

Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning	3
Bedömningsanvisningar	3
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga	4
Provsammanställning – Kunskapskrav	5
Provsammanställning – Centralt innehåll	6
Kravgränser	7
Resultatsammanställning.....	7
Bedömningsformulär.....	8
Bedömningsanvisningar	9
Delprov B	9
Delprov C	10
Delprov D	12
Bedömda elevlösningar	14
Uppgift 9.....	14
Uppgift 13.a	14
Uppgift 13.b.....	15
Uppgift 14.....	16
Uppgift 15.....	19
Uppgift 16.....	20
Uppgift 18.....	20
Uppgift 19.a	21
Uppgift 20.a	22
Uppgift 20.b.....	24
Uppgift 22.....	26
Ur ämnesplanen för matematik	30
Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c.....	31
Centralt innehåll Matematik kurs 2a	32

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. De delar i styrdokumentet som är knutna till karaktärsämnet kommer inte att behandlas i detta prov då provet är gemensamt för alla yrkesprogram.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som provas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långvarsuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E _P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1 E _P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ...
1 E _R	1 E _R och 1 C _R	1 E _R , 1 C _R och 1 A _R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för provbetyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande lista kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=, \neq, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \sqrt{\quad}, \sqrt[n]{\quad}, f(x), x, y, \frac{\Delta y}{\Delta x}, (\quad), \%, \{, \Rightarrow, \Leftarrow, \Leftrightarrow,$ VL, HL
Termer	t.ex. x -led, y -led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, definitions-/värdemängd, reell lösning, ekvations-system, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, potensfunktion, implikationspil, ekvivalens, algebra, uttryck, ekvation, formel, rationell exponent, rätvinklig, liksidig, likbent
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2a i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 3_1 och 3_2 den första respektive andra poängen i uppgift 3.

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1		1										
	2a		1										
	2b			1									
	3_1	1											
	3_2	1											
	4	1											
	5a		1										
	5b										1		
	6							1					
	7a_1					1							
	7a_2								1				
	7b									1			
C	8a						1						
	8b										1		
	9_1		1										
	9_2		1										
	10a_1		1										
	10a_2		1										
	10b_1						1						
	10b_2						1						
	11_1			1									
	11_2							1					
	11_3							1					
	12_1						1						
	12_2						1						
	13a				1								
	13b_1						1						
	13b_2								1				
	13c										1		
	14_1											1	
	14_2											1	
	14_3											1	

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	15_1				1								
	15_2				1								
	16_1			1									
	16_2			1									
	17a			1									
	17b_1			1									
	17b_2			1									
	18_1					1							
	18_2								1				
	19a_1			1									
	19a_2			1									
	19b_1							1					
	19b_2											1	
	20a							1					
	20b_1							1					
	20b_2							1					
	20b_3								1				
	21_1									1			
	21_2											1	
	22_1											1	
	22_2											1	
	22_3											1	
	22_4												1
Total		3	7	9	3	2	6	7	4	2	2	6	4
Σ	55	22				19				14			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2a i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

Del- Prov	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma2a																		
		E	C	A	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	G1	G2	F1	F2	F3	F4	P1	P2	P3	P4	
B	1	1	0	0				X															
	2a	1	0	0					X														
	2b	1	0	0					X		X								X				
	3	2	0	0		X					X												
	4	1	0	0														X					
	5a	1	0	0		X																	
	5b	0	0	1									X										
	6	0	1	0			X				X								X		X		
	7a	0	2	0												X		X					
	7b	0	0	1												X		X					
C	8a	0	1	0		X																	
	8b	0	0	1		X		X															
	9	2	0	0							X												
	10a	2	0	0							X												
	10b	0	2	0							X												
	11	1	2	0											X				X				
	12	0	2	0				X															
	13a	1	0	0							X						X						
	13b	0	2	0							X				X		X						
	13c	0	0	1							X				X		X		X				
D	14	0	0	3					X														
	15	2	0	0					X						X								
	16	2	0	0					X										X				
	17a	1	0	0			X			X													
	17b	2	0	0							X								X		X		
	18	0	2	0										X									
	19a	2	0	0		X													X		X		
	19b	0	1	1		X													X		X		
	20a	0	1	0												X	X						
	20b	0	3	0							X					X			X		X		
Total	21	0	0	2					X							X			X				
	22	0	0	4			X				X								X		X		

Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 55 poäng varav 22 E-, 19 C- och 14 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget

E: 13 poäng

D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 29 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå

B: 37 poäng varav 4 poäng på A-nivå

A: 44 poäng varav 7 poäng på A-nivå

Bedömningsformulär

Elev: _____ Klass: _____ Provbetyg: _____

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1												
	2a												
	2b												
	3_1												
	3_2												
	4												
	5a												
	5b												
	6												
	7a_1												
	7a_2												
	7b												
	8a												
	8b												
C	9_1												
	9_2												
	10a_1												
	10a_2												
	10b_1												
	10b_2												
	11_1												
	11_2												
	11_3												
	12_1												
	12_2												
	13a												
	13b_1												
	13b_2												
	13c												
	14_1												
	14_2												
	14_3												

