Skolverket konstrueras ämnesprovet i matematik för årskurs 9 av PRIM-gruppen vid Stockholms universitet. Projektledare är Astrid Pettersson och provansvarig är Margareta Enoksson. Ansvarig på Skolverket är Marcus Strömbäck Hjärne. Provet konstrueras utifrån läroplanen med kursplanens syfte, centrala innehåll och kunskapskraven i fokus. Bedömningen utgår från kursplanens kunskapskrav.

Provet innehåller både bredd och variation, för att eleven ska ges tillfälle att visa så många sidor som möjligt av sina förmågor i matematik. De olika delproven prövar tillsammans alla förmågor i ämnet matematik. Provet innehåller allt ifrån uppgifter där eleverna endast ska ge ett svar till mer omfattande och utredande uppgifter. Bedömningen sker utifrån kunskapskraven för årskurs 9. Alla förmågor prövas på ett urval av det centrala innehållet. Allt i ämnet matematik som beskrivs i kursplanen kan dock inte prövas, då skulle provet bli alltför omfattande. Elevens resultat på ämnesprovet utgör *endast en del av underlaget för lärarens samlade bedömning*, när han/hon ska avgöra vilket slutbetyg elevens prestationer ska få. Till ämnesprovet finns krav för olika provbetyg i form av ett visst antal kvalitativa poäng som bygger på kunskapskraven. *Provbetyg ges endast då samtliga delprov genomförts och för provet som helhet.*

Material som ingår i ämnesprovet

Det nationella provet i matematik, årskurs 9, består av elevmaterial och lärarmaterial.

Lärarmaterialet innehåller Lärarinformation inklusive delprov A (grönt häfte) samt Bedömningsanvisningar (rött häfte). Bedömningsanvisningar för delprov B, C och D skickas tillsammans med elevmaterialet. Bedömningsanvisningar ska delas ut till berörda lärare efter det att det första tidsbundna delprovet genomförts.

Distribution av ämnesprovet

Materialen för ämnesprovet i matematik för årskurs 9 distribueras till skolorna vid två olika tillfällen.

Vecka 2 distribueras endast detta häfte som innehåller information om hela provet samt delprov A med Bedömningsanvisningar.

Vecka 18 distribueras övriga delar, delprov B, C och D samt Bedömningsanvisningar till dessa delar.

Översikt delprov

Delprov	Provdatum	Provtid	Elevmaterial	Innehåll och bedömning
Delprov A	Vecka 2–22	Cirka 20–30 minuter	Kopierat material från Delprov A	Muntligt delprov som genomförs i grupp. Formelblad och digitala verktyg tillåtna. Aspektbedömning med stöd av bedömningsmatris.
Delprov B	Onsdagen den 7 maj	80 minuter tillsammans för delprov B och C	Elevhäfte Delprov B	Uppgifter där eleverna både ska redovisa lösningar och uppgifter där endast svar ska ges. Formelblad och digitala verktyg *ej* tillåtna. Poäng enligt Bedömningsanvisningar.
Delprov C	Onsdagen den 7 maj		Elevhäfte Delprov C	En mer omfattande uppgift. Formelblad och digitala verktyg tillåtna. Aspektbedömning med stöd av bedömningsmatris.
Delprov D	Fredagen den 9 maj	100 minuter	Elevhäfte Delprov D	Uppgifter samlade kring ett tema. Formelblad och digitala verktyg tillåtna. Poäng enligt Bedömningsanvisningar.

Ämnesprovet i matematik omfattar fyra delprov som tillsammans ska ge eleverna möjlighet att visa sina förmågor i matematik på olika sätt. Eleverna får på delproven tillämpa sina förmågor på ett urval av det centrala innehållet. Ämnesprovet är obligatoriskt att genomföra.

De olika delproven skiljer sig vad gäller kunskapsinnehåll, arbetssätt, redovisnings- och bedömningssätt. På tre av ämnesprovets fyra delprov ska eleverna redovisa sina lösningar skriftligt och på ett delprov ska de redovisa muntligt. De skriftliga delproven är förlagda till fasta provdagar medan det muntliga delprovet kan genomföras enligt lokalt beslut inom den givna tidsramen. Två av de skriftliga delproven ska genomföras på samma dag.

Formelbladet kan laddas ned i pdf-format från Skolverkets hemsida www.skolverket.se eller PRIM-gruppens hemsida www.prim-gruppen.se

Delprov B och C *delas ut samtidigt* till eleverna. Eleverna har då möjlighet att själva fördela tiden mellan delproven och påbörja arbetet med delprov C *utan digitala verktyg och utan formelblad*. Eleverna ska först lösa uppgifterna i delprov B utan digitala verktyg och formelblad. Svar och redovisningar ska skrivas direkt i elevhäftet. Vi rekommenderar att drygt halva tiden används för delprov B. Då en elev anser att han/hon är klar med delprov B lämnas detta in och eleven får då ta fram sitt digitala verktyg och formelblad. Arbetet fortsätter sedan med delprov C. Uppgiften i delprov C ska redovisas på separat papper.

Bedömning

Bedömning av uppgifterna kommer att göras utifrån kunskapskraven. Det är *mycket viktigt* att eleverna får information om kunskapskraven och bedömningen. Exempel på tidigare givet prov och tillhörande Bedömningsanvisningar finns på Skolverkets hemsida, www.skolverket.se och PRIM-gruppens hemsida www.prim-gruppen.se

I kursplanen i matematik framhålls att undervisningen ska ge eleverna möjlighet att utveckla fem förmågor. Konstruktion av uppgifter sker i relation till dessa förmågor.

- **Problemlösning** (P): formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder.

- **Begrepp** (B): använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp.
- **Metod** (M): välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter.
- **Resonemang** (R): föra och följa matematiska resonemang.
- **Kommunikation** (K): använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.

Under konstruktionsarbetet klassificeras varje uppgift utifrån vilka av dessa förmågor som eleverna har möjlighet att visa. Den klassificering som visas i Bedömningsanvisningarna innehåller ett begränsat antal förmågor och illustrerar de huvudsakliga förmågorna eleverna har möjlighet att visa när de arbetar med uppgiften. Eleverna kan ha möjlighet att visa fler förmågor än vad som är framskrivet i Bedömningsanvisningarna.

E-poäng, C-poäng och A-poäng
För att tydliggöra de kvalitativa nivåer som finns uttryckta i kunskapskraven används E-poäng, C-poäng och A-poäng vid bedömningen. I Bedömningsanvisningarna är poängen dessutom markerade med vilken förmåga som främst prövas, t.ex. C_R indikerar resonemang på C-nivå. I och med att förmågorna inte är oberoende av varandra kan det ibland vara flera förmågor som prövas, men det är den huvudsakliga förmågan som tilldelas poängen.

Poängmarkeringen (2/1/0) vid en uppgift i elevhäftet innebär att uppgiften kan ge högst 2 E-poäng och 1 C-poäng. Markeringen (0/0/2) anger att uppgiften kan ge högst 2 A-poäng. Vilka förmågor som eleverna kan visa i uppgiften framgår alltså inte i elevhäftena utan endast i Bedömningsanvisningarna.

Vid bedömning av uppgifter där flera poäng kan erhållas beskrivs bedömningen kronologiskt utifrån lösningen av uppgiften. För det muntliga delprovet och vissa större uppgifter skrivs bedömningsanvisningarna i matrisform.

Bedömningsanvisningarna bygger på principen om positiv bedömning. Poäng ges för lösningarnas förtjänster. Avdrag för eventuella fel och brister görs inte.

Som hjälp vid sammanställning av bedömningen kommer ”Provsammanställning – förmågepoäng” och ”Resultatsammanställning – elev” att finnas på PRIM-gruppens hemsida från och med den 7 maj. Den förstnämnda sammanställningen kan vara till stöd för att se hur elevens provresultat fördelar sig på förmågor och kvalitativa nivåer. I häftet med Bedömningsanvisningar finns även kravgränser för de olika provbetygen och en sammanställning över vilket centralt innehåll som prövas i provets olika uppgifter.

Sambedömning
Olika former av sambedömning kan bidra till en mer likvärdig bedömning av elevarbeten. Sambedömning kan ske på en rad olika sätt beroende på de lokala förutsättningarna. Till exempel kan lärare gemensamt med andra matematiklärare diskutera grunderna för bedömning och diskutera elevarbeten där det finns en osäkerhet om hur de ska bedömas. Lärare kan också byta elevarbeten med varandra så att de inte bedömer sina egna elevers arbeten och därefter diskutera sina bedömningar. Vid det muntliga delprovet kan t.ex. en lärare lyssna när en kollega genomför delprovet med en elevgrupp för att kunna diskutera bedömningen innan delprovet genomförs i fler grupper. Lärarna kan också göra ljudupptagningar för att ha som stöd vid diskussion om bedömning.

Information till eleverna om delproven

Före delprovens genomförande ska du ge eleverna följande information. Ämnesprovet i matematik består av ett muntligt delprov och tre skriftliga delprov.

Delprov A är ett muntligt delprov och genomförs i grupper om 3–4 elever. Var och en kommer att få redovisa några uppgifter och övriga i gruppen ges sedan möjlighet att komplettera med frågor eller egna tolkningar. Därefter förs ett samtal kring gemensamma diskussionsfrågor. Provtiden för en grupp är 20–30 minuter. Digitala verktyg och formelblad är tillåtna.

Delprov B består av 15–20 uppgifter som ska lösas utan digitala verktyg och formelblad. Till några av uppgifterna ska lösningarna redovisas och till övriga uppgifter ska endast svar ges. Svar och lösningar skrivs i elevhäftet. Uppgifterna löses snabbast genom att man räknar i huvudet. Stödanteckningar kan göras i elevhäftet eller på kladdpapper.

Delprov C är en mer omfattande uppgift där digitala verktyg och formelblad är tillåtna. Det är viktigt att försöka påbörja en lösning eftersom även en påbörjad lösning kan ge poäng. Lösningen ska redovisas på separat papper. Provtid för delprov B och C är *tillsammans* 80 minuter.

Delprov D består av cirka 10 uppgifter där digitala verktyg och formelblad är tillåtna. Lösningar och svar till uppgifterna ska redovisas på separat papper. Om en uppgift är markerad med *”Endast svar krävs”* behöver endast svar anges. Provtid för delprov D är 100 minuter.

I huvudsak är de inledande uppgifterna lättare att lösa jämfört med dem som finns mot slutet. Detta gäller samtliga delprov. Men även i senare uppgifter kan det vara relativt enkelt att få någon poäng för en påbörjad lösning. Det är därför viktigt att försöka lösa alla uppgifter.

