

Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning	3
Bedömningsanvisningar	3
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga	4
Provsammanställning – Kunskapskrav	5
Provsammanställning – Centralt innehåll	6
Kravgränser	7
Resultatsammanställning.....	7
Bedömningsformulär.....	8
Bedömningsanvisningar	9
Delprov B	9
Delprov C	10
Delprov D	12
Bedömda elevlösningar	15
Uppgift 11	15
Uppgift 13.....	15
Uppgift 16.....	16
Uppgift 18.....	18
Uppgift 22.....	18
Uppgift 23.....	19
Uppgift 24c.....	20
Uppgift 25.....	21
Uppgift 26.....	21
Uppgift 27.....	22
Uppgift 28.....	25
Ur ämnesplanen för matematik	27
Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c	28
Centralt innehåll Matematik kurs 2a	29

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. De delar i styrdokumentet som är knutna till karaktärsämnet kommer inte att behandlas i detta prov då provet är gemensamt för alla yrkesprogram.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som provas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvartstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvartstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvartsuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiften i förekommande fall.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ...
1 E_R	1 E_R och 1 C_R	1 E_R , 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för provbetyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande lista kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=, \neq, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \sqrt{}, \sqrt[n]{}, f(x), x, y, \frac{\Delta y}{\Delta x}, (), \%, \{, \Rightarrow, \Leftarrow, \Leftrightarrow, \text{VL, HL}$
Termer	t.ex. x-led, y-led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, definitions-/värdemängd, reell lösning, ekvationssystem, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragsgradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, potensfunktion, implikationspil, ekvivalens, algebra, uttryck, ekvation, formel, rationell exponent, rätvinklig, liksidig, likbent
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2a i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 11_1 och 11_2 den första respektive andra poängen i uppgift 11.

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1	1											
	2	1											
	3		1										
	4		1										
	5		1										
	6	1											
	7a			1									
	7b							1					
	8						1						
	9a	1											
C	9b			1									
	10a	1											
	10b								1				
	11_1		1										
	11_2		1										
	12_1		1										
	12_2		1										
	13				1								
	14a			1									
	14b							1					
	15_1					1							
	15_2						1						
	16_1							1					
	16_2							1					
	16_3								1				
	17_1						1						
	17_2									1			
	18_1								1				
	18_2											1	
	19_1										1		
	19_2										1		

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	20_1		1										
	20_2		1										
	21		1										
	22_1			1									
	22_2			1									
	23_1								1				
	23_2								1				
	23_3									1			
	24a			1									
	24b					1							
	24c								1				
	25_1							1					
	25_2							1					
	25_3							1					
	26_1								1				
	26_2											1	
	26_3											1	
	27_1										1		
	27_2										1		
	27_3											1	
	28_1										1		
	28_2										1		
	28_3											1	
	Total	5	10	6	1	2	3	9	4	2	1	6	5
	Σ	54	22				18				14		

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2a i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

Del-prov	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma2a																	
		E	C	A	Taluppfattning, aritmetik och algebra								Geometri		Samband och förändring				Problem-lösning			
					T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	G1	G2	F1	F2	F3	F4	P1	P2	P3	P4
B	1	1	0	0					X													
	2	1	0	0											X							
	3	1	0	0					X						X							
	4	1	0	0				X														
	5	1	0	0							X											
	6	1	0	0													X					
	7a	1	0	0			X		X									X				
	7b	0	1	0			X		X									X				
	8	0	1	0			X	X														
	9a	1	0	0								X										
	9b	1	0	0								X						X				
C	10a	1	0	0											X	X						
	10b	0	0	1											X	X						
	11	2	0	0							X											
	12	2	0	0							X											
	13	1	0	0							X											
	14a	1	0	0							X				X			X		X		
	14b	0	1	0							X				X			X		X		
	15	0	2	0							X				X							
	16	0	3	0				X							X			X				
	17	0	1	1		X					X											
D	18	0	0	2				X														
	19	0	0	2											X	X		X				
	20	2	0	0				X														
	21	1	0	0							X											
	22	2	0	0				X							X			X				
	23	0	3	0						X	X							X		X		
	24a	1	0	0			X											X				
	24b	0	1	0											X							
	24c	0	1	0											X							
	25	0	3	0								X				X	X	X				
	26	0	1	2				X							X							
	27	0	0	3							X				X		X	X				
	28	0	0	3			X				X		X		X	X		X		X		
Total		22	18	14																		

Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 54 poäng varav 22 E-, 18 C- och 14 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget

E: 14 poäng

D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 28 poäng varav 10 poäng på minst C-nivå

B: 36 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 43 poäng varav 8 poäng på A-nivå

Bedömningsformulär

Elev: _____ Klass: _____ Provbetyg: _____

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1												
	2												
	3												
	4												
	5												
	6												
	7a												
	7b												
	8												
	9a												
C	9b												
	10a												
	10b												
	11_1												
	11_2												
	12_1												
	12_2												
	13												
	14a												
	14b												
	15_1												
	15_2												
	16_1												
	16_2												
	16_3												
	17_1												
	17_2												
	18_1												
	18_2												
	19_1												
	19_2												

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	20_1												
	20_2												
	21												
	22_1												
	22_2												
	23_1												
	23_2												
	23_3												
	24a												
	24b												
	24c												
	25_1												
	25_2												
	25_3												
	26_1												
	26_2												
	26_3												
	27_1												
	27_2												
	27_3												
	28_1												
	28_2												
	28_3												
Total		5	10	6	1	2	3	9	4	2	1	6	5
Σ		54	22				18				14		

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

1. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (Alternativ B: $y = 2x - 1$) +1 E_B

2. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (28) +1 E_B

3. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (10) +1 E_P

4. **Max 1/0/0**

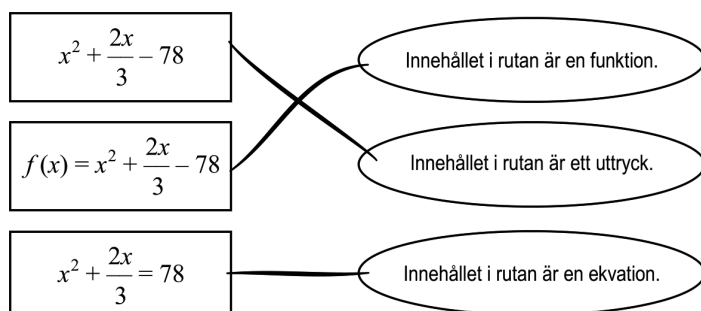
Korrekt svar ($y^2 + 36$) +1 E_P

5. **Max 1/0/0**

Korrekt svar ($x_1 = 0, x_2 = 5$) +1 E_P

6. **Max 1/0/0**

Korrekt svar +1 E_B



- 7.** **Max 1/1/0**
- a) Korrekt svar (14) +1 E_{PL}
- b) Korrekt svar ($3n + 2$) +1 C_{PL}
- Kommentar:* Även uttrycket $5 + 3(n - 1)$ bedöms som ett korrekt svar.
-
- 8.** **Max 0/1/0**
- Korrekt svar (Alternativ B: $(40 - x)(40 + x)$ och E: $40^2 - x^2$) +1 C_P
-
- 9.** **Max 2/0/0**
- a) Godtagbart svar i intervallet $5,4 - 5,9$ +1 E_B
- b) Godtagbart svar i intervallet $1,4 \leq x \leq 1,8$ +1 E_{PL}
-
- 10.** **Max 1/0/1**
- a) Korrekt svar ($x_1 = 0$, $x_2 = 14$) +1 E_B
- b) Korrekt svar (t.ex. "Då x är mindre än 0 och då x är större än 14.") +1 A_B

Delprov C

- 11.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 1$, $x_2 = 11$) +1 E_P
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 
-
- 12.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 E_P
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 4$, $y = 5$) +1 E_P

13.