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	15_1												
	15_2												
	16_1												
	16_2												
	17a												
	17b_1												
	17b_2												
	18_1												
	18_2												
	19a_1												
	19a_2												
	19b_1												
	19b_2												
	20a												
	20b_1												
	20b_2												
	20b_3												
	21_1												
	21_2												
	22_1												
	22_2												
	22_3												
	22_4												
	Total												
	Σ												

	Total	3	7	9	3	2	6	7	4	2	2	6	4
Σ	55	22				19				14			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

1. **Max 1/0/0**
 Korrekt svar ($x + 5$) +1 E_P

2. **Max 2/0/0**
 - a) Korrekt svar ($y = x + 2$) +1 E_P
 - b) Korrekt svar (t.ex. $y = 4$) +1 E_{PL}

3. **Max 2/0/0**
 Anger minst tre korrekta alternativ +1 E_B
 med korrekt svar

C 99^0

D $\sqrt{5}$

B 2^{-1}

E $10^{\frac{1}{2}}$

F $2,1^2$

+1 E_B

4. **Max 1/0/0**
 Korrekt svar (Alternativ B: $x^2 + 6x - 5 = 2$ och E: $3x + 5x - 10 = 16$) +1 E_B

5. **Max 1/0/1**
 - a) Korrekt svar ($x = 2^3$) +1 E_P
 - b) Korrekt svar ($x = \frac{1}{2}$) +1 A_P

6. **Max 0/1/0**
 Korrekt svar (t.ex. $16514 = 44 \cdot a^{14}$) +1 C_M

7. **Max 0/2/1**

- a) Godtagbart angivet intervall, t.ex. ”då x är mellan -3 och 4 ” +1 C_B
 med korrekt använda olikhetstecken ($-3 < x < 4$) +1 C_K
- b) Korrekt svar ($x = -2$ och $x = 4$) +1 A_B

8. **Max 0/1/1**

- a) Korrekt svar ($12a^3$) +1 C_P
- b) Korrekt svar ($x - x^{\frac{1}{3}}$) +1 A_P

Delprov C

9. **Max 2/0/0**

- Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av
 andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 1$, $x_2 = 5$) +1 E_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



10. **Max 2/2/0**

- a) Godtagbar ansats, bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 E_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = -2$, $y = 1$) +1 E_P
- b) Godtagbar ansats, kommer fram till ett förenklat ekvationssystem, t.ex.

$$\begin{cases} 9y - 6x + 12 = 0 \\ 7y - 3x - 4 = 0 \end{cases}$$
 +1 C_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 8$, $y = 4$) +1 C_P

11. **Max 1/2/0**

- Godtagbar ansats, t.ex. tecknar korrekt uttryck för rektanglarnas totala
 area, $2x(8 - x)$ +1 E_{PL}
 med godtagbar fortsättning, t.ex. visar insikt om att symmetrilinjen ger
 funktionens maximum +1 C_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (32 cm^2) +1 C_{PL}

12.

Max 0/2/0

Godtagbar ansats, sätter in uttrycken för a och b och utvecklar a^2 ,

$$\frac{(4x^2 + 4x + 1) - 2(2x - 1,5)}{4}$$

+1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x^2 + 1$)

+1 C_P

13.

Max 1/2/1

- a) Godtagbart enkelt resonemang som visar att $f(0) = -2$ oavsett värde på b

+1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



- b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $x = b \pm \sqrt{b^2 - 4}$ för beräkning av funktionens nollställe

+1 C_P

med fortsatt välgrundat resonemang med korrekt svar ($b = \pm 2$)

+1 C_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



- c) Godtagbar lösning med korrekt svar ($c = \frac{b^2}{2}$ eller $b = \pm\sqrt{2c}$)

+1 A_{PL}

14.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer avståndet mellan origo och den stora cirkelns mittpunkt, $\sqrt{2}a$

+1 A_R

med fortsatt välgrundat och nyanserat resonemang som visar att radien är $a(\sqrt{2} - 1)$ i.e.