Vid varje uppgift finns angivet hur många E-, C- respektive A-poäng som uppgiften högst kan ge. Om en uppgift t.ex. kan ge 2 E-poäng och 1 C-poäng, men inget A-poäng, skrivs detta som (2/1/0).

Hjälpmedel

Tillåtna hjälpmedel i samtliga delprov är penna, radergummi och linjal.

Formelbladet som är tillåtet på delprov A, C och D laddas ned från www.skolverket.se eller www.prim-gruppen.se

I delprov A, C och D, där digitala verktyg är tillåtna kan räknare av olika slag eller dator användas. Skolan måste se till att eleverna inte kan kommunicera med varandra eller med andra inom eller utanför skolan under provtillfällena. Eleverna får inte heller ha tillgång till otillåten information, t.ex. lagrad information på dator eller räknare.

Anpassning

Anpassning får göras för elever med funktionsnedsättning och rektor är ansvarig för att anpassning genomförs. Anpassning ska göras utifrån elevens behov och en diagnos är inget krav.

Det är viktigt att skolan genomför anpassningen så att provet så långt som möjligt prövar de kunskaper och förmågor som ska prövas. En funktionsnedsättning kan innebära olika svårigheter för olika elever och det är därför inte möjligt att nationellt ange exakt vilken anpassning som kan göras. På nästa sida ges några exempel på anpassning.

Förlängd provtid
Tiden kan förlängas. I vissa fall kan provtiden också fördelas så att eleven får genomföra ett färre antal uppgifter vid olika tillfällen.

Digitala verktyg eller inte
I delprov B prövas kunskaper som inte kan prövas på samma sätt om eleven har tillgång till digitala verktyg. Det innebär att eleven inte får använda digitala verktyg på detta delprov. I syfte att stärka elevens självbild kan läraren i efterhand ge eleven ytterligare en möjlighet att med hjälp av digitala verktyg lösa samma uppgifter och därefter tillsammans med eleven diskutera hur eleven löst uppgifterna utan respektive med digitala verktyg. På motsvarande sätt kan läraren hantera annat stödmaterial, till exempel multiplikationstabellen, som eleven vanligtvis använder sig av i sitt skolarbete.

Lässtöd
Elev kan också få provet uppläst av läraren eller erbjudas provet inläst på cd. Ord som hör till en kontext som eleven inte är bekant med kan läraren förklara men utan att röja uppgiftens matematiska innehåll. För översättning av vissa ord kan lexikon användas. Anpassning kan också innebära att texten kopieras till större teckenstorlek. För elever med synnedsättning finns provet översatt till punktskrift/textview. Det kan beställas från Tommy Mobrin, FS ProfLog AB, e-post: tommy.mobrin@fsproflog.se, tfn: 08-690 95 57.

Mer information om anpassning finns på www.prim-gruppen.se > Nationella prov > Åk 9 > Anpassning

Sekretess

I 17 kap. 4 § offentlighets- och sekretesslagen (2009:400) finns bestämmelser om sekretess för prov. Vid sekretess får provens innehåll inte röjas. Sekretesskyddat material ska förvaras på ett betryggande sätt så att innehållet inte röjs. Prov som återanvänds omfattas av sekretess. På elevhäftena, Lärarinformationen och häftet med Bedömningsanvisningar anges att ämnesprovet i matematik planeras att återanvändas av Skolverket till och med 30 juni 2020.

Det är viktigt att läraren informerar eleverna om konsekvenserna av att uppgifter om provet sprids, dvs. att provet inte kan återanvändas eftersom bedömningen av elevernas kunskaper då kan bli felaktig.

Information om sekretess se www.skolverket.se/sekretessap9

Hantering

Det är av avgörande betydelse att samtliga på skolenheten som hanterar nationella prov följer de bestämmelser och instruktioner som gäller. Syftet med dessa bestämmelser och instruktioner är att de nationella proven ska genomföras på ett likvärdigt och säkert sätt. Därigenom kan proven bidra till en rättvis och likvärdig bedömning av elevernas kunskaper över landet. Att genomföra proven i förtid är exempel på en handling som kan motverka provens syfte och användbarhet. För hantering av nationella prov se SKOLFS 2013:19 och Hantering av nationella prov se www.skolverket.se/hanteringap9

Rapportering av resultat

För att kunna följa upp och utvärdera kvaliteten i svensk skola, för forskning och för utveckling av proven, behövs insamling av provresultat. Skolhuvudmannen ska skicka in resultat till Skolverkets två olika insamlingar.

1. Den ena insamlingen gäller rapportering av *provresultat för samtliga elever*. Denna insamling görs av Statistiska centralbyrån (SCB) på uppdrag av Skolverket. Information om denna insamling kommer att skickas till skolorna via brev från SCB. *Provresultat ska rapporteras senast 18 juni 2014.* För mer information se www.skolverket.se/insamlingap9

   Utöver detta kan Skolinspektionen på regeringens uppdrag samla in provunderlag från ett urval skolor för kontrollrättning. Skolinspektionen skickar information till rektorn om skolan ingår i urvalet.

2. Den andra insamlingen görs av PRIM-gruppen och gäller *insamling av lärarsynpunkter samt ett urval av elevarbeten och resultat på uppgiftsnivå.* Vid rapporteringen behöver du ha tillgång till **poäng på varje uppgift i provet för de elever som är födda den 8:e i varje månad**. Du behöver också veta vilket **betyg eleven har på delprovet som prövar läsförståelse** på det nationella provet i svenska eller svenska som andraspråk. Detta beror på att vi studerar elevernas resultat på matematikuppgifterna i relation till deras läsförståelse.

   1. Gå in på www.prim-gruppen.se och klicka på **Resultatinsamling**. Klicka på länken Resultatinsamling Äp 9, längst ner på sidan.
   2. Logga in. Om du inte har ett konto sedan tidigare behöver du skapa ett. När du skapar ett konto skriver du **9prim14** i rutan för **provkod**.
   3. Fyll i lärarenkäten.
   4. Fyll i några bakgrundsdata samt elevresultat för **elever födda den 8:e i varje månad** i den undervisningsgrupp som genomfört provet.
   5. Skicka en kopia av bedömda elevarbeten för elever **födda den 8:e april och den 8:e oktober** till följande adress:

      Stockholms universitet
      MND
      PRIM-gruppen (Äp 9)
      106 91 STOCKHOLM

När du skapat ett konto i resultatinsamlingen kan du när som helst logga in och återkomma till insamlingen för att registrera fler resultat. För att det ska vara möjligt att publicera en resultatrapport i höst måste vi ha alla resultat **senast den 18 juni 2014**.

Redovisning av resultat

Resultat från insamlingar och lärarenkäter beskrivs och kommenteras i årliga rapporter som finns på Skolverkets webbplats se www.skolverket.se/resultatap9

Arkivering

För skolor med offentlig huvudman finns råd om arkivering och gallring av nationella prov i skriften Bevara eller gallra 2. Denna finns att ladda ner via länken www.samradsgruppen.se. Information om arkivering av nationella prov finns även via Skolverkets webbplats se www.skolverket.se/arkiveringap9

Fristående skolor ska bevara nationella prov enligt skollagen. Från den 1 april 2012 har en ny bestämmelse trätt i kraft som anger att huvudmannen för en fristående skola som genomför nationella prov ska bevara elevarbeten av de nationella proven (26 kap. 28§ SkolL).

Delprov A – Muntligt delprov

Genomförande

Beskrivning av muntligt delprov

Det muntliga delprovet är, liksom de skriftliga, obligatoriskt. Det muntliga delprovet ska genomföras under vecka 2–22.

Våren 2014 handlar det muntliga delprovet om att eleverna ska resonera kring samband och förändring. Som utgångspunkt för arbetet används grafer och beskrivna situationer. Det muntliga delprovet prövar framför allt förmågorna problemlösning, begrepp, resonemang och kommunikation.

Delprovet är uppdelat i tre delar. I den första delen ska eleverna tolka grafer. Här får eleverna studera grafer och resonera kring likheter och skillnader. I den andra delen ska eleverna bestämma ekvationer (formler) utifrån graferna. I den tredje delen introduceras ytterligare några grafer som eleverna ska resonera kring.

I samtliga delar finns ett antal frågor att ställa till eleverna. Dessa frågor kan ibland vara enskilda frågor och ibland diskussionsfrågor. Du som lärare har möjlighet att välja vilka följdfrågor som ska användas och hur de ska användas. På så sätt kan du variera innehållet i uppgiften mellan dina elevgrupper. Du kan anpassa svårighetsnivån för att bättre passa aktuell elevgrupp och du kan välja att rikta vissa uppgifter till enskilda elever för att få tydligare underlag för din bedömning.

Det muntliga delprovet finns i två likvärdiga versioner. Vill man minska risken för att uppgiftens innehåll sprids i klassen och inom skolan kan man använda de olika versionerna. Den engelska översättningen av varje version följer direkt efter den svenska och är markerad med en brittisk flagga.

Det muntliga delprovet genomförs i grupper om 3–4 elever. Avsikten med detta är att det ska bli ett samtal mellan elever och inte ett förhör. Vid utprövningen av denna uppgift har provtiden per grupp varit cirka 20–30 minuter. Gruppindelningen ska göras av läraren. Hänsyn bör tas så att eleverna i gruppen fungerar bra tillsammans. Vid utprövningar har en indelning i kunskapsmässigt relativt homogena grupper fungerat bättre. Om läraren bedömer att någon elev mår bättre av att prövas enskilt går det naturligtvis bra.

Organisation

Hur man organiserar genomförandet av det muntliga delprovet beror på förhållandena i klassen och skolan. Det är en fördel om lärarna tillsammans, med stöd av skolledningen, planerar genomförandet. Man har då möjlighet att hjälpa varandra, t.ex. med att sambedöma någon grupp för att diskutera bedömningen eller med handledning av övriga elever under den tid en grupp genomför delprovet.

Delprovet kan göras när som helst under den angivna provperioden. Det är naturligtvis möjligt att låta eleverna göra delprovet samlat under någon eller några dagar. Delprovet kan genomföras av elevernas ordinarie lärare eller av någon annan lärare i matematik. Eftersom avsikten är att varje elev ska ges möjlighet att kommunicera matematik muntligt är det bäst om delprovet genomförs i särskild lokal. Möjlighet finns då att spela in samtalen om läraren vill lyssna ytterligare en gång efteråt som stöd för bedömningen.

Bedömning

Bedömningen av elevernas prestationer på det muntliga delprovet ska göras med stöd av en uppgiftsspecifik bedömningsmatris till respektive version. De förmågor som ska bedömas är problemlösning, begrepp, resonemang och kommunikation. En förenklad matris finns som kopieringsunderlag. Medan eleverna redovisar kan du som lärare göra noteringar i den uppgiftsspecifika matrisen eller i den förenklade matrisen. Ett *exempel* på en ifylld bedömningsmatris, för tre elever, kan ses nedan.

Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer Lägre → Högre		
Problemlösning Kvaliteten på de metoder och strategier som eleven använder. Hur väl eleven tolkar resultat och drar slutsatser. **Begrepp** I vilken grad eleven visar kunskap om matematiska begrepp och samband mellan dessa.	Gör en rimlig tolkning av någon graf, t.ex. avgör om öppnings-avgiften eller avgiften per minut är högre, lägre eller densamma som för bolag A. **H A P** $+E_P$	Tolkar och värderar modellerna (graferna) F–L, t.ex. påtalar orimligheten i någon av modellerna. **H A** $+C_P$ Anger en godtagbar ekvation för någon graf. **H A** $+C_B$	Tolkar och värderar utförligt någon modells användbarhet och begränsning. **A** $+A_P$ Uttrycker med säkerhet hur ekvationer till grafer kan bestämmas. $+A_B$
Resonemang Kvaliteten på elevens analyser, slutsatser och reflektioner samt andra former av matematiska resonemang.	För ett enkelt resone-mang kring kostnader och samtalslängd hos någon eller några grafer. **H A P** $+E_R$	För matematiska resonemang kring någon eller några av graferna F–L t.ex. genom att ange varför G är en proportionalitet eller jämför hur graferna beskriver olika förändringar. **H A** $+C_R$	Vidareutvecklar med säkerhet det matematiska resonemanget om ekvationer/formler till graferna i modellerna F–L. **A** $+A_R$
I vilken grad eleven följer, framför och bemöter matematiska resonemang.	Bidrar med någon kommentar eller fråga som till viss del för resonemanget framåt vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. **H A** $+E_R$	Bidrar med idéer och förklaringar som för resonemanget framåt vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. **A** $+C_R$	Tar del av andras argument och vidareutvecklar och fördjupar sina egna och andras resonemang. **A** $+A_R$
Kommunikation Kvaliteten på elevens redovisning. Hur väl eleven använder matematiska uttrycks-former (språk och representation).	Uttrycker sig enkelt och tankegången är möjlig att följa. **H A P** $+E_K$	Uttrycker sig tydligt med ett lämpligt matematiskt språk. **H A** $+C_K$	Uttrycker sig med säkerhet och använder ett relevant och korrekt matematiskt språk. **A** $+A_K$

De tre elevernas poäng på det muntliga delprovet är:
Per (**P**): 3/0/0
Hanna (**H**): 4/4/0
Amir (**A**): 4/5/4

Utöver den uppgiftsspecifika bedömningsmatrisen finns exempel på möjliga svar och motiveringar.

Förberedelser inför det muntliga delprovet

För att förbereda eleverna på hur det muntliga delprovet går till kan det frisläppta ämnesprovet för årskurs 9, 2013 användas. Detta finns på PRIM-gruppens hemsida www.prim-gruppen.se

En förutsättning för delprovets genomförande är att du som lärare är väl insatt i hur uppgifterna ska genomföras och hur elevernas prestationer ska bedömas.

- Läs igenom instruktionerna för hur delprovet ska genomföras och de två olika versionerna. Tänk igenom hur dina elever kan tänkas lösa uppgifterna och vilka eventuella följdfrågor som kan vara aktuella. Kopiera eventuellt uppgifterna för att kunna föra anteckningar för varje grupp.
- Kopiera ”Information till eleverna”, sid. 32. Dela ut och gå igenom sidan. Detta kan göras på en lektion någon dag före genomförandet.
- Dela in eleverna i lämpliga grupper och välj vilken version respektive grupp ska använda. Det är lämpligt att skifta version mellan grupperna i samma klass för att förhindra spridning av innehållet.
- Kopiera **diagram** och **grafer** för den version som valts. Dessa finns som **kopieringsunderlag**. Kopiera även ett extra exemplar av diagrambladet där gruppen gemensamt antecknar ekvationerna (formlerna) för graferna till bolagen/poolerna A–E.
- Kopiera en uppgiftsspecifik bedömningsmatris eller de förenklade matriserna för varje grupp. Anteckningar om vilka förmågor och kvaliteter på förmågorna eleverna visar under det muntliga delprovet kan göras i matrisen.
- **Hjälpmedel**: På bordet bör det finnas pennor som eleverna kan använda vid behov. Formelblad, linjal och digitala verktyg (t.ex. i form av miniräknare) bör också finnas tillgängligt för de elever som efterfrågar det.

Version 1 – Samtalskostnad för olika mobilabonnemang

Del I (Diagram B–E)

Beskriva diagram – enskilda uppgifter
Dela ut sidan med de fyra diagrammen B–E. Låt eleverna studera diagrammen en kort stund och fördela sedan diagrammen så att var och en av eleverna får ansvar för ett av diagrammen. Be var och en av eleverna att jämföra graferna i sitt diagram och beskriva likheter och skillnader mellan samtalskostnader med olika bolag.

- **Jämför graferna i ditt diagram och beskriv likheter och skillnader i kostnad för ett samtal med olika bolag.**

  Förslag till frågor till varje diagram om dessa inte kommit fram vid jämförelserna:

  – Vad skulle öppningsavgiften kunna vara i bolag B–E?

  – Vad skulle samtalsavgiften per minut kunna vara i bolag B–E?

  Förslag till gemensam diskussionsfråga om detta inte kommit fram vid jämförelsen:

  – Till vem ska man rekommendera de olika bolagen?

Del II (Diagram B–E)

Inleds med en gemensam uppgift och därefter enskilda uppgifter.

Bestämma ekvation – gemensam uppgift
Den grå streckade grafen i samtliga diagram kan beskrivas med en ekvation. Låt eleverna fundera över ekvationen en kort stund och sedan tillsammans diskutera och bestämma ekvationen för grafen till bolag A.

- **Bestäm en ekvation (formel) för grafen till bolag A och anteckna den på pappret.**

  Låt eleverna enas om ett förslag, exempelvis $K = 69 + 59t$ där K är kostnaden i öre och t är samtalets längd i minuter. Kommer eleverna inte fram till någon ekvation, tala om den. Om eleverna tar fram ekvationen endast med hjälp av texten, be dem koppla ekvationen till grafen genom att ställa frågan:

  – Om du tittar på graf A, hur kan du där se 69 respektive 59?

Bestämma ekvation – enskilda uppgifter
Med hjälp av ekvationen för den grå streckade grafen ska eleverna försöka ge en ekvation för den svarta heldragna grafen i sitt diagram och motivera sitt förslag. Eleverna för in sina ekvationer på ett gemensamt papper.

- **Hur skulle ekvationen (formeln) kunna se ut som beskriver kostnaden för att ringa ett samtal med det andra telefonbolaget i ditt diagram? Förklara hur du tänker.**

  Förslag till fråga om eleven inte kommer fram till en ekvation:

  – Om du tittar på graf A, hur kan du där se 69 respektive 59 och kan du använda informationen om graf A för att hitta ekvationen till ”din” graf?

Del III (Graf F–L)

Resonemang kring grafer – diskussionsuppgifter
Dela ut pappret med graferna F–L till eleverna. Låt eleverna diskutera graferna F–L gemensamt i den ordning de själva vill. Fördela vid behov ordet vid diskussionen mellan eleverna samt bestäm vilken eller vilka grafer som ska diskuteras.

- **Beskriv med ord samtalskostnaden för ett samtal för graferna F–L.**

  Förslag till följdfrågor:
  - Är modellerna (graferna) rimliga?
  - Visar någon eller några av graferna en proportionalitet? Hur ser man det?
  - Vad innebär öppningsavgiften för graf K?

De två sista frågorna behövs för att eleverna ska få chansen att visa högsta kvalitet, men kan uteslutas om tillräckligt underlag för bedömning redan finns.

- **Vilka av graferna kan beskrivas med en ekvation (formel) och hur skulle den kunna se ut?**

- **Antag att samtalsavgiften i graf G är 2 kr/min. Skissa grafen för bolag A i samma diagram. Vad betyder skärningspunkten mellan graferna?**

Version 1 – Call cost with different mobile subscriptions

Del I (Diagram B–E)

Beskriva diagram – enskilda uppgifter
Dela ut sidan med de fyra diagrammen B–E. Låt eleverna studera diagrammen en kort stund och fördela sedan diagrammen så att var och en av eleverna får ansvar för ett av diagrammen. Be var och en av eleverna att jämföra graferna i sitt diagram och beskriva likheter och skillnader mellan samtalskostnader med olika bolag.

- **Compare the graphs in your diagram and state the similarities and differences in the cost of making one call with the different companies.**

  Förslag till frågor till varje diagram om dessa inte kommit fram vid jämförelserna:

  – What are the possible connection fees for company B–E?
  – What are the possible call charges per minute for company B–E?

  Förslag till gemensam diskussionsfråga om detta inte kommit fram vid jämförelsen:

  – To whom would you recommend the different companies for?

Del II (Diagram B–E)

Inleds med en gemensam uppgift och därefter enskilda uppgifter.

Bestämma ekvation – gemensam uppgift
Den grå streckade grafen i samtliga diagram kan beskrivas med en ekvation. Låt eleverna fundera över ekvationen en kort stund och sedan tillsammans diskutera och bestämma ekvationen för grafen till bolag A.

- **Determine an equation (formula) for the graph for company A and write it down on paper.**

  Låt eleverna enas om ett förslag, exempelvis $K = 69 + 59t$ där K är kostnaden i öre och t är samtalets längd i minuter. Kommer eleverna inte fram till någon ekvation, tala om den. Om eleverna tar fram ekvationen endast med hjälp av texten, be dem koppla ekvationen till grafen genom att ställa frågan:

  – Where on graph A can you see 69 and 59?

Bestämma ekvation – enskilda uppgifter
Med hjälp av ekvationen för den grå streckade grafen ska eleverna försöka ge en ekvation för den svarta heldragna grafen i sitt diagram och motivera sitt förslag. Eleverna för in sina ekvationer på ett gemensamt papper.

- **Create a feasible equation (formula) that shows the cost of a call made with the other telephone company in your diagram. Explain your line of reasoning.**

  Förslag till fråga om eleven inte kommer fram till en ekvation:

  – If you look at graph A, how can you there see 69 and 59 and can you use the information in graph A to create the equation for "your" graph?

Del III (Graf F–L)

Resonemang kring grafer – diskussionsuppgifter
Dela ut pappret med graferna F–L till eleverna. Låt eleverna diskutera graferna F–L gemensamt i den ordning de själva vill. Fördela vid behov ordet vid diskussionen mellan eleverna samt bestäm vilken eller vilka grafer som ska diskuteras.