Max 1/0/0

Godtagbart enkelt resonemang (t.ex. ” $x = -2$ är också en lösning eftersom $-2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2 = 16$ ”)

+1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



14.

Max 1/1/0

a) Godtagbar lösning med korrekt svar (2 m)

+1 E_M

b) Godtagbar lösning med korrekt svar (1 m)

+1 C_M

15.

Max 0/2/0

Godtagbar ansats, tecknar ekvationen $(-3)^2 - 2a \cdot (-3) + 3 = 0$

+1 C_B

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a = -2$)

+1 C_P

16.

Max 0/3/0

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer skärningspunkten mellan linjen och x-axeln, (60, 0)

+1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (90 a.e.)

+1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4

+1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



17.

Max 0/1/1

Godtagbar ansats, t.ex. skriver om ekvationen till $4 \cdot 9^{\frac{x}{3}} = 12$

+1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = \frac{3}{2}$)

+1 A_P

18.

Max 0/0/2

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp likheten som ska visas i en variabel, t.ex. $(x+1)^2 - x^2 = x+1+x$

+1 A_B

med ett i övrigt välgrundat och nyanserat resonemang som visar att påståendet gäller

+1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



19.

Max 0/0/2

Godtagbar ansats, bestämmer riktningskoefficienten, $k = 3$
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = 3x + 5$)

+1 A_{PL}

+1 A_{PL}

Delprov D

20.

Max 2/0/0

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer riktningskoefficienten, $k = 3$
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = 3x - 1$)

+1 E_P

+1 E_P

21.

Max 1/0/0

Godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 9,41$)

+1 E_P

22.

Max 2/0/0

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer riktningskoefficienten, $k = 0,5$
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (51)

+1 E_{PL}

+1 E_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



23.

Max 0/3/0

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (33 appar från
prisklass A och 14 appar från prisklass B)

+1 C_M

+1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4

+1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



24. Max 1/2/0

- a) Korrekt svar ($y = x - 30$) +1 E_M
- b) Godtagbart svar (t.ex. ”från 155 till 200 cm”) +1 C_B
- c) Godtagbart välgrundat resonemang (t.ex. ”Definitionsmängden motsvarar kroppslängder som affären har stavar till.”) +1 C_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

**25. Max 0/3/0**

- Godtagbar ansats, t.ex. visar att den totala förändringsfaktorn för fonden är 1,5 +1 C_M
- med godtagbar fortsättning, t.ex. gör någon relevant avläsning av antal år för någon av graferna då $y = 1,5$ +1 C_M
- med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. ”Det tar 8 till 14 år innan pengarna är värda 60 000 kronor.”) +1 C_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

**26. Max 0/1/2**

- Godtagbar ansats, t.ex. godtagbart resonemang som leder till slutsatsen att linjerna kan skära varandra om $a > 1$ +1 C_R
- med i övrigt godtagbart resonemang med godtagbart svar ($1 < a < 2$) +1 A_R
- Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Kommentar: Ett resonemang som baseras på att x -axeln ingår i första kvadranten godtas. Därmed godtas även intervallet $1 < a \leq 2$

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



27.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, visar insikt om att kvadratens hörn på kurvan har lika stort värde på x - och y -koordinaten genom att teckna ekvationen

$$19,25 + 3x - x^2 = x$$

+1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (5,5 l.e.)

+1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4

+1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



28.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, t.ex. ansätter lämpliga beteckningar och ställer upp ett uttryck för betongåtgången i en variabel

+1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (43 cm)

+1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4

+1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



Bedömda elevlösningar

Uppgift 11

Elevlösning 1 (0 poäng)

$$x^2 - 12x + 11 = 0$$

$$x = -6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 11}$$

$$x = -6 \pm \sqrt{36 - 11}$$

$$x = -6 \pm 5$$

$x_1 = -1$
 $x_2 = -11$

Svar $x_1 = -1$
 $x_2 = -11$

Kommentar: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragrads-ekvationen och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