+1 A_R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4

+1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



Delprov D**15. Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. inser att k -värdet för linjen genom origo ska bestämmas

+1 E_R

med fortsatt enkelt resonemang som visar att linjerna är parallella

+1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

**16. Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer konstanten C , $C = 2$

+1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. $(0, 2)$)

+1 E_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

**17. Max 3/0/0**

a) Korrekt svar ("antal blåtetror")

+1 E_M

b) Godtagbar ansats, bestämmer ett korrekt värde på minst en av variablerna
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (31 slöjstjärter och
65 blåtetror)

+1 E_M+1 E_M**18. Max 0/2/0**

Korrekt vald logisk symbol, $\Rightarrow$

+1 C_B

Välgrundat resonemang där det framgår att även $x = -2$ är en lösning till
ekvationen $x^2 = 4$

+1 C_R

Kommentar: Bedömningen till denna uppgift avviker från de beskrivna bedömningsmodellerna på sidan 3. Resonemangspoängen kan delas ut oavsett om den första begreppspoängen har delats ut eller inte.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



19.**Max 2/1/1**

- a) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en korrekt ekvation för bestämning av
- B
- ,

$$29 = 0,8365 \cdot B^{\frac{3}{2}}$$

+1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (11)

+1 E_M*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*

- b) Godtagbar ansats, ställer upp likheten
- $0,8365 \cdot \sqrt{8} \cdot (T + 4)^{\frac{3}{2}} = 0,8365 \cdot B^{\frac{3}{2}}$

+1 C_{PL}med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($B = 2T + 8$)+1 A_{PL}**20.****Max 0/4/0**

- a) Korrekt svar med godtagbar motivering (t.ex. ”
- h
- för att
- f
- är en rät linje och
- g
- ökar igen.”)

+1 C_M*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*

- b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar en korrekt ekvation för bestämning av förändringsfaktorn,
- $2300 = 239000a^{100}$

+1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (112)

+1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4

+1 C_K*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***21.****Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer funktionens riktningskoefficient, 1,5

+1 A_Bmed i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($f(x) = 1,5x + 6$)+1 A_{PL}**22.****Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem

+1 A_Mmed godtagbar fortsättning där t.ex. priset av plattan och trälisten beräknas, 150 kr/m² för plattan och 25 kr/m för trälisten+1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar

$$(150ab + 41a + 41b + 0,54)$$

+1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4

+1 A_K*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*

Bedömda elevlösningar**Uppgift 9.****Elevlösning 9.1 (0 poäng)**

$$\begin{aligned}
 x^2 - 6x + 5 &= 0 \\
 x &= -3 \pm \sqrt{9-5} \\
 x &= -3 \pm 2 \\
 \text{Svar: } \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -5 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Kommentar: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andrags-
ekvationer och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

Uppgift 13.a**Elevlösning 13.a.1 (0 poäng)**

$$\begin{aligned}
 f(x) &= -0,5x^2 + b x - 2 \\
 (0, -2) &\rightarrow \text{då grafen går igenom } -2 \\
 \text{så blir } x &= 0 \text{ och } y = -2
 \end{aligned}$$

Kommentar: Elevlösningen anses inte uppfylla kraven för resonemangspoäng eftersom reso-
nemanget saknar koppling till b . Lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 13.a.2 (1 E_R)

$$y = -0,5x^2 + bx - 2 \quad (0, -2)$$

$$-2 = \underbrace{-0,5 \cdot 0^2}_0 + \underbrace{b \cdot 0}_0 - 2$$

$$-2 = -2$$

Kommentar: Elevlösningen visar med ett enkelt resonemang att $f(0) = -2$ oavsett värde på b i och med att det framgår att $b \cdot 0 = 0$. Elevlösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 13.b**Elevlösning 13.b.1 (1 C_P och 1 C_R)**

