

Kursprov, höstterminen 2013

Matematik

Bedömningsanvisningar

För samtliga skriftliga delprov

1b

Kontaktpersoner

Upplysningar om kursproven för kurs 1 ges av PRIM-gruppen, Stockholms universitet, 106 91 Stockholm, fax 08-618 35 71. E-post: info@prim-gruppen.se

Kontakt, PRIM-gruppen

Karin Rösmer (provkonstruktör), tfn 08-1207 6627

Katarina Kristiansson (provkonstruktör), tfn 08-1207 6574

Veronica Palmgren (administratör), tfn 08-1207 6522

Samuel Sollerman (provansvarig)

Astrid Pettersson (projektledare)

E-post: fornamn.efternamn@mnd.su.se

Kontakt, Skolverket

Ansvarig på Skolverket för kursproven i matematik är:

Thomas Dahl. E-post: thomas.dahl@skolverket.se

Marcus Strömbäck Hjärne. E-post: marcus.stromback.hjarne@skolverket.se

Kontakt, distribution

Frågor om distribution kan ställas till Tommy Mobrin, FS ProfLog AB, tfn 08-690 94 90. E-post: tommy.mobrin@fsproflog.se

Innehåll

Bedömning.....	5
Bedömningsanvisningar Del B	6
Bedömningsanvisningar Del C	8
Bedömningsanvisningar Del D.....	9
Bedömda elevarbeten Del B	12
Bedömda elevarbeten till uppgift 9 b)	12
Bedömda elevarbeten till uppgift 12.....	13
Bedömda elevarbeten Del C	14
Bedömda elevarbeten till uppgift 14.....	14
Bedömda elevarbeten Del D.....	25
Bedömda elevarbeten till uppgift 21.....	25
Bedömda elevarbeten till uppgift 22.....	27
Bedömda elevarbeten till uppgift 23.....	28
Kravgränser.....	31
Provsammanställning – Centralt innehåll kurs 1b	32
Provsammanställning – Förmågepoäng kurs 1b	33

Bedömning

Det här häftet innehåller bedömningsanvisningar för samtliga skriftliga delprov.

Utgångspunkten för bedömningen är att eleverna ska få poäng för lösningens förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Det går då att ge delpoäng för en lösning som visar att en elev kommit en bit på väg. Elevernas lösningar ska bedömas med högst det antal poäng som anges i bedömningsanvisningarna.

Bedömningen ska göras med olika kvalitativa förmågepoäng, E-, C- och A-poäng, som märkts med den förmåga som främst provas. Uppgiftens innehåll och elevarbetenas kvalitet har bedömts utifrån ämnesplanen och dess kunskapskrav. De olika uppgifterna har kategoriserats och olika lösningar till dessa har analyserats. Sedan har svaret, lösningen eller dellösningen poängsatts med kvalitativa förmågepoäng.

I provhäftena visas endast nivån på poängen. Till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften kan ge högst 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng.

I bedömningsanvisningarna anges vad som krävs för varje poäng. Poängen anges med både nivån och med den förmåga som främst provas. Till exempel innebär $+E_p$ en poäng som svarar mot kunskapskravet för E-nivån för procedurförmågan och $+A_R$ en poäng som svarar mot kunskapskravet för A-nivån för resonemangsförmågan. I några av uppgifterna ger en visad kunskap två poäng. De två poängen skrivs på samma rad, t.ex. $+E_M + E_R$. I några av uppgifterna har vi ansett det lämpligt att ange bedömningsanvisningarna i matrisform då progressionen i förmågorna då framgår tydligare.

För uppgifter av kortvarstyp, där endast svar krävs, finns exempel på godtagbara svar i bedömningsanvisningarna. Endast svaret beaktas.