Uppgift 13

Elevlösning 1 (0 poäng)

-2 eftersom $-2^2 = 4$ och $-2^2 = 4$
 så blir det samma svar på grund
 av att -gänger - blir plus

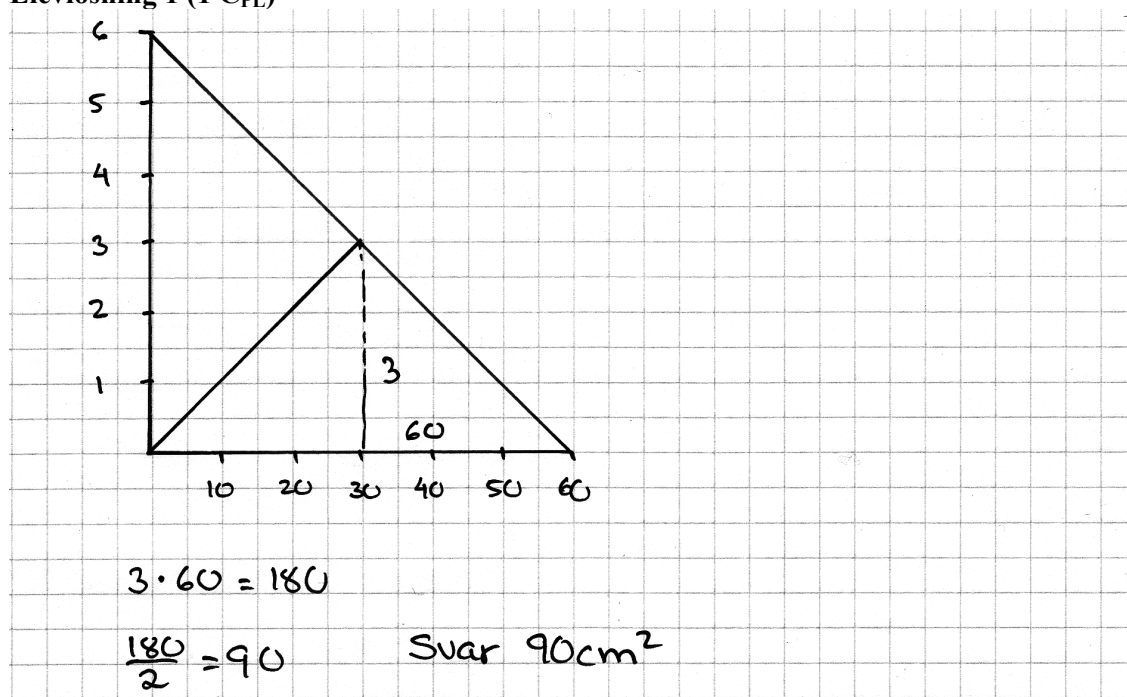
Kommentar: Elevlösningen visar ett ofullständigt resonemang där slutsatsen $(-2)^4 = 16$ saknas och uppfyller därmed inte kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 ER)

$(-2)^4 = 16$ jämnt antal minus blir plus
 Svar -2 är också en lösning

Kommentar: Elevlösningen visar att multiplikation av ett jämnt antal negativa tal ger en positiv produkt vilket medför att även (-2) är en lösning till ekvationen. Lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 16

Elevlösning 1 (1 C_{PL})

Kommentar: I lösningen visas ett koordinatsystem där både beteckningar och förklarande text saknas. Detta anses tillräckligt för att motsvara en godtagbar ansats men lösningen anses alltför knapphändig för att bedömas som en godtagbar lösning. Sammantaget ges lösningen en problemlösningspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_{PL})