$$-0,5x^2 + bx - 2 = 0$$

$$x^2 - 2bx + 4$$

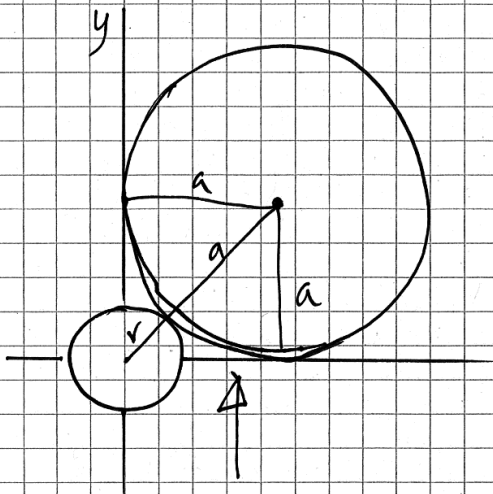
$$x = b \pm \sqrt{b^2 - 4}$$

Om $b^2 - 4 = 0$
en lösning
 $b = \pm 2$

Svar: $b = \pm 2$

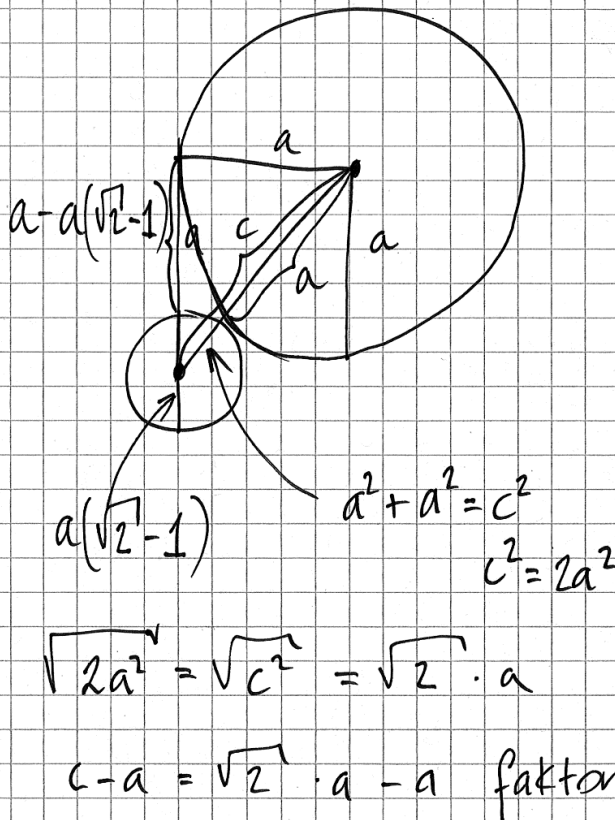
Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Resonemanget som inleds med "Om $b^2 - 4 = 0$ en lösning" och leder till korrekt svar anses nätt och jämnt vara tillräckligt för resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 14.

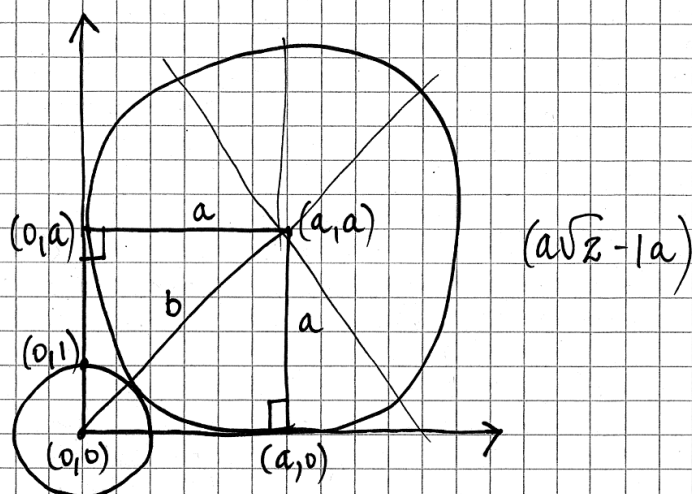
Elevlösning 14.1 (1 A_R)

har blivit en rätvinklig triangel
 med hypotenusan $r+a$. Sen Pythagoras-
 sats
 $(r+a)^2 = a^2 + a^2$
 $r+a = \sqrt{a^2 + a^2}$
 $r = \sqrt{2}a - a$
 $r = a(\sqrt{2} - 1)$

Kommentar: I elevlösningen är påståendet "har blivit en rätvinklig triangel..." otydligt. I övrigt är lösningen godtagbar till och med näst sista raden. Faktoriseringen på sista raden är felaktig och därmed uppfylls inte kraven för den andra resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösning 14.2 (2 A_R)

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang som anses vara nätt och jämnt godtagbart trots att faktorisering på sista raden saknas. Gällande kommunikation är lösningen ostrukturerad och inte lätt att följa och förstå. Till exempel framgår det inte tydligt att det är den mindre cirkelns radie som ges av $c - a$. Ingen explicit slutsats finns uttryckt i lösningen. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på A-nivå inte anses uppfyllda. Elevlösningen ges två resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 14.3 (2 A_R och 1 A_K)

arean för fyrkanten inuti den stora cirkeln:

$$a^2$$

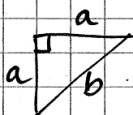
För att komma åt b använder jag Pythagoras. Kvadraten har 90° vinklar (4st)