För uppgifter där redovisning fordras finns exempel på godtagbara svar och bedömningsanvisningar för delpoäng. För full poäng krävs redovisning med godtagbart svar eller slutsats. Godtagbar metod eller förklaring till hur uppgiften kan lösas ska ge delpoäng även om det därefter följer en felaktighet, t.ex. räknefel. Om eleven också slutför uppgiften korrekt ger det fler poäng. Fel i lösningen av en deluppgift bör inte påverka bedömningen av lösningarna i de följande deluppgifterna. Om uppgifternas komplexitet inte minskas avsevärt på grund av tidigare fel kan full poäng utdelas för uppgiftens lösning, trots förekomst av följdfel.

I slutet av dessa bedömningsanvisningar, sid. 32, finns en provsammanställning som visar vilket centralt innehåll som respektive uppgift prövar. På sid. 33 finns även en provsammanställning där samtliga kvalitativa förmågepoäng finns markerade. En ifylld sammanställning ger en bild över elevens förmågespridning på provet och kan användas för att ge återkoppling av provresultatet till eleven.

Dokument med provkonstruktörernas uppdelning och numrering av kunskapskrav och centralt innehåll finns på www.prim-gruppen.se. På hemsidan finns även provspecifika serviceblanketter som kan underlätta sammanställning av resultat eller återkoppling av provresultat till elever.

Mer information om bedömningen finns i det gröna häftet med lärarinformation.

Bedömningsanvisningar Del B

1.	12 timmar Korrekt svar.	(2/0/0) +E _M +E _P	
2.	$b + 7$ Korrekt svar.	(1/0/0) +E _B	
3.	122 Korrekt svar.	(1/0/0) +E _P	
4.	T.ex. $\frac{3}{8}$; $\frac{4,5}{12}$; 0,375 ; 37,5 % Påbörjad lösning, t.ex. beräknar triangelns eller trapetsets area. Redovisad lösning eller resonemang med godtagbart svar.	(1/1/0) +E _{PL} +C _R	
5.	2·2·3·11 Korrekt faktorisering som innehåller minst två primtal. Fullständig primtalsfaktorisering.	(1/1/0) +E _B +C _B	
6.	$x = 0,5$; $\frac{1}{2}$ Påbörjad lösning, t.ex förenklar något av uttrycken eller visar att 0,5 är en lösning till ekvationen. Algebraisk lösning med korrekt svar.	(1/1/0) +E _P +C _P	
7.	 Två av hörnen korrekt speglade. Korrekt ritad figur.	(1/1/0) +E _B +C _B	
8.	Större än 3 men mindre än 3,5 dvs. $3,0 < x < 3,5$ Godtagbart svar.	(0/1/0) +C _B	
9. a)	B och C Korrekt svar.	(1/0/0) +E _B	