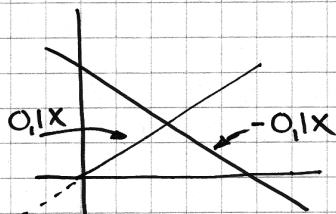
$$\begin{aligned}
 0 &= -0,1x + 6 & \text{Triangelns baslinje} &= 60 \\
 0,1x &= 6 & \text{Det andra benets } k\text{-värde är } 0,1 \\
 x &= \frac{6}{0,1} = 60 & y &= -0,1x + 6 \quad (1) \\
 & & y &= 0,1x \quad (2) \\
 & & 2y &= 6 \\
 & & y &= 3 \\
 \frac{3 \cdot 60}{2} &= 90 & \text{Svar Triangelns area är } 90xy
 \end{aligned}$$

Kommentar: I lösningen görs en korrekt beräkning av triangelns bas och höjd. Gällande kommunikation saknas bland annat förklaring om varför "Det andra benets k -värde är $0,1$ " och varför ekvationssystemet ger triangelns höjd. I svaret anges triangelns area felaktigt som $90xy$. Sammantaget ges lösningen två problemlösningspoäng på C-nivå.

Elevlösning 3 (2 C_{PL} och 1 C_K)

$$\text{Area för triangeln} = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$\text{Rät linje } y = -0,1x + 6$$



Man får fram
lutningen $k = 0,1$
för triangeln på
motsatta sidan då
man drar en linje till
 $y = 0,1x + 0$ blir ekvationen

$$y = -0,1x + 6$$

$$y = 0,1x + 0$$

Substitutionsmetoden ger

$$0,1x = -0,1x + 6$$

$$0,2x = 6$$

$$x = \frac{6}{0,2} = \frac{60}{2} = 30$$

Jag gör substitutionsmetoden för att se var
linjerna korsar varandra och får då fram
punkt y (höjd) och punkt x (halva basen)

$$x = 30 \quad y = -0,1 \cdot 30 + 6$$

$$y = -3 + 6 = 3, \quad \text{höjd} = 3$$

$$\text{Basen blir } 2 \cdot 30 = 60$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{60 \cdot 3}{2} = 90 \quad \underline{\text{Arean} = 90}$$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå trots att motivering till den motsatta sidans lutning saknas och att svaret saknar enhet. Sammantaget ges lösningen två problemlösnings- och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 18

Elevlösning 1 (0 poäng)

$$x - y = 1$$

$$x^2 - y^2 = x + y$$

$$x = 5 \quad y = 4 \quad \leftarrow \text{Testar nu}$$

$$5 - 4 = 1 \quad \text{differensen mellan två tal} = 1$$

$$5^2 - 4^2 = 5 + 4$$

$$25 - 16 = 9$$

$$9 = 9 \quad = \text{stämmer.}$$

Kommentar: Elevlösningen visar att påståendet stämmer för ett specialfall. Detta anses inte vara tillräckligt för att motsvara en godtagbar ansats.

Uppgift 22

Elevlösning 1 (2 E_{PL})

2 x-steg blir 1 y-steg

1 x-steg blir 0,5 y-steg

98 x-steg blir $0,5 \cdot 98 = 49$ steg

$$2 + 49 = 51$$

Svar $y = 51$

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang som bygger på lutningen av den räta linje som går genom punkterna. På rad fyra bestäms den efterfrågade y-koordinaten utan förklaring. Därmed anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för två problemlösningspoäng på E-nivå.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (1 C_M)

$$7x + 22y = 539$$

$$B - A = 15$$

$$x + y = 47$$

Svar han köpte 33 st A och 14 st B

$$7 \cdot 33 = 231$$

$$22 \cdot 14 = 308$$

$$231 + 308 = 539$$

Kommentar: Elevlösningen visar två korrekta villkor för antalet köpta appar. Detta anses nätt och jämnt vara tillräckligt för en godtagbar ansats. Redovisning för beräkning av antalet appar saknas och därmed anses inte lösningen vara godtagbar. Sammantaget ges lösningen en modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_M)