$$(a^2 + b^2 = c^2)$$

$$a^2 + a^2 = b^2$$

$$2a^2 = b^2$$

$$b^2 = 2a^2$$



Stora cirkelns radie är a vilket betyder att lilla cirkelns radie är $b - a$

$$\sqrt{b^2} = \sqrt{2a^2}$$

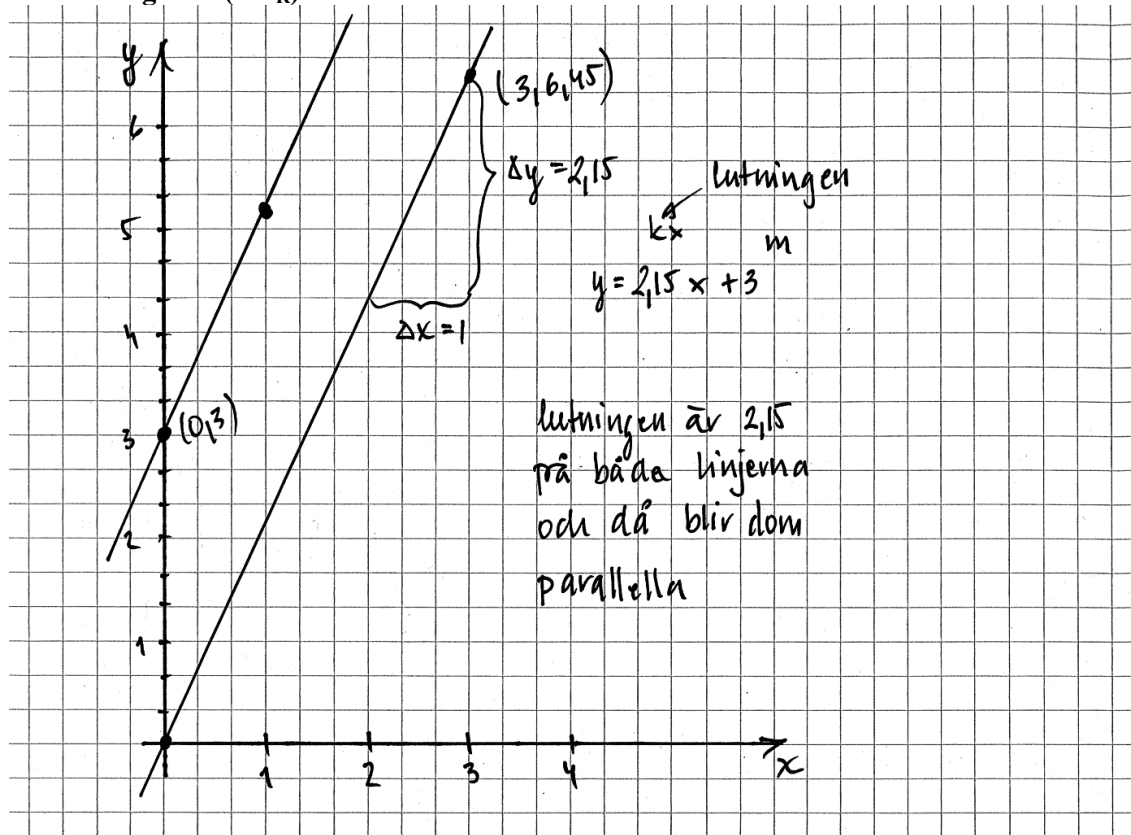
$$b = \sqrt{2} a$$

$$(\sqrt{2} \cdot a - a) = a(\sqrt{2} - 1) \text{ se}$$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation finns förklarande figur och definierade beteckningar. Lösningen är lätt att följa och förstå. Elevlösningen ges samtliga poäng som är möjliga att få.

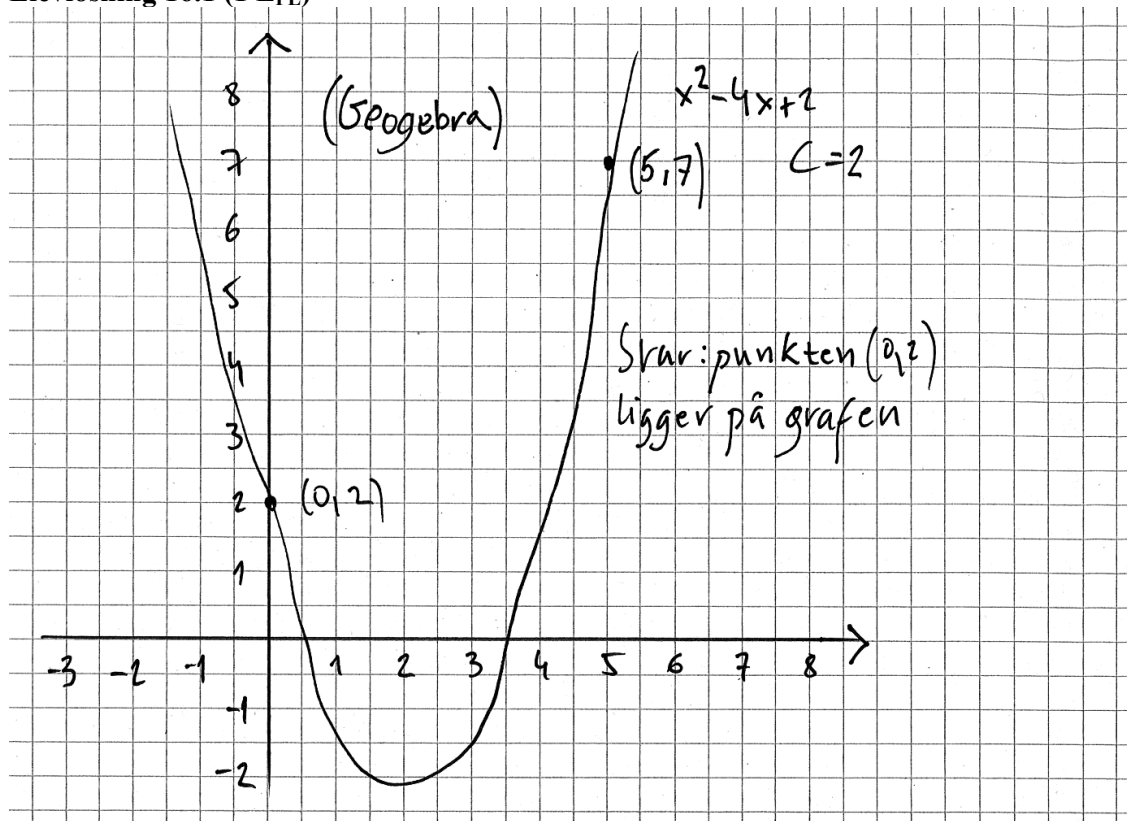
Uppgift 15.