b)	C Motivering med korrekt svar. Använder en generell lösningsmetod.  <i>Till uppgiften finns bedömda elevarbeten, se sid. 12.</i>	(0/2/1) $+C_{PL}+C_M$ $+A_{PL}$	<table border="1"> <tr><td></td><td>E</td><td>C</td><td>A</td></tr> <tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>P</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>Pl</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>M</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>R</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>K</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		E	C	A	B				P				Pl				M				R				K			
	E	C	A																												
B																															
P																															
Pl																															
M																															
R																															
K																															
10.	0,0025 (%) Korrekt svar.	(0/1/0) $+C_B$	<table border="1"> <tr><td></td><td>E</td><td>C</td><td>A</td></tr> <tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>P</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>Pl</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>M</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>R</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>K</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		E	C	A	B				P				Pl				M				R				K			
	E	C	A																												
B																															
P																															
Pl																															
M																															
R																															
K																															
11.	a Korrekt svar.	(0/1/0) $+C_R$	<table border="1"> <tr><td></td><td>E</td><td>C</td><td>A</td></tr> <tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>P</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>Pl</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>M</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>R</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>K</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		E	C	A	B				P				Pl				M				R				K			
	E	C	A																												
B																															
P																															
Pl																															
M																															
R																															
K																															
12.	 Redovisar lösning som ger exakta eller ungefärliga värden på delskalan. Beräkning med exakta värden med korrekt markering.  <i>Till uppgiften finns bedömda elevarbeten, se sid. 13.</i>	(0/1/1) $+C_B$ $+A_{PL}$	<table border="1"> <tr><td></td><td>E</td><td>C</td><td>A</td></tr> <tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>P</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>Pl</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>M</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>R</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>K</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		E	C	A	B				P				Pl				M				R				K			
	E	C	A																												
B																															
P																															
Pl																															
M																															
R																															
K																															
13. a)	"Att bollen släpps från 2 meter" ; "Starthöjden" Godtagbart svar.	(0/1/0) $+C_M$	<table border="1"> <tr><td></td><td>E</td><td>C</td><td>A</td></tr> <tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>P</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>Pl</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>M</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>R</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>K</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		E	C	A	B				P				Pl				M				R				K			
	E	C	A																												
B																															
P																															
Pl																															
M																															
R																															
K																															
b)	"Skillnaden i studshöjd mellan studs 4 och studs 5" Svar som beskriver beräkningen. Svar som innehåller en knapphändig förklaring. Fullständig förklaring.  <i>Bedömda avskrivna elevarbeten.</i> 0/1/0 Höjden studs fyra minus höjden studs fem. 0/2/0 Skillnaden i höjd mellan två studsar. 0/2/1 Skillnaden i studshöjd mellan studs 4 och studs 5.	(0/2/1) $+C_M$ $+C_R$ $+A_M$	<table border="1"> <tr><td></td><td>E</td><td>C</td><td>A</td></tr> <tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>P</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>Pl</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>M</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>R</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>K</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		E	C	A	B				P				Pl				M				R				K			
	E	C	A																												
B																															
P																															
Pl																															
M																															
R																															
K																															
c)	"Hur många studsar kan bollen studsas och ändå ha en studshöjd över 0,5 meter?" Godtagbar tolkning av olikheten med godtagbar formulerad fråga.  <i>Bedömda avskrivna elevarbeten.</i> 0/0/0 Antal studs. 0/0/1 Antalet studsar som är över en halvmeter. 0/0/2 Hur många studsar tar bollen innan den hamnar på 0,5 meter?	(0/0/2) $+A_B$ $+A_M$	<table border="1"> <tr><td></td><td>E</td><td>C</td><td>A</td></tr> <tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>P</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>Pl</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>M</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>R</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>K</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		E	C	A	B				P				Pl				M				R				K			
	E	C	A																												
B																															
P																															
Pl																															
M																															
R																															
K																															

Bedömningsanvisningar Del C

Uppgift 14, bedömningsmatris (3/5/4)

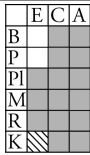
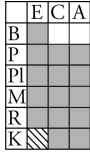
	E	C	A
Metod och genomförande	Eleven gör korrekta beräkningar till minst två <i>tvåsiffriga</i> heltal. +E_P	Eleven tecknar ett algebraiskt uttryck för tallek med <i>tvåsiffriga</i> heltal. +C_B	Eleven tecknar ett algebraiskt uttryck för tallek med <i>tresiffriga</i> heltal. +A_B
Begrepp			
Procedur			
Problemlösning	Eleven gör minst en korrekt tallek till ett <i>tresiffrigt</i> heltal. +E_{PL}	Eleven förenklar algebraiska uttryck för <i>tvåsiffriga</i> heltal. +C_P Eleven använder det givna algebraiska uttrycket och löser problemet för <i>tvåsiffriga</i> tal. +C_{PL}	Eleven använder ett algebraiskt uttryck för tallek med både <i>två- och tresiffriga</i> heltal och analyserar problemet i sin helhet. +A_{PL}
Resonemang	Eleven upptäcker utifrån exempel något mönster för <i>tvåsiffriga</i> tal, t.ex. att svaren är delbara med tre eller tiotalssiffran i talet är ett lägre. +E_R	Eleven undersöker sin upptäckt även för <i>tresiffriga</i> heltal och drar en korrekt slutsats utifrån sin egen upptäckt. +C_R	Eleven tolkar den algebraiska härledningen för <i>tresiffriga</i> heltal. +A_R
Kommunikation		Elevens redovisning är strukturerad och omfattar minst tre deluppgifter och det matematiska språket är godtagbart. +C_K	Eleven gör en väl-strukturerad, fullständig lösning samt använder matematiska symboler och det matematiska språket är lämpligt. +A_K



Till uppgiften finns bedömda elevarbeten, se sid. 14–24.

