

Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning	3
Bedömningsanvisningar	3
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga	4
Provsammanställning – Kunskapskrav	5
Provsammanställning – Centralt innehåll	6
Kravgränser	7
Resultatsammanställning	7
Bedömningsformulär	8
Bedömningsanvisningar	9
Delprov B	9
Delprov C	10
Delprov D	12
Bedömda elevlösningar	15
Uppgift 11a	15
Uppgift 13	15
Uppgift 17	16
Uppgift 18	17
Uppgift 19	18
Uppgift 20b	19
Uppgift 21	19
Uppgift 22	20
Uppgift 23	22
Uppgift 24	23
Ur ämnesplanen för matematik	25
Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c	26
Centralt innehåll Matematik kurs 2a	27

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. De delar i styrdokumentet som är knutna till karaktärsämnet kommer inte att behandlas i detta prov då provet är gemensamt för alla yrkesprogram.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som provas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en "problemlösningspoäng på E-nivå" respektive en "resonemangspoäng på A-nivå".

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långvarsuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet "med" inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ...
1 E_R	1 E_R och 1 C_R	1 E_R , 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för provbetyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande lista kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=, \neq, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \sqrt{}, \sqrt[n]{}, f(x), x, y, \frac{\Delta y}{\Delta x}, (), \%, \{, \Rightarrow, \Leftarrow, \Leftrightarrow, \text{VL, HL}$
Termer	t.ex. x-led, y-led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, definitions-/värdemängd, reell lösning, ekvationssystem, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragsgradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, potensfunktion, implikationspil, ekvivalens, algebra, uttryck, ekvation, formel, rationell exponent, rätvinklig, liksidig, likbent
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2a i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 10_1 och 10_2 den första respektive andra poängen i uppgift 10.

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1a	1											
	1b	1											
	2			1									
	3a		1										
	3b	1											
	3c			1									
	4						1						
	5a		1										
	5b						1						
	5c									1			
	6					1							
	7a					1							
	7b						1						
	8					1							
	9a		1										
	9b						1						
	9c									1			
C	10_1		1										
	10_2		1										
	11a_1		1										
	11a_2		1										
	11b_1						1						
	11b_2						1						
	12_1			1									
	12_2			1									
	13_1								1				
	13_2								1				
	14_1											1	
	14_2											1	
	15a									1			
	15b									1			

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	16a			1									
	16b_1			1									
	16b_2			1									
	17				1								
	18_1				1								
	18_2				1								
	19_1			1									
	19_2			1									
	19_3									1			
	20a							1					
	20b							1					
	21_1							1					
	21_2							1					
	21_3									1			
	22_1							1					
	22_2							1					
	23_1											1	
	23_2											1	
	23_3												1
	24_1											1	
	24_2											1	
	24_3											1	
	24_4												1
	Total	3	7	9	3	3	6	6	4	2	2	5	4
	Σ	54	22				19				13		

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2a i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

Del- prov	Uppg.	Nivå		Centralt innehåll Kurs Ma2a																			
				Taluppfattning, aritmetik och algebra								Geometri		Samband och förändring				Problem- lösning					
		E	C	A	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	G1	G2	F1	F2	F3	F4	P1	P2	P3	P4	
B	1a	1	0	0														X					
	1b	1	0	0												X							
	2	1	0	0					X														
	3a	1	0	0					X														
	3b	1	0	0					X		X												
	3c	1	0	0					X	X									X				
	4	0	1	0				X															
	5a	1	0	0		X																	
	5b	0	1	0		X						X											
	5c	0	0	1								X											
	6	0	1	0		X																	
	7a	0	1	0								X			X		X						
	7b	0	1	0											X	X							
	8	0	1	0											X		X						
	9a	1	0	0				X															
	9b	0	1	0				X															
	9c	0	0	1				X															
C	10	2	0	0					X														
	11a	2	0	0							X												
	11b	0	2	0				X			X												
	12	2	0	0					X										X				
	13	0	2	0				X															
	14	0	0	2					X						X								
	15a	0	0	1											X								
	15b	0	0	1							X						X						
D	16a	1	0	0							X												
	16b	2	0	0							X												
	17	1	0	0											X		X						
	18	2	0	0										X									
	19	2	1	0							X								X				
	20a	0	1	0											X								
	20b	0	1	0											X								
	21	0	3	0			X			X	X								X				
	22	0	2	0			X		X						X		X		X		X		
	23	0	0	3			X				X								X	X	X		
	24	0	0	4							X				X		X		X		X		
	Total		22	19	13																		

Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 54 poäng varav 22 E-, 19 C- och 13 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget

E: 14 poäng

D: 23 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 30 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå

B: 38 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 45 poäng varav 8 poäng på A-nivå

Bedömningsformulär

Elev: _____ Klass: _____ Provbetyg: _____

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1a												
	1b												
	2												
	3a												
	3b												
	3c												
	4												
	5a												
	5b												
	5c												
	6												
	7a												
	7b												
	8												
	9a												
	9b												
	9c												
C	10_1												
	10_2												
	11a_1												
	11a_2												
	11b_1												
	11b_2												
	12_1												
	12_2												
	13_1												
	13_2												
	14_1												
	14_2												
	15a												
	15b												

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	16a												
	16b_1												
	16b_2												
	17												
	18_1												
	18_2												
	19_1												
	19_2												
	19_3												
	20a												
	20b												
	21_1												
	21_2												
	21_3												
	22_1												
	22_2												
	23_1												
	23_2												
	23_3												
	24_1												
	24_2												
	24_3												
	24_4												
	Total												
	Σ												

	Total	3	7	9	3	3	6	6	4	2	2	5	4
Σ	54	22				19				13			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

- | | |
|---|--------------------|
| 1. | Max 2/0/0 |
| a) Godtagbart svar ($x_1 = -1$ och $x_2 = 3$) | +1 E _B |
| <i>Kommentar:</i> Svar som innehåller både x - och y -koordinater, t.ex. $(-1, 0)$ och $(3, 0)$, ges noll poäng. | |
| b) Godtagbart svar ($x = 1$) | +1 E _B |
| 2. | Max 1/0/0 |
| Korrekt svar ($y = 10x + 200$) | +1 E _M |
| 3. | Max 3/0/0 |
| a) Godtagbart svar ($y = 2x + 1$) | +1 E _P |
| b) Godtagbart svar ($x = 3$ och $y = 7$) | +1 E _B |
| c) Godtagbart svar (t.ex. $y = 3x - 2$) | +1 E _{PL} |
| 4. | Max 0/1/0 |
| Korrekt svar (200) | +1 C _P |
| 5. | Max 1/1/1 |
| a) Korrekt svar ($x = 16$) | +1 E _P |
| b) Korrekt svar ($x = -1$) | +1 C _P |
| c) Korrekt svar ($x = 33$) | +1 A _P |

6. **Max 0/1/0**
 Korrekt svar (Alternativ C: $8^{\frac{2}{3}}$ och E: $4 \cdot 8^0$) +1 C_B

7. **Max 0/2/0**

a) Godtagbart svar (0,63) +1 C_B

Kommentar: Ett svar i intervallet $0,6 \leq a \leq 0,7$ anses godtagbart.

b) Godtagbart svar ($y = 3^x$) +1 C_P

Kommentar: Även svaret 3^x anses godtagbart.

8. **Max 0/1/0**

Korrekt svar ($x = 0$) +1 C_B

9. **Max 1/1/1**

a) Korrekt svar ($x^2 + 25$) +1 E_P

b) Korrekt svar ($45 - 6x$) +1 C_P

c) Korrekt svar (x^2) +1 A_P

Delprov C

10. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. beräknar linjens lutning korrekt, $k = 0,5$ +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = 0,5x + 9$) +1 E_P

11. **Max 2/2/0**

a) Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = -6, x_2 = 2$) +1 E_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



b) Godtagbar ansats, t.ex. korrekt omskrivning till $x^2 - 10x + 24 = 0$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 4, x_2 = 6$) +1 C_P

12. Max 2/0/0

Godtagbar ansats, t.ex. skriver om linjen på formen $y = -2x - 3$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. $y = -2x + 3$) +1 E_{PL}

13. Max 0/2/0

Godtagbar ansats, påbörjar ett godtagbart välgrundat resonemang genom att teckna ett korrekt algebraiskt uttryck t.ex. $x^2 - (x - 1)(x + 1)$ +1 C_R

med fortsatt godtagbart välgrundat resonemang som leder till korrekt slutsats +1 C_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

**14. Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, påbörjar ett godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang genom att t.ex. teckna likheten $x^2 + 4 = kx + 2$ +1 A_R

med fortsatt godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som leder till korrekt slutsats ("För att linjen ska skära andragradaren måste k vara mindre än $-\sqrt{8}$ eller större än $\sqrt{8}$ ") +1 A_R