- **Describe in words, what is the cost of one call for graphs F–L?**

  Förslag till följdfrågor:
  - Are the models (graphs) feasible?
  - Do any of the graphs show proportionality? How can you tell?
  - What does the connection fee for graph K indicate?

De två sista frågorna kan behövas för att alla elever i en grupp ska få chansen att visa högsta kvalitet, men kan uteslutas om tillräckligt underlag för bedömning redan finns.

- **Which graphs can be written as an equation (formula) and what would it be?**
- **Supposing the call charge in graph G is SEK 2/min. Sketch the graph for company A in the same diagram. What does the intersection point between the graphs mean?**

Exempel på svar och motiveringar för version 1

Svar och motiveringar ska ses som ett servicematerial till lärare och man kan inte förvänta sig att eleverna svarar eller motiverar exakt på detta sätt.

Del I och Del II

	Öppningsavgift	*Avgift per minut*	*Ekvationer med ungefärliga värden*
Diagram B	Lika	Högre än A	$K = 69 + 80t$
Diagram C	Högre än A	Lika	$K = 100 + 59t$
Diagram D	Lägre än A	Högre än A	$K = 40 + 90t$
Diagram E	Högre än A	Lägre (= 0)	$K = 100$

Del III

Till varje graf ges först ett exempel på hur eleverna kan beskriva samtalskostnaderna och sedan inom parentes ges en matematisk beskrivning. För de två sista frågorna (se nästa sida) ges endast en matematisk beskrivning.

Graf F Bolaget har en startavgift och kostnaden minskar med en konstant minutkostnad. (Graf F är linjärt avtagande.)

Graf G Bolaget har ingen startavgift och samtalets kostnad ökar proportionellt med samtalets längd. (Graf G är en linjärt växande och en proportionalitet.)

Graf H Bolaget har en startavgift och för den kan man samtala en stund innan kostnaden ökar med en konstant minutkostnad. (Graf H består av två delar där den ena delen är konstant och den andra är linjärt växande.)

Graf I Bolaget har en startavgift och minutavgiften ökar ju längre samtalet är. (Graf I är exponentiellt växande.)

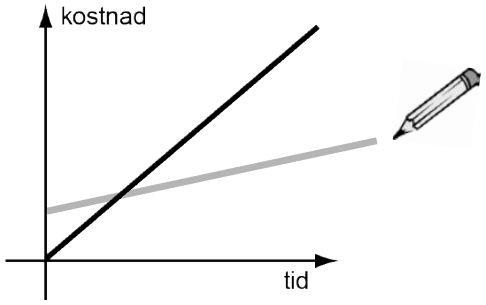
Graf K Bolaget har en startavgift som är negativ, dvs. kunden skulle få pengar för mycket korta samtal. (Samtalets kostnad är konstant växande med samtalets längd men ingen proportionalitet.)

Graf L Bolaget tar ut en kostnad som minskar konstant för de korta samtalen till en brytpunkt där kostnaden ökar konstant med tiden. (Graf L består av två delar där den ena är linjärt avtagande och den andra är linjärt växande.)

- **Vilka av graferna kan beskrivas med en ekvation (formel) och hur skulle de kunna se ut?**

  Samtliga grafer utom graf I kan helt eller uppdelat i intervaller beskrivas med hjälp av räta linjens ekvation, $y = kx + m$. Eleverna kan uttrycka sig generellt om k-värde och m-värde eller gradera axlarna och på så sätt bestämma k- och m-värde. De kan också utgå från ekvationerna de tagit fram i diagrammen B–E när de för sitt resonemang och skapar en ekvation (formel).

- **Antag att samtalsavgiften i graf G är 2 kr/min. Skissa grafen för bolag A i samma diagram. Vad betyder skärningspunkten mellan graferna?**



Graf A skissas med en svagare lutning
än i diagrammen B–E, då graf A ska ritas
i relation till graf G.

Den samtalslängd där kostnaden för ett samtal är lika för bolag A och G, vid cirka en halv minut.

Uppgiftsspecifik bedömningsmatris för version 1

Samtalskostnad för olika mobilabonnemang (4/5/5)

	Kvalitativa nivåer		
Bedömningen avser	**Lägre** ⟶		**Högre**
Problemlösning Kvaliteten på de metoder och strategier som eleven använder. Hur väl eleven tolkar resultat och drar slutsatser.	Gör en rimlig tolkning av någon graf, t.ex. avgör om öppnings-avgiften eller avgiften per minut är högre, lägre eller densamma som för bolag A. $+E_P$	Tolkar och värderar modellerna (graferna) F–L, t.ex. påtalar orimligheten i någon av modellerna. $+C_P$	Tolkar och värderar utförligt någon modells användbarhet och begränsning. $+A_P$
Begrepp I vilken grad eleven visar kunskap om matematiska begrepp och samband mellan dessa.		Anger en godtagbar ekvation för någon graf. $+C_B$	Uttrycker med säkerhet hur ekvationer till grafer kan bestämmas. $+A_B$
Resonemang Kvaliteten på elevens analyser, slutsatser och reflektioner samt andra former av matematiska resonemang.	För ett enkelt resonemang kring kostnader och samtalslängd hos någon eller några grafer. $+E_R$	För matematiska resonemang kring någon eller några av graferna F–L, t.ex. genom att ange varför G är en proportionalitet eller jämför hur graferna beskriver olika förändringar. $+C_R$	Vidareutvecklar med säkerhet det matematiska resonemanget om ekvationer/formler till graferna i modellerna F–L. $+A_R$
I vilken grad eleven följer, framför och bemöter matematiska resonemang.	Bidrar med någon kommentar eller fråga som till viss del för resonemanget framåt vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. $+E_R$	Bidrar med idéer och förklaringar som för resonemanget framåt vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. $+C_R$	Tar del av andras argument och vidareutvecklar och fördjupar sina egna och andras resonemang. $+A_R$
Kommunikation Kvaliteten på elevens redovisning. Hur väl eleven använder matematiska uttrycksformer (språk och representation).	Uttrycker sig enkelt och tankegången är möjlig att följa. $+E_K$	Uttrycker sig tydligt med ett lämpligt matematiskt språk. $+C_K$	Uttrycker sig med säkerhet och använder ett relevant och korrekt matematiskt språk. $+A_K$

Version 2 – Pumpa vatten ur pooler

Del I (Diagram B–E)

Beskriva diagram – enskilda uppgifter
Dela ut sidan med de fyra diagrammen B–E. Låt eleverna studera diagrammen en kort stund och fördela sedan diagrammen så att var och en av eleverna får ansvar för ett av diagrammen. Be var och en av eleverna att jämföra graferna i sitt diagram och beskriva likheter och skillnader mellan poolernas vattenvolymer och tömningstider.

- **Jämför graferna i ditt diagram och beskriv likheter och skillnader mellan hur poolerna töms.**

  Förslag till frågor till varje diagram om dessa inte kommit fram vid jämförelserna:

  – Ungefär hur många liter vatten innehåller pool B–E från början?
  – Ungefär hur lång tid tar det att tömma poolen i ditt diagram jämfört med pool A?
  – Ungefär hur många liter vatten pumpas ut per minut ur poolen i ditt diagram?
  – Ungefär hur lång tid tar det att tömma pool A som innehåller 15 000 liter om den töms med 300 liter per minut (den streckade grafen)?

Del II (Diagram B–E)

Inleds med en gemensam uppgift och därefter enskilda uppgifter.

Bestämma ekvation – gemensam uppgift
Den grå streckade grafen i samtliga diagram kan beskrivas med en ekvation. Låt eleverna fundera över ekvationen en kort stund och sedan tillsammans diskutera och bestämma ekvationen för grafen till pool A.

- **Bestäm en ekvation (formel) för grafen till pool A och anteckna den på pappret.**

  Låt eleverna enas om ett förslag, exempelvis $V = 15\,000 - 300t$ där V är volymen i liter och t är tiden i minuter. Kommer eleverna inte fram till någon ekvation, tala om den. Om eleverna tar fram ekvationen endast med hjälp av texten, be dem koppla ekvationen till grafen genom att ställa frågan:

  – Om du tittar på graf A, hur kan du där se 15 000 respektive 300?

Bestämma ekvation – enskilda uppgifter
Med hjälp av ekvationen för den grå streckade grafen ska eleverna försöka ge en ekvation för den svarta heldragna grafen i sitt diagram och motivera sitt förslag. Eleverna för in sina ekvationer på ett gemensamt papper.

- **Hur skulle ekvationen (formeln) kunna se ut som beskriver hur den andra poolen i ditt diagram töms? Förklara hur du tänker.**

Förslag till frågor om eleven inte kommer fram till en ekvation:

– Om du tittar på graf A, hur kan du där se 15 000 respektive 300 och kan du använda informationen om graf A för att hitta ekvationen till ”din” graf?

– Är det möjligt att beräkna med hur många liter per minut som poolen i ditt diagram töms?

Del III (Graf F–L)

Resonemang kring grafer – diskussionsuppgifter
Dela ut pappret med graferna F–L till eleverna. Låt eleverna diskutera graferna F–L gemensamt i den ordning de själva vill. Fördela vid behov ordet vid diskussionen mellan eleverna samt bestäm vilken eller vilka grafer som ska diskuteras.

- **Beskriv med ord hur vattenvolymen i en pool förändras med tiden för graferna F–L.**

Förslag till följdfrågor:

– Är modellerna (graferna) rimliga?

– Visar någon eller några av graferna en proportionalitet? Hur ser du det?

De två sista frågorna kan behövas för att alla elever i en grupp ska få chansen att visa högsta kvalitet, men kan uteslutas om tillräckligt underlag för bedömning redan finns.

- **Vilka av graferna kan beskrivas med en ekvation (formel) och hur skulle den kunna se ut?**

- **Antag att poolen i graf H fylls på med 300 liter/min. Skissa grafen för pool A i samma diagram. Vad betyder skärningspunkten mellan graferna?**

Version 2 – Pumping water from swimming pools

Del I (Diagram B–E)

Beskriva diagram – enskilda uppgifter
Dela ut sidan med de fyra diagrammen B–E. Låt eleverna studera diagrammen en kort stund och fördela sedan diagrammen så att var och en av eleverna får ansvar för ett av diagrammen. Be var och en av eleverna att jämföra graferna i sitt diagram och beskriva likheter och skillnader mellan poolernas vattenvolymer och tömningstider.

- **Compare the graphs in your diagram and state the similarities and differences in how the swimming pools are emptied.**

  Förslag till frågor till varje diagram om dessa inte kommit fram vid jämförelserna:

  – Approximately how many litres of water does pool B–E contain initially?
  – Approximately how long does it take to empty the pool in your diagram compared with pool A?
  – Approximately how many litres of water per minute are pumped out of the pool in your diagram?
  – Approximately how long does it take to empty pool A, which contains 15,000 litres, if it is emptied at 300 litres per minute (the dotted graph)?