Bedömningsanvisningar Del D

15.	16 500 kr Lösning med korrekt svar.	(1/0/0) +E _p	
16.	"Det är en sänkning med 50 %, från 12 % till hälften så mycket d.v.s. 6 %. Det är dock en sänkning med 6 procentenheter." Enkel förklaring av det ena påståendet. Godtagbar förklaring av de båda påståendena.  <i>Bedömda avskrivna elevarbeten:</i> 1/0/0 För att 6 % är hälften av 12 % alltså 50 % mindre. 1/0/0 För att de 6 % är i procentenheter. 2/0/0 Eftersom att 6 % bara är procentenheters sänkning 1995 är räntan 12 % och sen sjunker den till 6 % vilket är hälften, detta innebär en sänkning utav 50 %.	(2/0/0) +E _R +E _B	
17.	0,48 ; 48 % Påbörjad lösning, t.ex. beräknar sannolikheten för något utfall. Lösning med godtagbart svar.	(1/1/0) +E _B +C _p	
18.	13 kr ; 12,98 kr Lösning där jämförelse görs mot index för år 2007, t.ex. 314/290. Redovisad lösning med godtagbart svar.	(0/2/0) +C _{PL} +C _p	
19. a)	75,8 ; 76 Påbörjad lösning, t.ex. korrekt insatta värden. Lösning med godtagbart svar.	(2/0/0) +E _M +E _p	
b)	7,8 ; 7,85 Påbörjad lösning, t.ex. korrekt insatta värden. Lösning med godtagbart svar (även redovisad lösning med hjälp av digitala verktyg).	(1/1/0) +E _M +C _p	
c)	"Ju mindre ekologiskt fotavtryck ett land har desto större blir HPI-värdet. Detta för att när du dividerar "F · U · 0,642"-talet så ska du ha ett så lågt tal som möjligt för att få ett så högt HPI-värde som möjligt." Enkelt resonemang, t.ex. "ju högre E-värde desto lägre HPI". Välgrundat resonemang kring den matematiska relationen mellan E och HPI.  <i>Bedömda avskrivna elevarbeten:</i> 0/0/0 Ju högre ekologiskt fotavtryck, desto högre blir talet man delar med. 1/0/0 Eftersom man delar livslängd & välmående med ekologiskt fotavtryck ökar HPI ju lägre värdet för ekologiskt fotavtryck är. 1/1/0 Eftersom E = ekologiskt fotavtryck är på nedre delen av strecket så är det ett tal man delar med. Ju högre detta talet är desto lägre blir resultatet. Ex. 10/2 = 5, 10/5 = 2	(1/1/0) +E _R +C _R	

20. a)	Svar i intervallet 55 % – 65 % (t.ex. $\frac{4}{7}$; 4,5 miljarder av 7 miljarder). Avläser de värden som krävs för beräkningen med godtagbart svar.	(2/0/0) +E_p +E_B	
b)	180 % Påbörjad lösning där det framgår att ökningen jämförs med värdet 2,5 miljarder. Redovisad lösning med godtagbart svar.	(1/1/0) +E_p +C_B	
c)	"Tillväxthastigheten har minskat med 78 % mellan de två perioderna." ; "Befolkningsändringen var 4,5 gånger mer 1950–2010 än 2010–2070." Redovisad lösning där förändringsfaktor (1,40) eller ökning i procent (40 %) mellan 2010 och 2070 framgår. Bestämmer förhållandet mellan procentuella befolkningsändringarna med en godtagbar slutsats.	(0/2/1) +C_B +C_{PL} +A_{PL}	
21. a)	22,75 % ; 23 % Lösning med godtagbart svar.	(1/0/0) +E_p	
b)	Svar i intervallet (3 013 – 3 020) kr Lösning med godtagbart svar. <i>Lösningar i uppgift 24b, 24c och 24d som baseras på ett räknepel (följdpel) från 24a ger samma bedömning som om värdet var korrekt så länge använt värde inte minskar uppgiftens komplexitet avsevärt.</i>  <i>Till uppgiften finns bedömda elevarbeten, se sid. 25–26.</i>	(1/0/0) +E_{PL}	
c)	23 404 kr ; svar i intervallet (23 000 – 24 000) kr Påbörjad lösning som innehåller upprepade procentuella förändring. Lösning med godtagbart svar med en effektiv lösningsmetod, t.ex. 1,2275¹².  <i>Till uppgiften finns bedömda elevarbeten, se sid. 25–26.</i>	(1/1/1) +E_B +C_M +A_p	
d)	1 070 % Påbörjad lösning, t.ex. jämför med 2 000 med godtagbart svar. Om elevlösningen innehåller en effektiv lösningsmetod som inte visats i deluppgift c), t.ex. genom att använda 1,2275¹², ges ett +A_p i denna deluppgift.  <i>Till uppgiften finns bedömda elevarbeten, se sid. 25–26.</i>	(0/1/1) +C_B +A_B	