15. Max 0/0/2

a) Godtagbart svar (t.ex. "y är större än eller lika med noll") +1 A_B

b) Godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 5$) +1 A_B

Delprov D

16. **Max 3/0/0**

- | | |
|---|-------------------|
| a) Godtagbart svar ("x motsvarar antalet lägenheter med 2 rum") | +1 E _M |
| b) Godtagbar ansats, bestämmer korrekt minst en av variablerna x eller y | +1 E _M |
| med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (30 lägenheter med 2 rum och 10 lägenheter med 3 rum) | +1 E _M |

17. **Max 1/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang som leder till slutsatsen att Q är en minimipunkt	+1 E _R
--	-------------------

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



18. **Max 2/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang som leder till att minst ett av de två fallen är godtagbart motiverat	+1 E _R
med fortsatt godtagbart enkelt resonemang som leder till att båda fall är godtagbart motiverade	+1 E _R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



19. **Max 2/1/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $x(x + 10) = 80$	+1 E _{PL}
med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (5,2 cm och 15,2 cm)	+1 E _{PL}
Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4	+1 C _K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



20.**Max 0/2/0**

- a) Godtagbar motivering till varför Valerias modell stämmer bäst överens med verkligheten (t.ex. "Valerias modell är bäst för de andra två går under 20 °C")
- b) Godtagbar förklaring där det framgår att det är differensen mellan kaffets temperatur enligt Valerias modell och kaffets temperatur enligt Stinas modell efter 30 minuter som avses

+1 C_M+1 C_M*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***21.****Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett korrekt ekvationssystem

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (3,2 och 47,8)

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4

+1 C_{PL}+1 C_{PL}+1 C_K*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***22.****Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer det linjära sambandet $y = 5,9x + 160$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån sambandet (t.ex. 201 cm)

+1 C_M+1 C_M*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***23.****Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar en ekvation för att beräkna r ,

$$\pi \cdot 190^2 - \pi(r + 10)^2 = \pi r^2$$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (129,3 mm)

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4

+1 A_{PL}+1 A_{PL}+1 A_K*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*

24.

Max 0/0/4

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer minimipunktens och båda nollställenas koordinater i ett definierat koordinatsystem

+1 A_M

med godtagbar fortsättning, beräknar korrekt x -koordinat för kurvornas tangeringspunkt utifrån det definierade koordinatsystemet, t.ex. $x = 128,0$

+1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (4,7 meter)

+1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4

+1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



Bedömda elevlösningar**Uppgift 11a****Elevlösning 1 (0 poäng)**

$$\begin{aligned}
 x^2 + 4x - 12 &= 0 \\
 x &= 2 \pm \sqrt{2^2 + 12} \\
 x &= 2 \pm 4 \\
 \underline{x_1 = -2} \quad \underline{x_2 = 6}
 \end{aligned}$$

Kommentar: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andrags-ekvationen och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

Uppgift 13**Elevlösning 1 (2 CR)**

$$(n \cdot n) - ((n-1)(n+1)) = n^2 - (n^2 - 1) = 1$$

Kommentar: Elevlösningen visar ett korrekt tecknat uttryck med korrekt förenkling. n är inte definierad och tydlig slutsats saknas. Trots dessa brister ges lösningen nätt och jämnt två resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 CR)

$$\begin{aligned}
 &\text{Vi sätter } 123456789 \text{ som } x \\
 &\text{då får vi: } x \cdot x - (x-1)(x+1) \neq 0 \\
 &x^2 \neq x^2 - 1 \\
 &(x-1)(x+1) \text{ blir därför alltid} \\
 &\uparrow \text{ mindre än } x^2
 \end{aligned}$$

Kommentar: Elevlösningen visar ett korrekt tecknat uttryck. Uttrycket påstås vara skilt från noll redan före $x^2 \neq x^2 - 1$ utan att detta motiveras. Trots att motiveringen är bristfällig bedöms lösningen nätt och jämnt uppfylla kravet för den andra resonemangspoängen på C-nivå.

Uppgift 17

Elevlösning 1 (0 poäng)

Svar: Om grafens maximi- eller minimipunkt är -1 har grafen en minimipunkt då grafen är negativ. Grafen har en minimipunkt

Kommentar: Elevlösningen visar ett felaktigt resonemang och ges noll poäng.