Del II (Diagram B–E)

Inleds med en gemensam uppgift och därefter enskilda uppgifter.

Bestämma ekvation – gemensam uppgift
Den grå streckade grafen i samtliga diagram kan beskrivas med en ekvation. Låt eleverna fundera över ekvationen en kort stund och sedan tillsammans diskutera och bestämma ekvationen för grafen till pool A.

- **Determine an equation (formula) for the graph for pool A and write it down on paper.**

  Låt eleverna enas om ett förslag, exempelvis $V = 15\,000 - 300t$ där V är volymen i liter och t är tiden i minuter. Kommer eleverna inte fram till någon ekvation, tala om den. Om eleverna tar fram ekvationen endast med hjälp av texten, be dem koppla ekvationen till grafen genom att ställa frågan:

  – Where on graph A can you see 15,000 and 300?

Bestämma ekvation – enskilda uppgifter
Med hjälp av ekvationen för den grå streckade grafen ska eleverna försöka ge en ekvation för den svarta heldragna grafen i sitt diagram och motivera sitt förslag. Eleverna för in sina ekvationer på ett gemensamt papper.

- **Create a feasible equation (formula) that describes how the other pool in your diagram is emptied? Explain your line of reasoning.**

Förslag till frågor om eleven inte kommer fram till en ekvation:

– If you look at graph A, how can you there see 15,000 and 300 and can you use the information in graph A to create the equation for "your" graph?

– Is it possible to calculate how fast the pool in your diagram is emptied in litres per minute?

Del III (Graf F–L)

Resonemang kring grafer – diskussionsuppgifter

Dela ut pappret med graferna F–L till eleverna. Låt eleverna diskutera graferna F–L gemensamt i den ordning de själva vill. Fördela vid behov ordet vid diskussionen mellan eleverna samt bestäm vilken eller vilka grafer som ska diskuteras.

- **Describe in words the change in water volume in a pool over time for graphs F–L.**

Förslag till följdfrågor:

– Are the models (graphs) feasible?

– Do any of the graphs show proportionality? How can you tell?

De två sista frågorna kan behövas för att alla elever i en grupp ska få chansen att visa högsta kvalitet, men kan uteslutas om tillräckligt underlag för bedömning redan finns.

- **Which graphs can be written as an equation (formula) and what would it be?**

- **Supposing the pool in graph H is filled at 300 litres/min. Sketch the graph for pool A in the same diagram. What does the intersection point between the graphs mean?**

Exempel på svar och motiveringar för version 2

Svar och motiveringar ska ses som ett servicematerial till lärare och man kan inte förvänta sig att eleverna svarar eller motiverar exakt på detta sätt.

Del I och Del II

	Startvolym	*Farten som poolen töms med*	*Ekvation med ungefärliga värden*
Diagram B	Lika	Snabbare än A	$V = 15\,000 - 500t$
Diagram C	Lägre än A	Lika	$V = 12\,000 - 300t$
Diagram D	Lägre än A	Långsammare än A	$V = 12\,000 - 200t$
Diagram E	Lika	Lika	$V = 15\,000 - 300t$, $V = 800$, $V = 19\,000 - 300t$

– Är det möjligt att beräkna med hur många liter per minut som poolen i ditt diagram töms?

Eftersom vi vet att 15 000 liter vatten pumpas ut med hastigheten 300 liter/min så är det möjligt att beräkna tiden då poolen är tom (15 000/300 = 50 minuter).

Del III

Till varje graf ges först ett exempel på hur eleverna kan beskriva vattenvolymen och sedan inom parentes ges en matematisk beskrivning. För de två sista frågorna (se nästa sida) ges endast en matematisk beskrivning.

Graf F Vattenvolymen ökar konstant med tiden. (Graf F är linjärt växande men ingen proportionalitet.)

Graf G Vattenvolymen minskar konstant med tiden. Grafen visar att vatten pumpas ur poolen även när det inte finns något vatten kvar, vilket är orealistiskt. (Graf G är linjärt avtagande.)

Graf H Poolen är tom från början och vatten pumpas in med konstant hastighet. (Graf H är en linjär funktion och även en proportionalitet.)

Graf I Inget vatten pumpas in eller ut ur poolen.[1] (Graf I har ett konstant y-värde, dvs. vattenvolymen är konstant.)

Graf K Först minskar vattenvolymen i poolen för att sedan öka, dvs. först pumpas vatten ur och sedan pumpas vatten in. Volymförändringen per tidsenhet går fortare vid utpumpning än inpumpning. (Graf K består av två delar där den ena är linjärt avtagande och den andra är linjärt växande.)

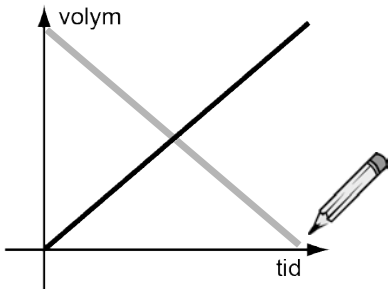
Graf L Volymförändringen per tidsenhet går fortare till en början. (Graf L är ej linjärt avtagande.)

[1] Lika mycket vatten kan också samtidigt pumpas in och ut om det finns två pumpar. Liknande resonemang kan föras även för de andra graferna. Dvs. en pump kan vara mer effektiv än den andra.

- **Vilka av graferna kan beskrivas med en ekvation (formel) och hur skulle den kunna se ut?**

  Samtliga grafer utom graf L kan helt eller uppdelat i intervaller beskrivas med hjälp av räta linjens ekvation, $y = kx + m$. Eleverna kan uttrycka sig generellt om k-värde och m-värde eller gradera axlarna och på så sätt bestämma k- och m-värde. De kan också utgå från ekvationerna de tagit fram i diagrammen B–E när de för sitt resonemang och skapar en ekvation (formel).

- **Antag att poolen i graf H fylls på med 300 l/min. Skissa grafen för pool A i samma diagram. Vad betyder skärningspunkten mellan graferna?**



  Det är samma volym vatten i de båda poolerna vid tidpunkten då graferna möts.

Uppgiftsspecifik bedömningsmatris för version 2

Pumpa vatten ur pooler (4/5/5)

	Kvalitativa nivåer		
Bedömningen avser	**Lägre** ⟶		**Högre**
Problemlösning Kvaliteten på de metoder och strategier som eleven använder. Hur väl eleven tolkar resultat och drar slutsatser.	Gör en rimlig tolkning av någon graf, t.ex. avgör om vattenvolymen eller tömningshastigheten är högre, lägre eller densamma som för pool A. $+E_P$	Tolkar och värderar modellerna (graferna) F–L, t.ex. påtalar orimligheten i någon av modellerna. $+C_P$	Tolkar och värderar utförligt någon modells användbarhet och begränsning. $+A_P$
Begrepp I vilken grad eleven visar kunskap om matematiska begrepp och samband mellan dessa.		Anger en godtagbar ekvation för någon graf. $+C_B$	Uttrycker med säkerhet hur ekvationer till grafer kan bestämmas. $+A_B$
Resonemang Kvaliteten på elevens analyser, slutsatser och reflektioner samt andra former av matematiska resonemang.	För ett enkelt resonemang kring vattenvolymen och tömningshastigheten för någon eller några grafer. $+E_R$	För matematiska resonemang kring någon eller några av graferna F– L, t.ex. genom att ange varför H är en proportionalitet eller jämför hur graferna beskriver olika förändringar. $+C_R$	Vidareutvecklar med säkerhet det matematiska resonemanget om ekvationer/formler till graferna i modellerna F–L. $+A_R$
I vilken grad eleven följer, framför och bemöter matematiska resonemang.	Bidrar med någon kommentar eller fråga som till viss del för resonemanget framåt vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. $+E_R$	Bidrar med idéer och förklaringar som för resonemanget framåt vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner. $+C_R$	Tar del av andras argument och vidareutvecklar och fördjupar sina egna och andras resonemang. $+A_R$
Kommunikation Kvaliteten på elevens redovisning. Hur väl eleven använder matematiska uttrycksformer (språk och representation).	Uttrycker sig enkelt och tankegången är möjlig att följa. $+E_K$	Uttrycker sig tydligt med ett lämpligt matematiskt språk. $+C_K$	Uttrycker sig med säkerhet och använder ett relevant och korrekt matematiskt språk. $+A_K$

Kopieringsunderlag

Information till eleverna om det muntliga delprovet

Här följer en beskrivning av det muntliga delprovet som ingår i det nationella provet. Delprovet genomförs i grupper om 3–4 elever.

- Det muntliga delprovet handlar om samband och förändring.
- Varje elev får ett papper med diagram. Du får under några minuter studera diagrammen.
- Var och en av er i gruppen kommer att få en egen uppgift att redogöra för. Efter varje redovisning kan kamraterna ställa frågor och göra tillägg.
- När alla redovisat sina enskilda uppgifter får gruppen nya frågor att besvara.
- Dina insatser under det muntliga delprovet bedöms efter i vilken grad du
  - använder och beskriver innebörden av de begrepp som ingår och sambanden mellan dessa
  - använder och tillämpar matematiska metoder och strategier
  - för matematiska resonemang, värderar och vidareutvecklar dina egna och andras resonemang
  - uttrycker dig i tal och använder ett matematiskt språk.

Tänk på att du har möjlighet att visa vad du kan vid din egen redovisning och i diskussionen efter kamraternas redovisningar. Dina insatser vid det muntliga delprovet sammanställs med ett antal E-, C- och A- poäng. Resultatet på delprovet räknas samman med resultaten på de skriftliga delproven.

Information for students about the oral part

This is a description of the oral part of the national test. This part of the test is carried out in groups of 3–4 students.

- The theme of the oral part of the test is about relationships and changes.
- Each student receives a sheet of paper with a diagram. You will have a few minutes to study the diagram.
- Each and every one of you in the group will have its own task to explain. After each presentation, the co-students may ask questions and make observations of their own.
- When everyone has presented their own task, the group will receive new questions to answer.
- Your performance in the oral part of the test will be assessed according to how you are able to
  - use and describe the meaning of the included concept and how they are interconnected
  - use and implement mathematical methods and strategies
  - apply mathematical reasoning, evaluate and expound on your own and other students' reasoning
  - present your answers orally, using a mathematical language.

Remember that you can demonstrate your level of proficiency both in your own presentation and during discussions after your co-students have finished theirs. Your performance in this part of the test will be compiled into E, C and A points. Your score in the oral part of the test will be added to your score in the written parts of the test.

Version 1 – Samtalskostnad för olika mobilabonnemang

Graferna i varje diagram visar kostnaden för ett telefonsamtal med olika telefonbolag. I alla diagrammen visar den grå streckade grafen Bolag A, som har en öppningsavgift på 69 öre och därefter en avgift på 59 öre per minut.