$$7x + 22y = 539$$

$$x + y = 47$$

$$y = 47 - x$$

$$7x + 22(47 - x) = 539$$

$$7x + 1034 - 22x = 539$$

$$-1034 \quad -1034$$

$$7x - 22x = -495$$

$$\frac{-15x}{-15x} = \frac{-495}{-15}$$

$$y = 47 - 33$$

$$y = 14$$

$$33 \cdot 7 = 231$$

$$14 \cdot 22 = 308$$

$$231 + 308 = 539$$

Svar	33 A
	14 B

$$x = 33$$

$$y = 14$$

Kommentar: Elevlösningen visar ett godtagbart ekvationssystem och en redovisad beräkning av antalet appar. Gällande kommunikation saknas definition av variabler och svaret anses vara otydligt då det inte framgår vad som beräknats. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösning 3 (2 C_M och 1 C_K)

A: ant appar 7kr
B: ant appar 22kr

$$\begin{cases} A+B=47 & \textcircled{1} \\ 7A+22B=539 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad A+B-B=47-B$$

$$A=47-B$$

stoppar in det i den andra ekvationen

Test

$$A+14=47$$

$$A+14-14=47-14$$

$$A=33$$

$$\textcircled{2} \quad 7(47-B)+22B=539$$

$$329-7B+22B=539$$

$$329+15B-329=539-329$$

$$\frac{15B}{15} = \frac{210}{15}$$

$$B=14$$

Svar $A=33$
 $B=14$

Levi köpte alltså 33 appar ifrån prisklass A och 14 appar ifrån prisklass B

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå med tydligt definierade variabler. Sammantaget ges lösningen två modellerings- och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 24c

Elevlösning 1 (1 C_R)

Definitionsmängden visar hur lång personen är.

Alltså vilken längd personen som köper stavarna är.

Kommentar: Elevlösningen ger en nätt och jämnt godtagbar förklaring över definitionsmängden. Lösningen ges en resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 25

Elevlösning 1 (2 C_M)

Från 40 000 till 60 000 $\frac{20\,000}{40\,000} = 0,5$

Öka med 50% $\Rightarrow$ Förändringsf. 1,5

Läser i grafen $y = 1,5$ $\begin{cases} 5\% \text{ blir } 8 \text{ år} \\ 3\% \text{ blir } 14 \text{ år} \end{cases}$

Svar Hon måste vänta i 8 år eller 14 år

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar beräkning av förändringsfaktorn. Ur grafen avläses två korrekta år för förändringsfaktorn 1,5. Slutsatsen "Hon måste vänta i 8 år eller i 14 år" anses inte godtagbar då svaret ska innehålla ett intervall. Därmed uppfylls inte kraven för den tredje modelleringspoängen på C-nivå. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 26

Elevlösning 1 (1 C_R och 1 A_R)

$$y = ax - 2$$

$$y = x - 1$$

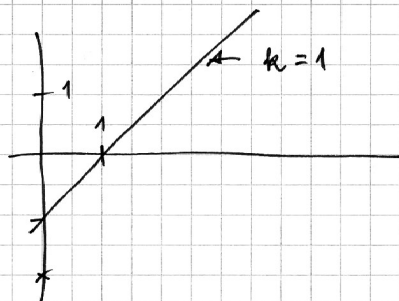
a kan inte vara 1, då blir linjerna parallella
Ingen skärning

För att linjen ska skära $y = x - 1$ så måste linjen vara brantare.

a måste vara större än 1.

Gränsen går om linjen går genom $x = 1$
och då är lutning $a = 2$

a kan alltså variera mellan 1 och 2.



Kommentar: Lösningen innehåller ett godtagbart resonemang som leder till en godtagbar slutsats för båda gränserna. Gällande kommunikation så anses förklaringen av intervallgränsen $a < 2$ bristfällig och ordet "brantare" används utan förklaring. Beträffande matematiska symboler används inte olikhetstecken. Lösningen bedöms därmed inte uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen en resonemangspoäng på C-nivå och en resonemangspoäng på A-nivå.