Elevlösning 2 (1 ER)

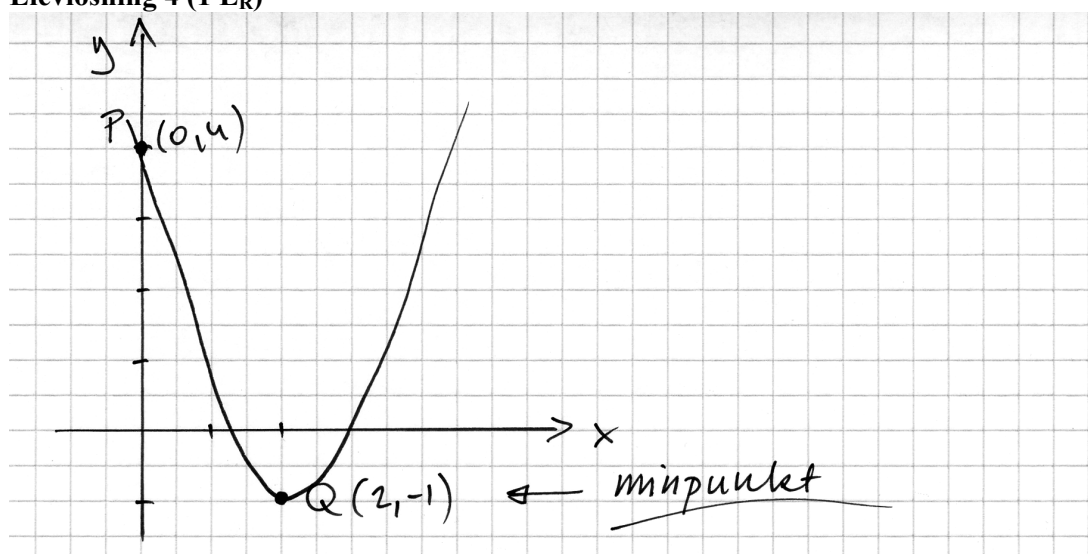
Minimipunkt eftersom om det vore en maximi-punkt så hade grafen aldrig kommit över origo. Och punkten P ligger över origo.

Elevlösning 3 (1 ER)

Eftersom att extrempunkterna har ett ^{y-värde} lägre värde än den punkten som det står att den går igenom så blir det den extrempunkten det lägsta värdet, alltså en minimipunkt.

Kommentar: Elevlösning 2 och 3 visar ett enkelt resonemang som anses vara godtagbart.

Elevlösning 4 (1 ER)



Kommentar: Elevlösningen visar en graf som motiverar att extrempunkten är en minimipunkt. Detta anses motsvara ett enkelt resonemang.

Uppgift 18

Elevlösning 1 (1 ER)

Svar: A stämmer för i triangeln så används pythagoras sats när det är en vinkelrät triangel

B stämmer ej, man kan bo var som helst i Sverige

Kommentar: Elevlösningen visar ett enkelt resonemang som är godtagbart för fall B. Fall A är felaktigt motiverat. Lösningen ges första resonemangspoängen på E-nivå.

Uppgift 19

Elevlösning 1 (2 E_{PL})

$$\text{Area} = x \cdot (x + 10) = 80 \text{ cm}^2$$

$$x^2 + 10x - 80 = 0$$

$$-\frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 80} = 5,246950766$$

$x + 10 = 15,2 \text{ cm}$ 80 cm^2	$x = 5,2 \text{ cm}$
---	----------------------

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar lösning med korrekt svar. Gällande kommunikation anses variabeln x vara otillräckligt definierad, det saknas $x =$ i lösningsformeln på tredje raden och likhetstecknet används felaktigt i slutet av samma rad. Det är otydligt om rektangeln på sista raden verkligen är en förklarande figur. Dessa brister gör att lösningen inte anses uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 E_{PL} och 1 C_K)

$$\text{Sidan} = x$$

$$x(x + 10) = 80$$

$$x = -5 \pm \sqrt{(-5)^2 + 80}$$

$$x = -5 \pm \sqrt{105}$$

$$x_1 = 5,2 \quad (x_2 = -15,2) \quad \underline{\text{SVAR:}} \quad 5,2 \text{ cm och } 15,2 \text{ cm}$$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt lösning. Gällande kommunikation innehåller lösningen några brister. T.ex. definieras variabeln x genom "Sidan = x " vilket är otydligt då det inte framgår om det är rektangelns bredd eller längd som avses. Även en förklarande figur saknas och ett av rottecknen är inte tillräckligt långt. Lösningen är trots bristerna möjlig att följa och förstå och anses nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 20b