De svarta graferna visar på motsvarande sätt samtalskostnaderna i några andra telefonbolag.

Diagram B

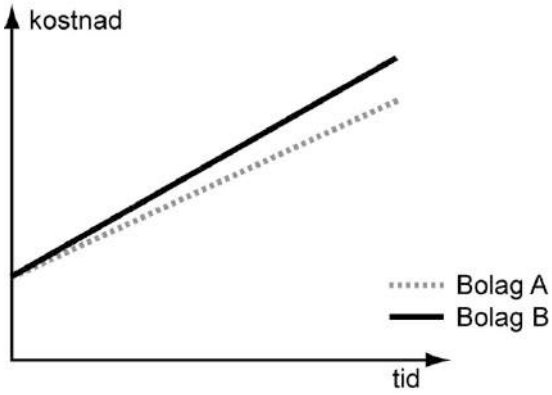


Diagram C

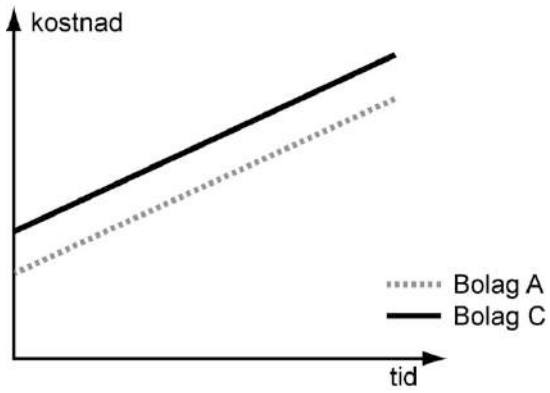


Diagram D

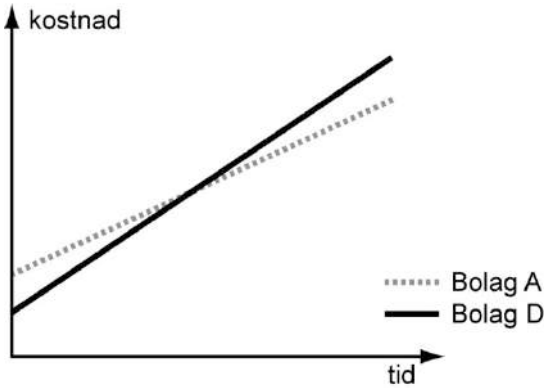
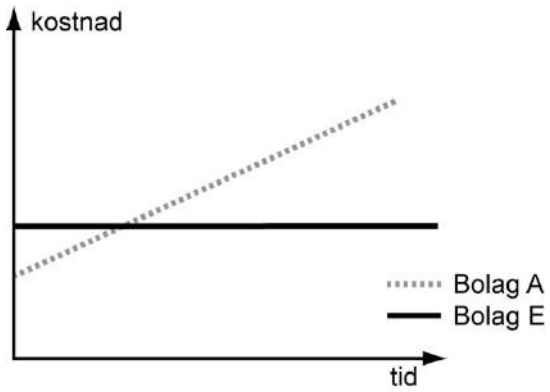
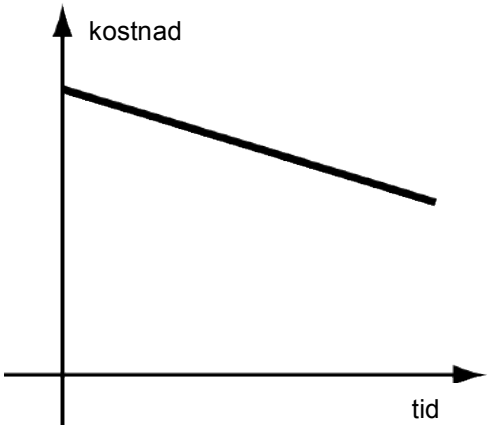


Diagram E

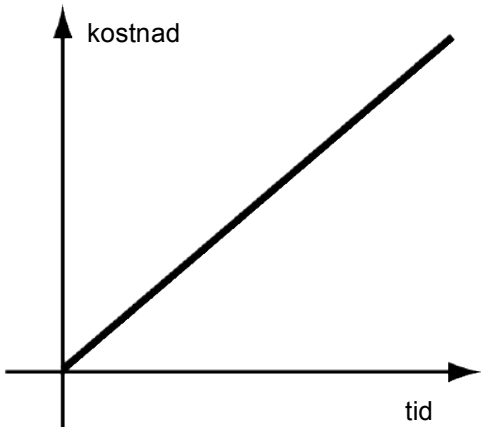


Version 1 – Grafer

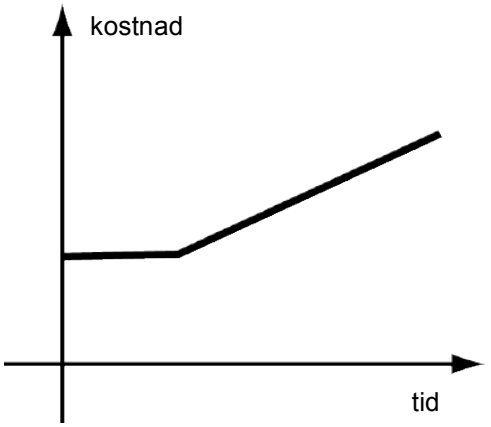
Graf F



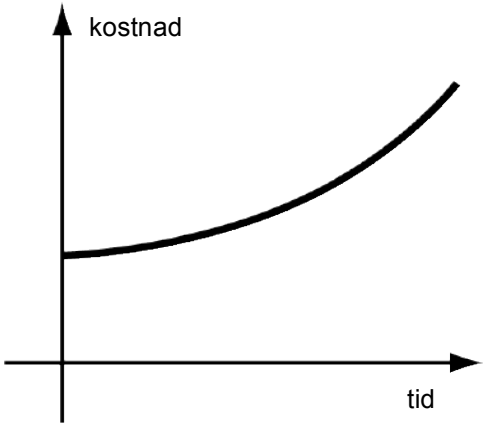
Graf G



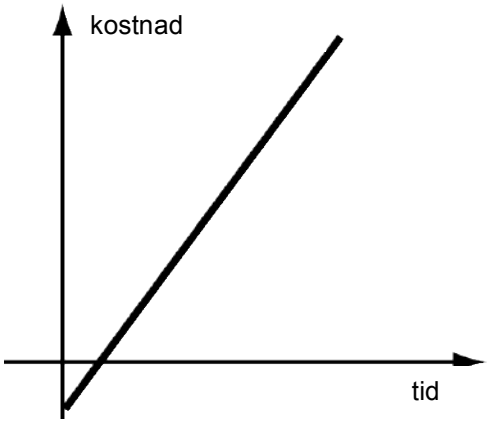
Graf H



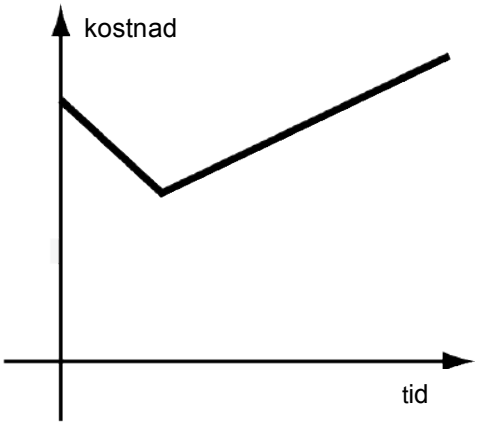
Graf I



Graf K



Graf L



Version 1 – Call cost with different mobile subscriptions

The graphs in each diagram show the cost of one phone call made with different telephone companies. The grey dotted graph shows Company A in all diagrams, which has a connection fee of SEK 0.69 and a call rate of SEK 0.59 per minute.

The black graphs show the costs of making the same call with other telephone companies.

Diagram B

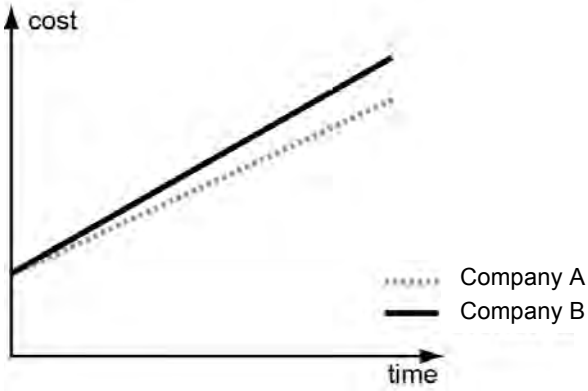


Diagram C

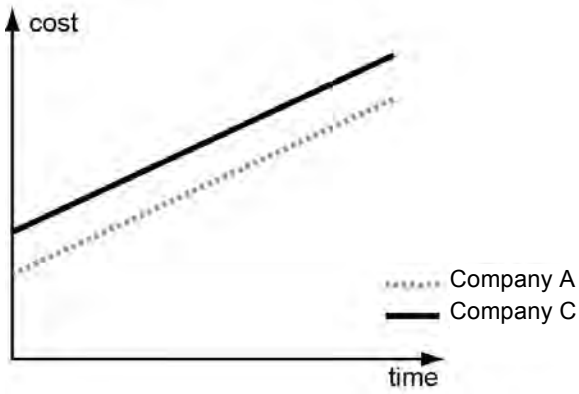


Diagram D

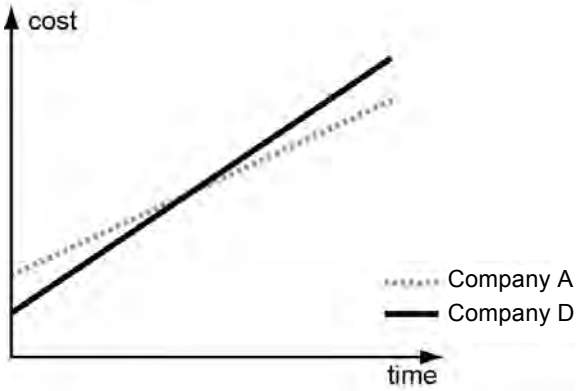
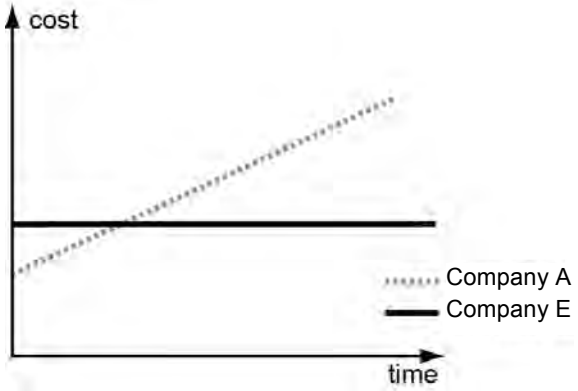
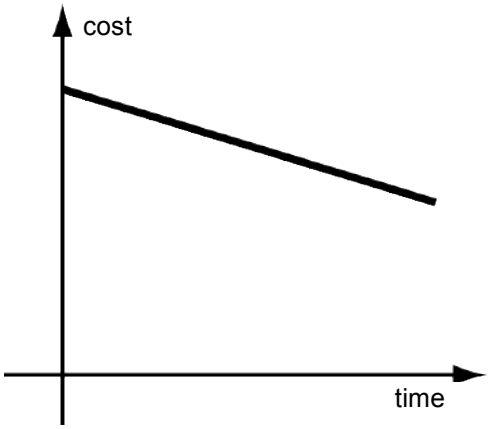