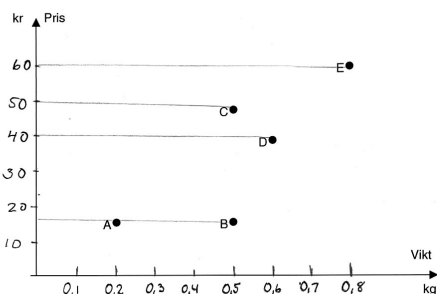
22.	$0,33 ; 33\% ; \frac{1}{3} ; \frac{9}{27}$ Påbörjad lösning, t.ex. visar utfallsrummet för två tärningar. Redovisar möjliga utfall för jämn produkt. Redovisar möjliga utfall för jämn summa vid jämn produkt. Redovisning med godtagbart svar.  Till uppgiften finns bedömda elevarbeten, se sid. 27.	(1/1/2) $+E_B$ $+C_K$ $+A_B$ $+A_{PL}$	<table border="1"> <tr><td></td><td>E</td><td>C</td><td>A</td></tr> <tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>P</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>Pl</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>M</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>R</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>K</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		E	C	A	B				P				Pl				M				R				K			
	E	C	A																												
B																															
P																															
Pl																															
M																															
R																															
K																															
23. a)	$4a + 4b$ Korrekt svar (svaret behöver inte anges i förenklad form).	(1/0/0) $+E_{PL}$	<table border="1"> <tr><td></td><td>E</td><td>C</td><td>A</td></tr> <tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>P</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>Pl</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>M</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>R</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>K</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		E	C	A	B				P				Pl				M				R				K			
	E	C	A																												
B																															
P																															
Pl																															
M																															
R																															
K																															
b)	$18 \text{ m}^2, 30 \text{ m}^2 \text{ och } 36 \text{ m}^2$ Påbörjad lösning, t.ex. $a + b = 7$ eller identifierar minst ett korrekt talpar. Redovisning där arean för ett korrekt talpar framgår. Identifierar alla möjliga talpar (1,6) ; (2,5) ; (3,4). Tydlig redovisning där samtliga möjliga areor framgår. Redovisar att antalet lösningar är begränsade.  Till uppgiften finns bedömda elevarbeten, se sid. 28–29.	(0/2/3) $+C_{PL}$ $+C_K$ $+A_{PL}$ $+A_K$ $+A_R$	<table border="1"> <tr><td></td><td>E</td><td>C</td><td>A</td></tr> <tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>P</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>Pl</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>M</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>R</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>K</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		E	C	A	B				P				Pl				M				R				K			
	E	C	A																												
B																															
P																															
Pl																															
M																															
R																															
K																															

Bedömda elevarbeten Del B



Bedömda elevarbeten till uppgift 9 b)