Elevlösning 15.1 (1 E_R)



Kommentar: I elevlösningen visas insikt om att k -värdet för linjen genom origo ska bestämmas. En grafisk lösningsmetod är inte tillräckligt noggrann för att kunna avgöra om linjerna är parallella. Lösningen ges ansatspoängen på E-nivå.

Uppgift 16.

Elevlösning 16.1 (1 E_{PL})

Kommentar: Uppgiften är löst med digitalt hjälpmedel. Det redovisas dock inte hur det digitala hjälpmedlet har använts varken för bestämning av konstanten $C = 2$ eller för bestämning av punkten $(0, 2)$. Sammantaget anses lösningen motsvara en godtagbar ansats och ges den första problemlösningspoängen på E-nivå.

Uppgift 18.

Elevlösning 18.1 (1 C_R)

Julia borde satt ut " $\leftarrow$ "

$x=2$ behöver inte vara det enda svaret till $x^2=4$. $-2, -2$ blir också 4.

Kommentar: Elevlösningen visar en felaktigt vald symbol. Av resonemanget framgår det att även $x = -2$ är en lösning till $x^2 = 4$. Lösningen ges en resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 19.a

Elevlösning 19.a.1 (1 E_M)

Eftersom Beaufort talet 12 är för
32,7 måste det vara mindre

$$0,8365 \cdot 11^{\frac{3}{2}} \approx 30$$

Därför är Beauforttalet till
29 m/s (11)

Kommentar: Elevlösningen visar en prövning där det inte redovisas varför Beauforttalet 10 utesluts. Detta anses nätt och jämnt motsvara en godtagbar ansats och lösningen ges en modelleringspoäng på E-nivå.

Elevlösning 19.a.2 (2 E_M)

$$0,8356 \cdot 11^{\frac{3}{2}} = 30 \text{ m/s}$$

$$0,8356 \cdot 10^{\frac{3}{2}} = 26 \text{ m/s}$$

Svar: Beauforttalet är ca 11.

(Jag visste att talet inte kunde vara
mer än 12, men inte så mycket mindre
än 12 eftersom $0,8356 \cdot 12^{\frac{3}{2}} = 34,7$).

Kommentar: Elevlösningen visar en prövning genom att beräkna vindhastigheten för två värden på B. Frasen "talet inte kunde vara mer än 12, men inte så mycket mindre" anses nätt och jämnt motsvara ett enkelt omdöme om resultatets rimlighet trots att motivering saknas till varför Beauforttalet är 11 och inte 10. Lösningen ges två modelleringspoäng på E-nivå.

Elevlösning 19.a.3 (2 E_M)

$$29 = 0,8365 \cdot B^{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{29}{0,8365} = 34,67$$

$$34,67 = B^{\frac{3}{2}}$$

$$29 = 0,8365 \cdot B^{\frac{3}{2}}$$

skrev in ekvationen på
räknaren.

Fick då svaret $x = 10,63$

Svar: Beauforttalet är 11

Kommentar: I elevlösningen har ekvationen lösts med digitalt hjälpmedel. Trots att det inte redovisas hur det digitala hjälpmedlet har använts anses elevlösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för en godtagbar lösning och ges båda modelleringspoängen på E-nivå.

Uppgift 20.a**Elevlösning 20.a.1 (0 poäng)**

H, eftersom att den inte
fortsätter öka/minska utan stannar
på samma nivå efter hundra.

Kommentar: Motiveringen anses inte vara godtagbar eftersom det inte framgår hur funktionerna f och g har utslutits eller hur h har identifierats som en exponentialfunktion. Elevlösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 20.a.2 (1 C_M)

h Svar: Grafen h visar hur det minskar även om hur lång tid det tar tills de dött ut helt och hållet. Alla visar väl egentligen hur de har minskat men f visar mer hur mycket värmen minskar om man fortsätter jäga på samma sätt och dödar lika många rårar år. Medan g visar hur värmen tillslut skulle börja öka igen om man slutade jäga. Så h representerar minskningen bäst.