Diagram E

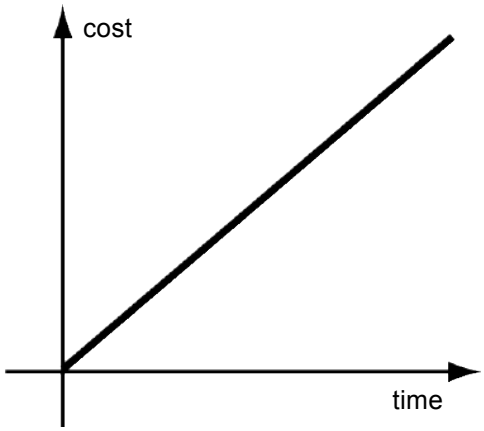


Version 1 – Graphs

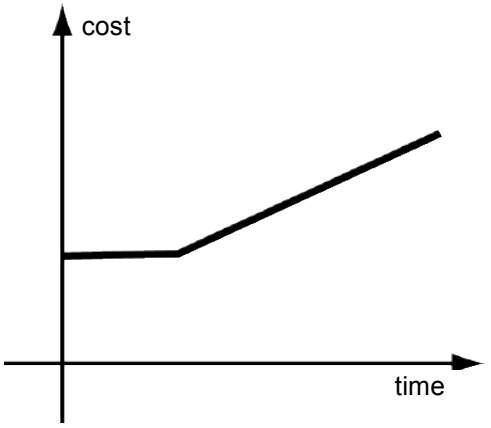
Graph F



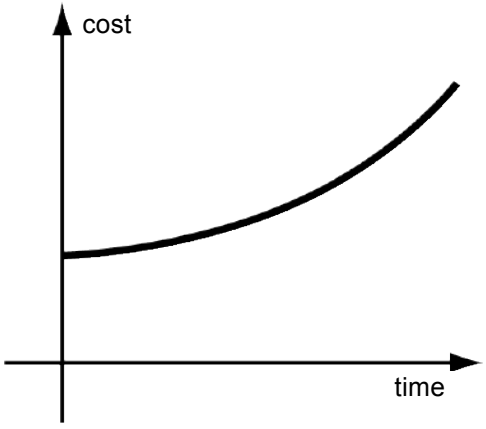
Graph G



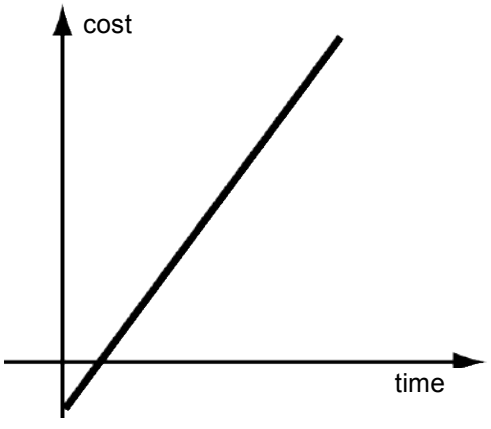
Graph H



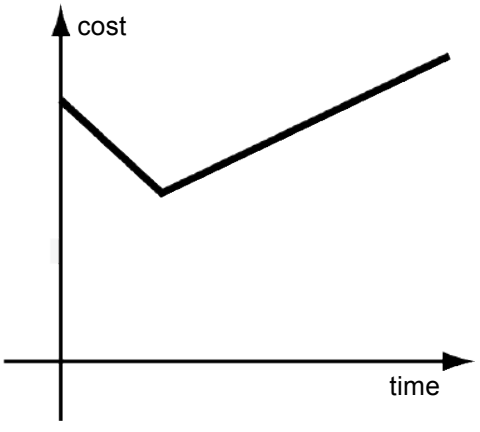
Graph I



Graph K



Graph L



Version 2 – Pumpa vatten ur pooler

Graferna i varje diagram visar volymen vatten i olika pooler. Den grå streckade grafen i diagrammen visar Pool A, som innehåller 15 000 liter vatten och där vattnet pumpas ut med 300 liter per minut.

De svarta graferna visar på motsvarande sätt hur andra pooler töms.

Diagram B

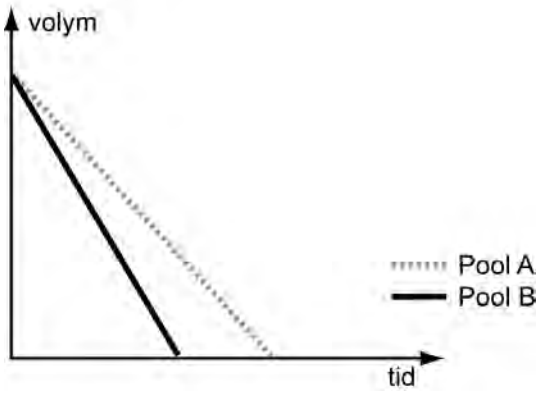


Diagram C

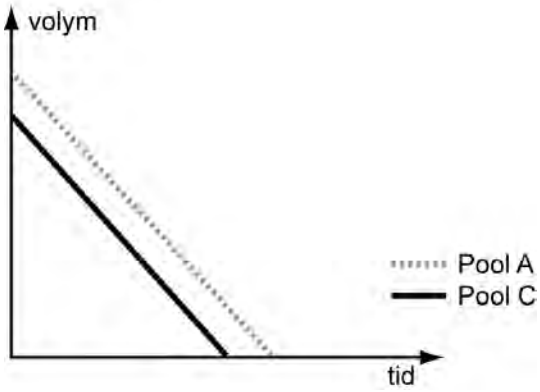


Diagram D

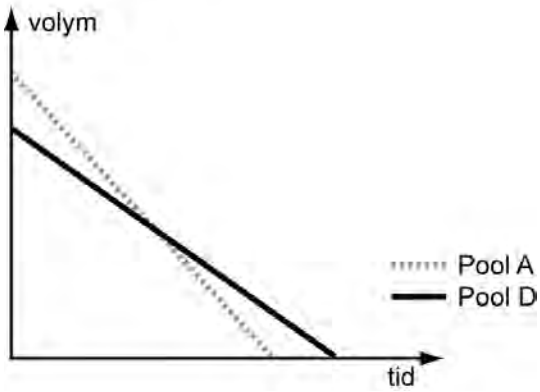
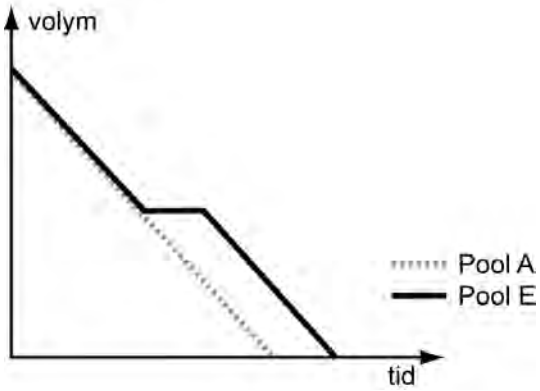
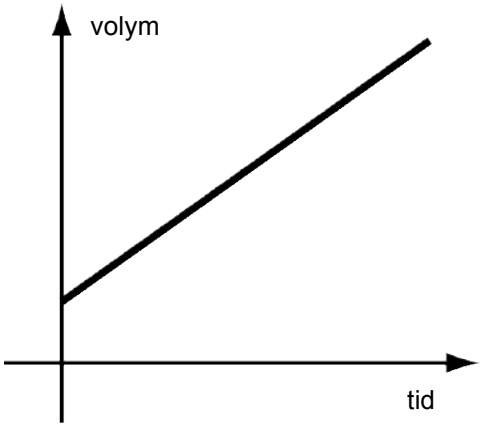