Elevarbete 1



Kilopris

$$A: 5 \cdot 18 \text{ kr} = 90 \text{ kr}$$

$$B: 2 \cdot 18 \text{ kr} = 36 \text{ kr}$$

D Mindre än 80 kr

$$C: 2 \cdot 50 \text{ kr} = 100 \text{ kr}$$

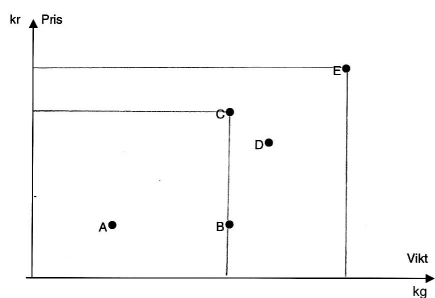
$$E: 60 + 15 \text{ kr} = 75 \text{ kr}$$

Svar: C

0/2/0

	E	C	A
B			
P			
Pl		X	
M		X	
R			
K			

Elevarbete 2

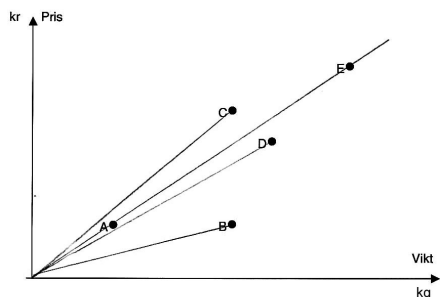


C har dyrast kilopris. Jag ser det på diagrammet eftersom C är näst högst upp på y-axeln. Detta gör att kakarn är dyr. Men på x-axeln så är punkten i mitten. Alltså är det dyr/vikt

0/2/0

	E	C	A
B			
P			
Pl		X	
M		X	
R			
K			

Elevarbete 3



C:s kurva stiger snabbast.

Svar: C

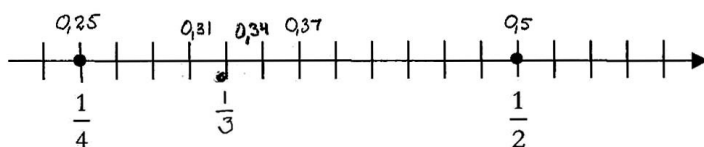
0/2/1

	E	C	A
B			
P			
Pl		X	X
M		X	
R			
K			



Bedömda elevarbeten till uppgift 12

Elevarbete 1



$$\frac{1}{3} = 0,33 \quad \frac{0,25 + 0,5}{2} = 0,37 = \text{mitten}$$

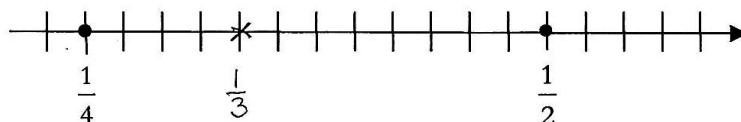
$$\frac{0,25 + 0,37}{2} = 0,31 \quad \frac{0,31 + 0,37}{2} = 0,34$$

Sen bedömde jag vart 0,33 hamnade.

0/1/0

	E	C	A
B		X	
P			
Pl			
M			
R			
K			

Elevarbete 2



$$\frac{1}{4} \Rightarrow 12 \text{ steg}$$

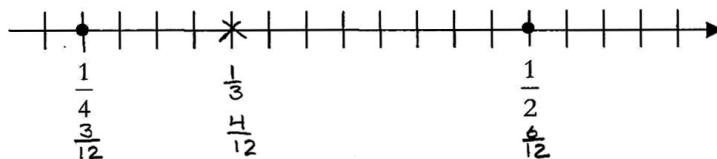
$$1 \Rightarrow 12 \times 4 = 48 \text{ steg}$$

$$\frac{48}{3} = 16$$

0/1/1

	E	C	A
B		X	
P			
Pl			X
M			
R			
K			

Elevarbete 3



$$\frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{4}{12}$$

$$\frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 6} = \frac{6}{12}$$

Fyra markeringar på tallinjen är $\frac{1}{12}$

0/1/1

	E	C	A
B		X	
P			
Pl			X
M			
R			
K			

Bedömda elevarbeten Del C



Bedömda elevarbeten till uppgift 14

Elevarbete 1

Jag tänker på talet 22

Siffrer summan blir $2+2=4$

$22-4=18$ Svar 18

Jag tänker på talet 12

Siffrer summan blir $1+2=3$

$12-3=9$ Svar: 9

Tal 44

Siffrer summan $4+4=8$

$44-8=36$

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X			1/0/0
Resonemang				0/0/0
Kommunikation				0/0/0
Summa				1/0/0