Elevlösning 1 (0 poäng)

det representerar $y = ^\circ\text{C}$ när det gått
30 min dvs temperaturen efter
30 minuter och $f(30) - g(30)$
ger då skillnaden i temperaturen

Kommentar: Elevlösningen visar på förståelse för att $f(30) - g(30)$ betyder en skillnad i temperatur men inte att det är en temperaturskillnad mellan de två modellerna. Förklaringen anses inte uppfylla kraven för modelleringspoängen på C-nivå.

Elevlösning 2 (1 C_M)

$$f(30) \approx 29^\circ\text{C}$$

$$g(30) \approx 20^\circ\text{C}$$

$$f(30) - g(30) = 29 - 20 = 9^\circ\text{C}$$

Svar: Det betyder att modellerna
skiljer 9°C i temp. efter 30 min.

Kommentar: Elevlösningen visar på förståelse för att det är en temperaturskillnad det handlar om. Frasen "modellerna skiljer 9°C i temp. efter 30 min." är något otydlig men anses nätt och jämnt uppfylla kraven för modelleringspoängen på C-nivå.

Uppgift 21

Elevlösning 1 (1 C_{PL})

$$x + y = 51$$

$$x \cdot y = 152,96$$

$$x^2 + y^2 = 7749,96$$

Kommentar: Elevlösningen visar ett korrekt tecknat ekvationssystem och uppfyller därmed kraven för första problemlösningspoängen på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_{PL})

$$x(51-x) = 152,96$$

$$0 = x^2 - 51x + 152,96$$

$$\text{Geogebra: } \{ x=3,2, \quad x=47,8 \}.$$

Svar: 3,2 och 47,8

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar lösning där digitala hjälpmedel har använts. Gällande kommunikation är lösningen bristfällig, eftersom variabeln är odefinierad och redovisningen hur det digitala hjälpmedlet har använts saknas. Dessa brister gör att lösningen inte anses uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Sammantaget ges lösningen två problemlösningspoäng på C-nivå.

Uppgift 22

Elevlösning 1 (1 C_M)

Från dag 0 till dag 2 ökar det
med 11,8 cm

Från dag 2 till dag 4 ökar det
med $183,6 - 171,8 = 11,8$ cm samma!

Till dag 8 blir det

$$183,6 + 2 \cdot 11,8 = 207,2$$

$$\text{dag 9: } 207,2 + 11,8/2 = 213,9$$

Svar: Den 9:e juli är blomman 213 cm.

Kommentar: Elevlösningen visar att ökningen är "samma" under de fyra första dygnet. Svaret är felaktigt på grund av fel antal dagar. Lösningen ges första modelleringspoängen på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_M)

På två dagar ökar det med 11,8 cm.