Kommentar: Elevlösningen visar en nätt och jämnt godtagbar motivering till varför funktionerna f och g utesluts. Lösningen ges en modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 20.b

Elevlösning 20.b.1 (1 C_M och 1 C_K)

$$y = C \cdot a^x$$

$C = 239\,000$
 startvärde
 efter 100 år 2300
 valar kvar

$$2300 = 239000 \cdot a^{100}$$

$$a^{100} = \frac{23}{2390}$$

$$a = \sqrt[100]{\frac{23}{2390}}$$

$$a \approx 0,95$$

$$y = 239000 \cdot 0,95^{165}$$

$$y \approx 50$$

Svar: 50 st

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Eftersom a avrundas till för få siffror, blir svaret felaktigt. Gällande kommunikation förklaras inte varför antalet år ska vara 165 i ekvationen $y = 239000 \cdot 0,95^{165}$, i övrigt är lösningen möjlig att följa och förstå och kraven för kommunikationspoäng på C-nivå anses uppfyllda. Elevlösningen ges första modelleringspoängen samt kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösning 20.b.2 (2 C_M och 1 C_K)

om förändringsfaktor är x

$$2300 = 239000 \cdot x^{100} \quad (x > 0)$$

$$x^{100} = \frac{23}{2390}$$

$$x \approx 0,955$$

$$2065 - 1900 = 165 \text{ år}$$

$$n = 239000 \cdot 0,955^{165} \approx 120 \text{ st}$$

Svar: 120 blåvalar finns kvar år 2065.

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. En avrundning i förändringsfaktor till tre värdesiffror ger ett svar som avviker från svaret i bedömningsanvisningen men anses godtagbart. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå och uppfyller kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Sammantaget ges lösningen samtliga möjliga poäng.

Uppgift 22.

Elevlösning 22.1 (1 A_M och 1 A_K)

$$36 \times 46 = 59 \text{ kr}$$

$$46 \times 56 = 81 \text{ kr} \quad (-3 \text{ cm på varje sida pga. ramen})$$

$$36 \times 46 \rightarrow \text{plattan} = 30 \cdot 40 \text{ cm} \rightarrow 0,12 \text{ m}^2$$

$$\text{ramen} = (31 \cdot 2) + (41 \cdot 2) = 144 \text{ cm (längd)} = 1,44 \text{ m}$$

$$\text{pris i kr för plattan } x/\text{m}^2$$

$$\text{pris i kr för ramen } y/\text{m}$$

$$0,12x + 1,44y = 59$$

$$46 \times 56 = 81 \text{ kr} \quad (-3 \text{ cm på varje sida pga. ramen})$$

$$46 \times 56 \rightarrow \text{plattan} \rightarrow 40 \times 50 \text{ cm} \rightarrow 0,2 \text{ m}^2$$

$$\text{ramen} = (41 \cdot 2) + (51 \cdot 2) = 184 \text{ cm (längd)} = 1,84 \text{ m}$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{cases} 0,2x + 1,84y = 81 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{cases} 0,12x + 1,44y = 59 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad 0,2x + 1,84y = 81 \quad \cdot 5$$

$$\Rightarrow x = 405 - 9,2y$$

ins i $\textcircled{2}$

$$(405 - 9,2y) 0,12 + 1,44y = 59$$

$$48,6 - 1,104y + 1,44y = 59$$

$$0,336y = 10,4$$

$$y = 30,9523 \dots$$

ins i $\textcircled{1}$

Fortsättning på nästa sida.

$$0,2x + 1,84(30,9523...) = 81$$

$$0,2x = 24,0476$$

$$x = 120,2380...$$

$$\text{plattan} = 120 \text{ kr/m}^2$$

$$\text{ramen} = 31 \text{ kr/m}$$

tafla med bredden a m och längden b m

$$\text{plattan} = (a - 0,06) \cdot (b - 0,06) \cdot 120 \text{ kr}$$

$$\text{ramen} = (2a - 0,1) \cdot (2b - 0,1) \cdot 31 \text{ kr}$$

$$\text{totalt pris} =$$

$$(a - 0,06) \cdot (b - 0,06) \cdot 120 + (2a - 0,1) \cdot (2b - 0,1) \cdot 31 \text{ kr} =$$

$$= (ab - 0,06a - 0,06b + 0,0036) \cdot 120 +$$

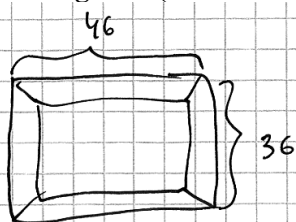
$$+ (4ab - 0,2a - 0,2b + 0,01) \cdot 31 =$$