Uppgift 27

Elevlösning 1 (0 poäng)

$$0 = 19,25 + 3x - x^2$$

$$0 = \frac{-x^2 + 3x + 19,25}{-1}$$

$$0 = x^2 - 3x - 19,25$$

$$x = \frac{3}{2} \pm \sqrt{1,5^2 + 19,25}$$

$$x = 1,5 \pm 4,64$$

$$\begin{cases} x_1 = 6,14 \\ x_2 = -3,14 \end{cases} \leftarrow \text{Nollställena}$$

Symmetrilinjen $x = 1,5$

Sidan som ligger på x-axeln måste alltså vara från $x=0$ till strax innan 6,14

Prövning

- 1) Sätter in punkten (6,6) och ser om den ligger på linjen

$$6 = 19,25 + 3 \cdot 6 - 6^2$$

$$6 = 1,25$$

- 2) Sätter in (5,5)

$$5 = 19,25 + 3 \cdot 5,5 - 5,5^2$$

$$5 = 9,25$$

(6,6) för litet (5,5) för stort

- 3) Sätter in (5,5, 5,5)

$$5,5 = 19,25 + 3 \cdot 5,5 - 5,5^2$$

$$5,5 = 5,5$$

Den ligger på linjen och kan då vara punkten där kvadraten har sitt hörn. I så fall är kvadratens sida 5,5 enheter

Svar 5,5 enheter (5,5x/5,5y)

Kommentar: Elevlösningen visar hur kvadratens sidor bestäms med prövning. Detta anses inte vara en godtagbar metod.

Elevlösning 2 (2 A_{PL})

$$x = 19,25 + 3x - x^2$$

$$x^2 - 2x - 19,25 = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{1^2 + 19,25}$$

$$x = 1 \pm \sqrt{20,25}$$

$$x = 1 \pm 4,5$$

$$x_1 = 5,5 \quad x_2 = -3,5$$

5,5 ersätter x

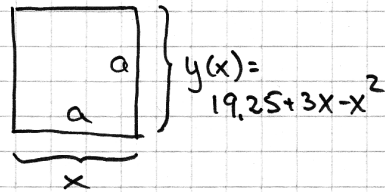
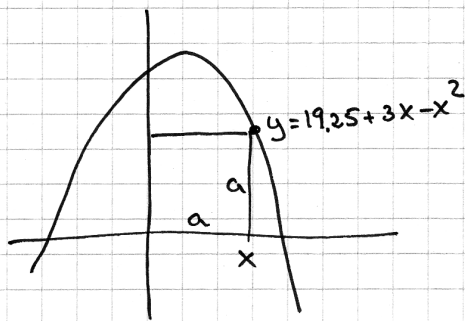
$$y = 19,25 + 3x - x^2$$

$$y = 19,25 + 3 \cdot 5,5 - 5,5^2$$

$$y = 5,5$$

Svar Kvadratens sida är 5,5

Kommentar: Elevlösningen visar en bestämning av kvadratens sida. Trots att förklaringar saknas anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för den andra problemlösningspoängen på A-nivå.

Elevlösning 3 (2 A_{PL} och 1 A_K)

$$19,25 + 3x - x^2 = x$$

$$\frac{19,25 + 2x - x^2}{-1} = \frac{0}{-1}$$

$$x^2 - 2x - 19,25 = 0$$

CALC zero på grafräknaren

$$x_1 = 5,5 \quad x_2 = \text{negativ}$$

Svar Kvadratens sida blir 5,5 enheter

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation är förklaringen till varför kvadratens sidor kan betecknas med x respektive funktionsvärdet $y(x)$ otydlig men tillsammans med figuren anses lösningen ändå lätt att följa och förstå. Därmed uppfylls kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 28