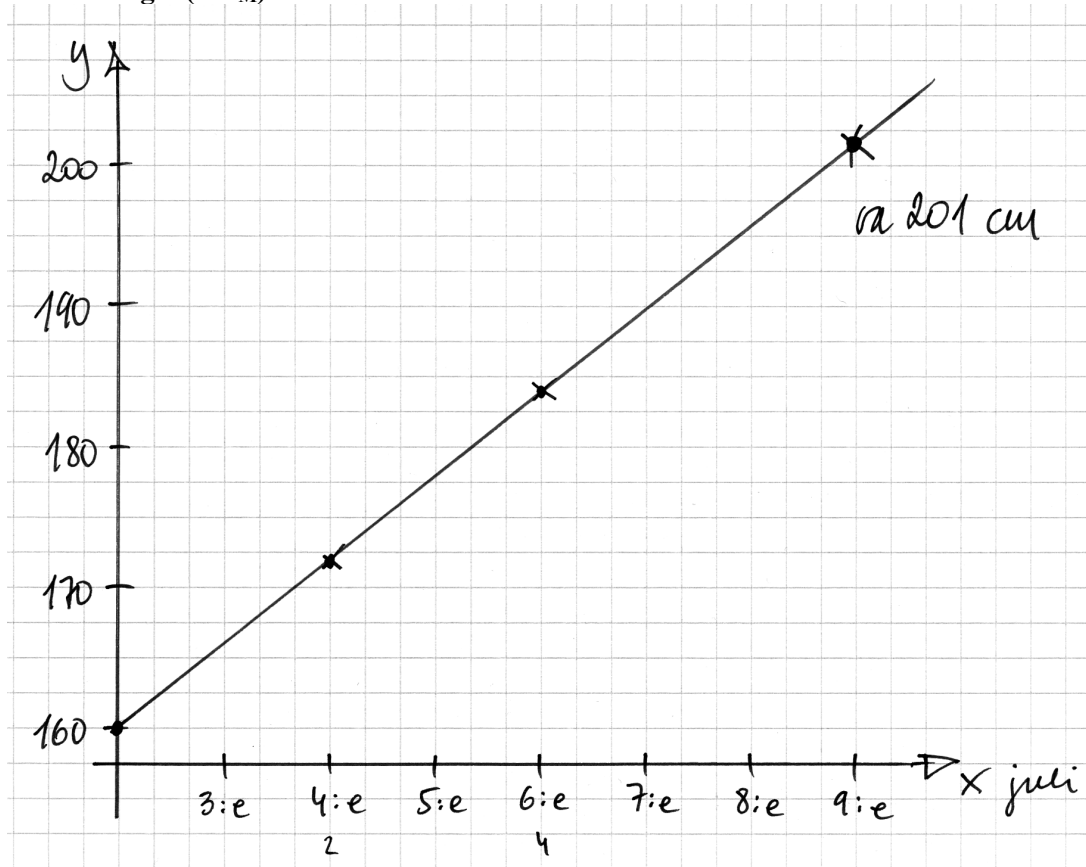
På en dag ökar det med 5,9 cm.

Det är 7 dagar från 2:a till 9:e

$$7 \cdot 5,9 + 160 = 201,3$$

Svar: Blommoran är drygt 2 meter.

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt beräkning av blomställningens höjd. Redovisningen är knapphändig i och med att vissa förklaringar och beräkningar saknas. Elevlösningen bedöms nått och jämnt uppfylla kraven för andra modelleringspoängen på C-nivå.

Elevlösning 3 (2 C_M)

Kommentar: Elevlösningen visar en grafisk bestämning av blomställningens höjd. Koordinatsystemet innehåller vissa brister, t.ex. är y-axelns gradering felaktig mellan 0 och 160 och det är oklart vad beteckningarna x och y representerar. Elevlösningen bedöms nått och jämnt uppfylla kraven för andra modelleringspoängen på C-nivå.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (2 A_{PL})

$$400$$

$$R = 200 - 10$$

$$\pi r^2 = \pi(190^2 - \pi(r+10)^2)$$

$$r^2 = (190^2 - 100) - 20r - r^2$$

$$2r^2 = 36000 - 20r$$

$$r = -\frac{20}{4} \pm \sqrt{\left(-\frac{20}{4}\right)^2 + \frac{36000}{2}}$$

$$r = -5 \pm 134,3$$

$$r = 129,3 \quad r = -\dots$$

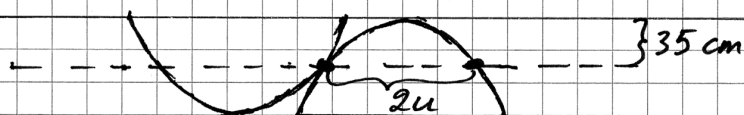
$$\text{Svar: } 129,3 \text{ mm}$$

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar lösning med korrekt svar. Gällande kommunikation är lösningen inte lätt att följa och förstå då det saknas förklarande figurer och vissa mellanled vid beräkningar. Förklaringar till $R = 200 - 10$ på andra raden saknas också. Därmed uppfylls inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen två problemlösningspoäng på A-nivå.