Diagram E

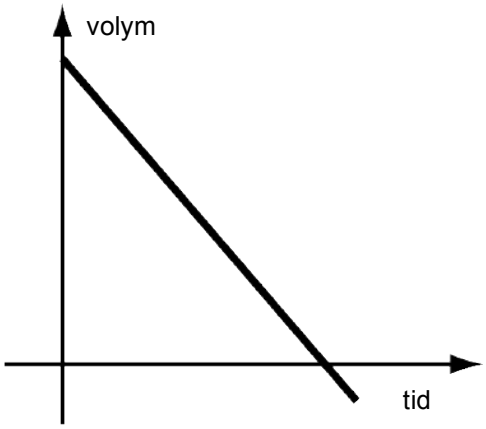


Version 2 – Grafer

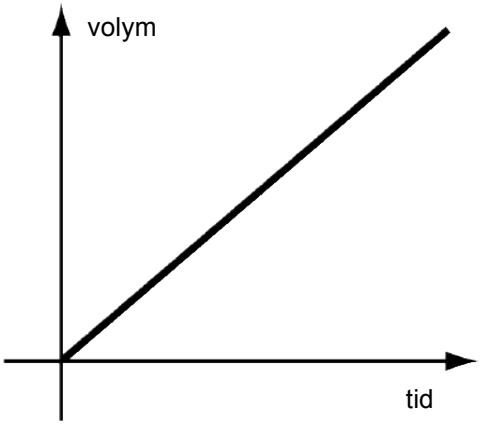
Graf F



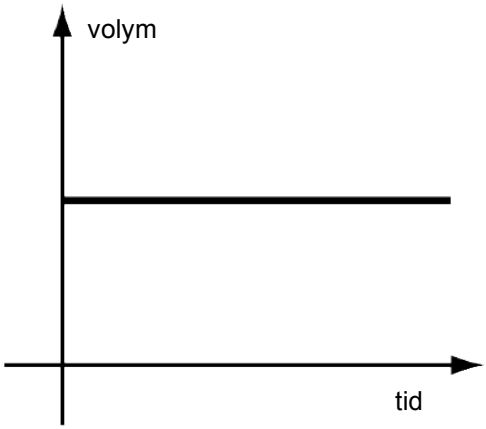
Graf G



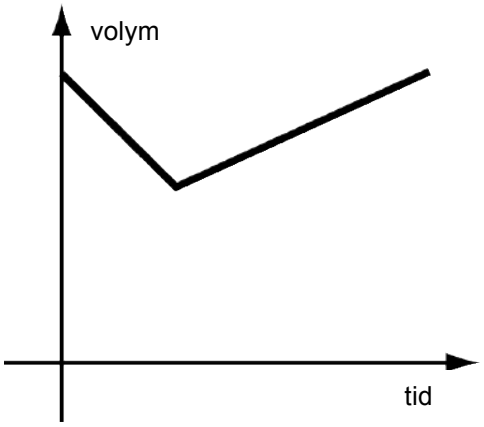
Graf H



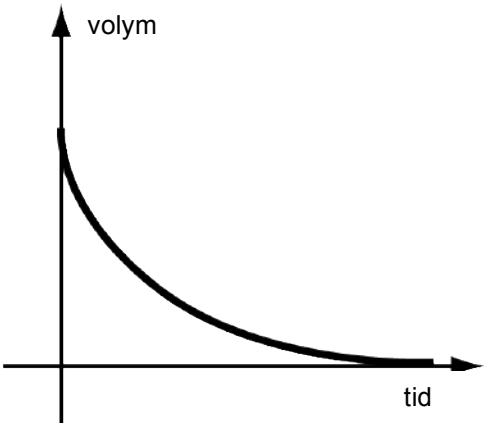
Graf I



Graf K



Graf L



Version 2 – Pumping water from swimming pools

The graphs in each diagram show the volume of water in different swimming pools.
The grey dotted graph shows Pool A in all diagrams, which contains 15,000 litres of water which is being pumped out at 300 litres per minute.

The black graphs show the rate at which the other pools are emptied in the same way.

Diagram B

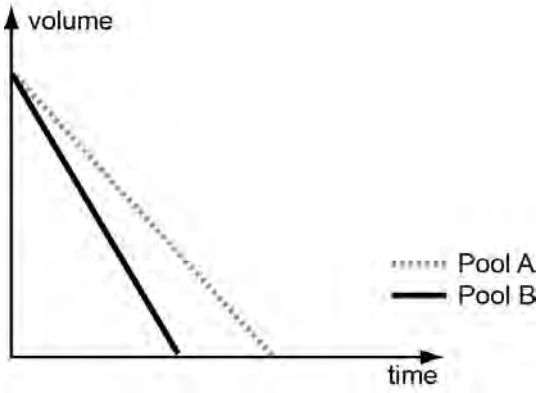


Diagram C

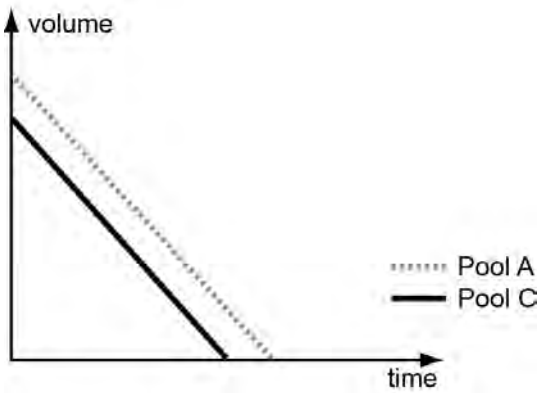


Diagram D

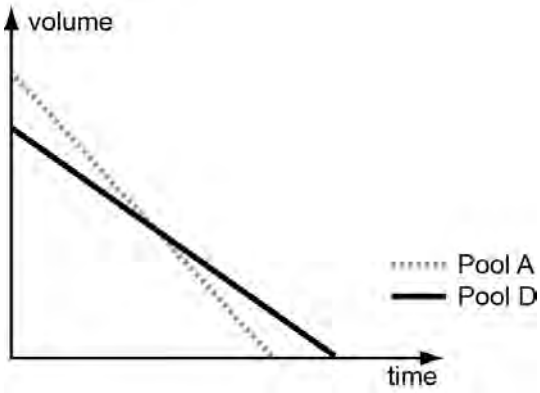
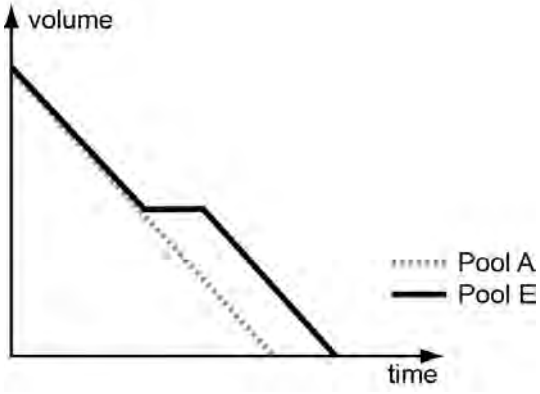
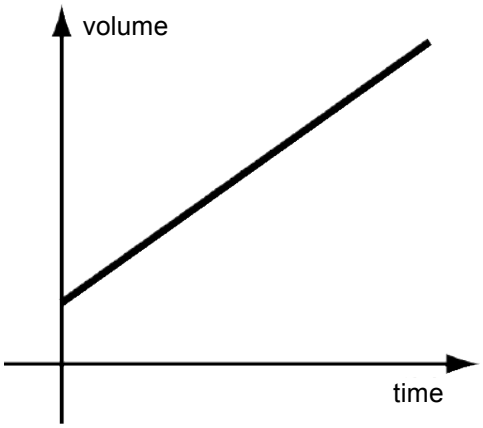


Diagram E

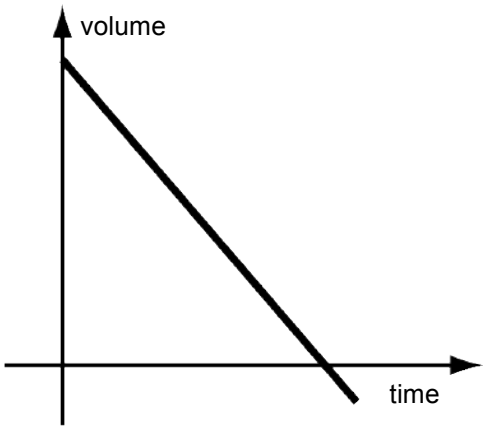


Version 2 – Graphs

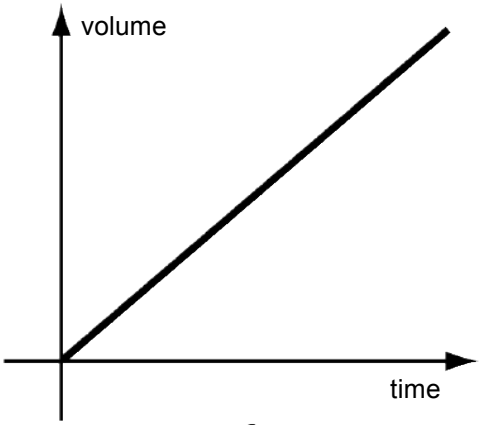
Graph F



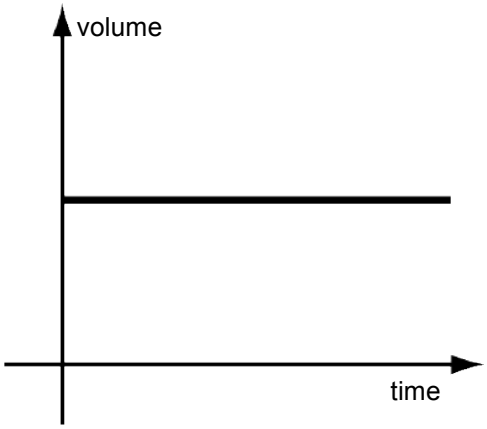
Graph G



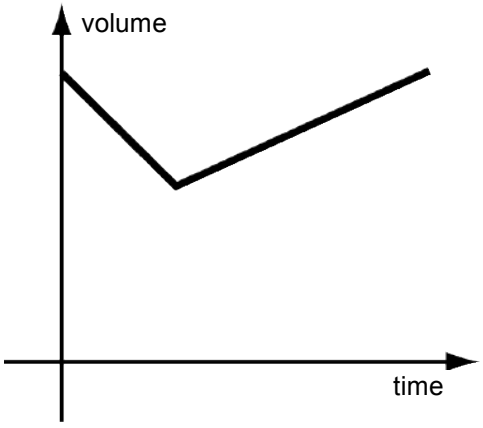
Graph H



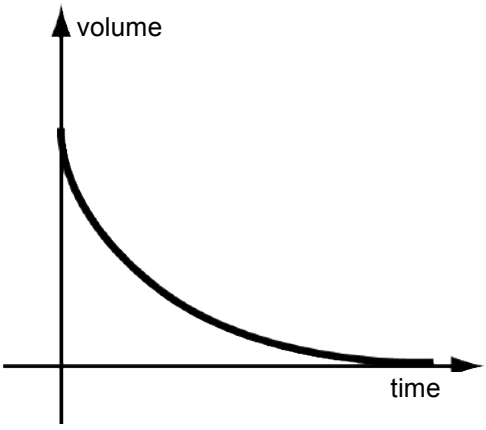
Graph I



Graph K



Graph L



Förenklad bedömningsmatris

	E	C	A	Kommentar
Problemlösning	$+E_P$	$+C_P$	$+A_P$	
Begrepp		$+C_B$	$+A_B$	
Resonemang	$+E_R$	$+C_R$	$+A_R$	
	$+E_R$	$+C_R$	$+A_R$	
Kommunikation	$+E_K$	$+C_K$	$+A_K$	
Summa				

	E	C	A	Kommentar
Problemlösning	$+E_P$	$+C_P$	$+A_P$	
Begrepp		$+C_B$	$+A_B$	
Resonemang	$+E_R$	$+C_R$	$+A_R$	
	$+E_R$	$+C_R$	$+A_R$	
Kommunikation	$+E_K$	$+C_K$	$+A_K$	
Summa				

	E	C	A	Kommentar
Problemlösning	$+E_P$	$+C_P$	$+A_P$	
Begrepp		$+C_B$	$+A_B$	
Resonemang	$+E_R$	$+C_R$	$+A_R$	
	$+E_R$	$+C_R$	$+A_R$	
Kommunikation	$+E_K$	$+C_K$	$+A_K$	
Summa				

	E	C	A	Kommentar
Problemlösning	$+E_P$	$+C_P$	$+A_P$	
Begrepp		$+C_B$	$+A_B$	
Resonemang	$+E_R$	$+C_R$	$+A_R$	
	$+E_R$	$+C_R$	$+A_R$	
Kommunikation	$+E_K$	$+C_K$	$+A_K$	
Summa				

© Skolverket

PRIM gruppen