$$= 120ab - 7,2a - 7,2b + 0,432 + 124ab - 6,2a$$

$$- 6,2b + 0,31 = \underline{\underline{244ab - 13,4a - 13,4b + 0,742 \text{ kr}}}$$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När ekvationssystemet ställs upp görs fel i ramlängden och motsvarande fel görs då det generella uttrycket ställs upp. Den felaktiga bestämningen av ramlängden gör att varken priserna eller det generella uttrycket blir korrekt beräknade. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå och matematiska symboler är korrekt använda. Felen som görs i början påverkar inte uppgiftens svårighetsgrad och kraven för kommunikationspoäng på A-nivå anses därmed vara uppfyllda. Sammantaget ges elevlösningen en modelleringspoäng på A-nivå och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 22.2 (3 A_M och 1 A_K)



längd av list = 164 cm

plattansidor

utan ram: 40×30

Area = 1200 cm^2

$$1200 \text{ cm}^2 = 0,12 \text{ m}^2$$

$$164 \text{ cm} = 1,64 \text{ m}$$

$x = \text{pris/m}^2$ för plattan

$x = \text{pris/m}$ för listen

$$0,12 y + 1,64 x = 59 \text{ kr}$$

geomet att använda samma

på den stora kuben för jäg

fram: längd på list: $2,04 \text{ m}$

area på plattan: $0,2 \text{ m}^2$

$$0,2 y + 2,04 x = 81 \text{ kr}$$

$$\begin{cases} 0,12 y + 1,64 x = 59 \\ 0,2 y + 2,04 x = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,12 y + 1,64 x = 59 \\ 0,2 y + 2,04 x = 81 \end{cases}$$

$$0,12 y \cdot -0,6 = -0,12 y$$

$$\begin{cases} 0,12 y + 1,64 x = 59 \\ -0,12 y - 1,224 x = -48,6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,12 y + 1,64 x = 59 \\ -0,12 y - 1,224 x = -48,6 \end{cases}$$

Additions formeln

$$0,12 y - 0,12 y + 1,64 x - 1,224 x = 59 - 48,6$$

$$0,416 x = 10,4$$

$$x = 25 \text{ kr/m för list}$$

Fortsättning på nästa sida.

$$0,12y + 1,64 \cdot 25 = 59$$

$$y = 150 \text{ kr/m}^2 \text{ för platta}$$

$$25 \cdot 2(a+b) + (a-0,06)(b-0,06) \cdot 150 =$$

$\xrightarrow{\text{pris/längd (list)}}$
 $\xrightarrow{\text{pris/area (platta)}}$

$$50a + 50b + (ab - 0,06a - 0,06b + 0,0036)150$$

$$50a + 50b + 150ab - 9a - 9b + 0,54$$

$$41a + 41b + 150ab + 0,54 = \text{pris}$$

då a är bredden i m och

b är längden i m

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå eftersom såväl enheter som variabler sätts ut och används korrekt. Elevlösningen ges samtliga möjliga poäng.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

Betyget E

Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen i **bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem av **enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem av **komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I **problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja, tillämpa och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 2a

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Taluppfattning, aritmetik och algebra

- T1** Metoder för beräkningar vid budgetering.
- T2** Metoder för beräkningar med potenser med rationella exponenter.
- T3** Strategier för att formulera algebraiska uttryck, formler och ekvationer kopplat till konkreta situationer och karaktärsämnen.
- T4** Hantering av kvadrerings- och konjugatregeln i samband med ekvationslösning.
- T5** Råta linjens ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.
- T6** Användning av linjära ekvationssystem i problemlösningssituationer.
- T7** Algebraiska och grafiska metoder för att lösa potens- och andragradsekvationer samt linjära ekvationssystem.
- T8** Lösning av exponentialekvationer genom prövning och grafiska metoder.

Geometri

- G1** Fördjupning av geometriska begrepp valda utifrån karaktärsämnenas behov, till exempel sinus, cosinus, tangens, vektorer och symmetrier.
- G2** Matematisk argumentation med hjälp av grundläggande logik inklusive implikation och ekvivalens samt jämförelser med hur man argumenterar i vardagliga och yrkesmässiga sammanhang.

Samband och förändring

- F1** Begreppet funktion, definitions- och värdemängd. Tillämpningar av och egenskaper hos linjära funktioner samt potens-, andragrads- och exponentialfunktioner.
- F2** Representationer av funktioner, till exempel i form av ord, gestaltning, funktionsuttryck, tabeller och grafer.
- F3** Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, utan och med digitala verktyg.
- F4** Skillnader mellan begreppen ekvation, algebraiskt uttryck och funktion.

Problemlösning

- P1** Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
- P2** Hur matematiken kan användas som verktyg i behandlingen av omfångsrika problemsituationer i karaktärsämnen. Matematikens möjligheter och begränsningar i dessa situationer.
- P3** Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
- P4** Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.