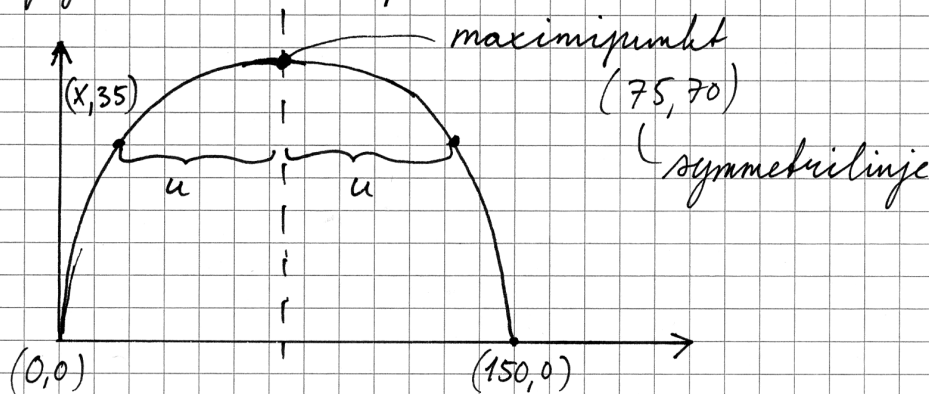
Uppgift 24

Elevlösning 1 (2 A_M och 1 A_K)

Tygget är 140 cm brett, två parablar får
 då plats. ($70 + 70 = 140$)
 Totalt: 8 parabelformade tygstycken.



Jag vill ta reda på avståndet $2u$



$$y = k(x - 0_1)(x - 0_2)$$

$$y = k(x - 0)(x - 150)$$

$$70 = k(75 - 0)(75 - 150)$$

$$70 = k(5625 - 11250)$$

$$70 = -5625k$$

$$k = -0,012...$$

$$y = -0,012 \cdot (x - 0)(x - 150)$$

$$y = -0,012(x^2 - 150x)$$

$$y = -0,012x^2 + 1,87x$$

Fortsättning på nästa sida.

Jag sätter in att $y = 35$

$$35 = -0,012(x-0)(x-150)$$

$$35 = -0,012(x)(x-150)$$

$$35 = -0,012(x^2 - 150x)$$

$$35 = -0,012x^2 + 1,87x$$

$$0 = -0,012x^2 + 1,87x - 35$$

$$0 = x^2 - 150x + 2812,5$$

$$x = \frac{150}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{150}{2}\right)^2 - 2812,5}$$

$$x = 75 \pm 53$$

↑

symmetrilinje

$$u = 53 \quad 2u = 2 \cdot 53 = 106$$

Antal meter tyg som behövs blir då:

$$150 + 106 + 150 + 106 = 512 \text{ cm} = 5,12 \text{ m}$$

Svar: Det behövs 5,12 m tyg.

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar lösning fram till att tygets längd ska beräknas på näst sista raden. Eftersom svaret inte är korrekt uppfylls inte kraven för den tredje modelleringspoängen på A-nivå. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå och innehåller både figur och definierade variabler. Trots det felaktiga svaret anses lösningen uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

Betyget E

Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen i **bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem av **enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem av **komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja, tillämpa och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 2a

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Taluppfattning, aritmetik och algebra

- T1** Metoder för beräkningar vid budgetering.
- T2** Metoder för beräkningar med potenser med rationella exponenter.
- T3** Strategier för att formulera algebraiska uttryck, formler och ekvationer kopplat till konkreta situationer och karaktärsämnen.
- T4** Hantering av kvadrerings- och konjugatregeln i samband med ekvationslösning.
- T5** Räta linjens ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.
- T6** Användning av linjära ekvationssystem i problemlösningssituationer.
- T7** Algebraiska och grafiska metoder för att lösa potens- och andragradsekvationer samt linjära ekvationssystem.
- T8** Lösning av exponentialekvationer genom prövning och grafiska metoder.

Geometri

- G1** Fördjupning av geometriska begrepp valda utifrån karaktärsämnenas behov, till exempel sinus, cosinus, tangens, vektorer och symmetrier.
- G2** Matematisk argumentation med hjälp av grundläggande logik inklusive implikation och ekvivalens samt jämförelser med hur man argumenterar i vardagliga och yrkesmässiga sammanhang.

Samband och förändring

- F1** Begreppet funktion, definitions- och värdemängd. Tillämpningar av och egenskaper hos linjära funktioner samt potens-, andragrads- och exponentialfunktioner.
- F2** Representationer av funktioner, till exempel i form av ord, gestaltning, funktionsuttryck, tabeller och grafer.
- F3** Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, utan och med digitala verktyg.
- F4** Skillnader mellan begreppen ekvation, algebraiskt uttryck och funktion.

Problemlösning

- P1** Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
- P2** Hur matematiken kan användas som verktyg i behandlingen av omfångsrika problemsituationer i karaktärsämnen. Matematikens möjligheter och begränsningar i dessa situationer.
- P3** Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
- P4** Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.