Elevlösning 1 (2 A_M)

$$12500 = x \cdot x \cdot 4 + (8 \cdot x \cdot 4) \cdot 2 + ((x-8) \cdot 8 \cdot 4) \cdot 2$$

$$12500 = 4x^2 + 64x + 64x - 512$$

$$12500 = 4x^2 + 128x - 512$$

$$13012 = 4x^2 + 128x$$

$$4x^2 + 128x - 13012 = 0$$

$$x^2 + 32x - 3253 = 0$$

$$x = -16 \pm \sqrt{16^2 + 3253}$$

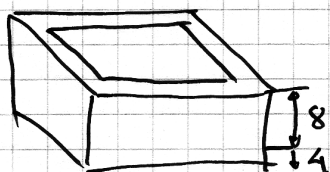
$$x = -16 \pm 59,24$$

$$x = 43,2$$

Svar 43 cm

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation saknas definition av variabeln i ekvation samt förklaring över hur ekvationen uppkommit. Därmed uppfylls inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget bedöms lösningen ge två modelleringspoäng på A-nivå.

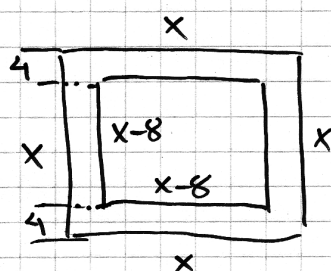
Elevlösning 2 (2 A_M och 1 A_K)



$$8+4=12$$

Fågelbadets volym: $x \cdot x \cdot 12 = 12x^2$

Volymen på hålet



$$V = (x-8)(x-8) \cdot 8$$

$$V = (x^2 - 8x - 8x + 64) \cdot 8$$

$$V = 8x^2 - 128x + 512$$

Volymen på betongen blir
fågelbadet minus hålet

$$12x^2 - (8x^2 - 128x + 512)$$

$$4x^2 + 128x - 512$$

$$4x^2 + 128x - 512 = 12500$$

$$4x^2 + 128x - 13012 = 0 \quad \text{Calc, Zero på grafräknaren}$$

$$x_1 = 43,2$$

$x_2 = \text{neg}$ (Det syns på räknaren o en sträcka kan inte vara minus)

Svar Maxlängden blir 43,2 cm

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation finns en tydlig figur med definierad variabel och lösningen är lätt att följa och förstå. Sammantaget ges lösningen därmed samtliga poäng på A-nivå.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

Betyget E

Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena i **bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem av **enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem av **komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I **problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja, tillämpa och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 2a

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Taluppfattning, aritmetik och algebra

- T1** Metoder för beräkningar vid budgetering.
- T2** Metoder för beräkningar med potenser med rationella exponenter.
- T3** Strategier för att formulera algebraiska uttryck, formler och ekvationer kopplat till konkreta situationer och karaktärsämnen.
- T4** Hantering av kvadrerings- och konjugatregeln i samband med ekvationslösning.
- T5** Räta linjens ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.
- T6** Användning av linjära ekvationssystem i problemlösningssituationer.
- T7** Algebraiska och grafiska metoder för att lösa potens- och andragradsekvationer samt linjära ekvationssystem.
- T8** Lösning av exponentialekvationer genom prövning och grafiska metoder.

Geometri

- G1** Fördjupning av geometriska begrepp valda utifrån karaktärsämnenas behov, till exempel sinus, cosinus, tangens, vektorer och symmetrier.
- G2** Matematisk argumentation med hjälp av grundläggande logik inklusive implikation och ekvivalens samt jämförelser med hur man argumenterar i vardagliga och yrkesmässiga sammanhang.

Samband och förändring

- F1** Begreppet funktion, definitions- och värdemängd. Tillämpningar av och egenskaper hos linjära funktioner samt potens-, andragrads- och exponentialfunktioner.
- F2** Representationer av funktioner, till exempel i form av ord, gestaltning, funktionsuttryck, tabeller och grafer.
- F3** Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, utan och med digitala verktyg.
- F4** Skillnader mellan begreppen ekvation, algebraiskt uttryck och funktion.

Problemlösning

- P1** Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
- P2** Hur matematiken kan användas som verktyg i behandlingen av omfångsrika problemsituationer i karaktärsämnen. Matematikens möjligheter och begränsningar i dessa situationer.
- P3** Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
- P4** Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.