Elevarbete 2

Jag tänker på talet 84

Siffersumman blir $8+4=12$

$$84-12=72 \quad \text{Svar } 72$$

Jag tänker på talet 42

Siffersumman blir $4+2=6$

$$42-6=36 \quad \text{Svar } 36$$

Jag tänker på talet 64

Siffersumman blir $6+4=10$

$$64-10=54 \quad \text{Svar: } 54$$

$$28$$

$$2+8=10$$

$$28-10=18$$

$$14$$

$$1+4=5$$

$$14-5=9$$

$$12$$

$$1+2=3$$

$$12-3=9$$

Alla tal under 20 blir svaret 9 på.

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X			1/0/0
Resonemang	X			1/0/0
Kommunikation				0/0/0
Summa				2/0/0

Jag tänker på talet 24.

Siffrersumman blir $2+4=6$

$$24 - 6 = 18$$

$$36 \quad 36 - 9 = 27 \quad 3 \cdot 9$$

$$41 \quad 41 - 5 = 36 \quad 4 \cdot 9$$

$$65 \quad 65 - 11 = 54 \quad 6 \cdot 9$$

$$13 \quad 13 - 4 = 9 \quad 1 \cdot 9$$

$$26 \quad 26 - 8 = 18 \quad 2 \cdot 9$$

$$19 \quad 19 - 10 = 9 \quad 1 \cdot 9$$

$$52 \quad 52 - 7 = 45 \quad 5 \cdot 9$$

Svar: Alla svaren är svar till 9:ans
gänger tabell

$$111 \quad 111 - 3 = 108 \quad (9 \cdot 12)$$

$$236 \quad 236 - 11 = 225 \quad (9 \cdot 25)$$

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X X			2/0/0
Resonemang	X	X		1/1/0
Kommunikation				
Summa				3/1/0

Kommentar: Eleven visar att upptäckten stämmer även för tresiffriga heltal genom att ange att $108 = 9 \cdot 12$ och $1225 = 9 \cdot 25$ (C_R).

Jag tänker på 74. Siffersumma $7+4=11$

$$74 - 11 = 63 \quad \text{Svar } 63$$

Jag tänker på 89 Siffersumma $8+9=17$

$$89 - 17 = 72 \quad \text{Svar} = 72$$

Jag tänker på 63 Siffersumma $6+3=9$

$$63 - 9 = 54 \quad \text{Svar} = 54$$

Jag tänker på 99 Siffersumma $9+9=18$

$$99 - 18 = 81 \quad \text{Svar} = 81$$

Svarens gemensamhet är att tiotalet alltid blir en lägre.

Jag tänker på 133. Siffersumma $1+3+3=7$

$$133 - 7 = 126 \quad \text{Svar} = 126$$

Jag tänker på 878. Siffersumma $= 8+7+8=23$

$$878 - 23 = 855 \quad \text{Svar} = 855$$

Min upptäckt stämmer inte med tresiffrigt tal.

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X X			2/0/0
Resonemang	X	X		1/1/0
Kommunikation				0/0/0
Summa				3/1/0

Kommentar: Eleven drar en korrekt slutsats utifrån sin upptäckt (C_R).

Tal: 74 Siffersumma: $7+4=11$ $74-11=63$
 Tal: 14 Siffersumma: $1+4=5$ $14-5=9$
 Tal: 64 Siffersumma: $6+4=10$ $64-10=54$

Svaret är samma som första siffran i talet
 multiplicerat med nio.

Tal ab Siffersumma: $a+b$

$$10a + b$$

$$10a + b = ab = 9a$$

987 Siffersumma: $9+8+7=24$

$$987 - 24 = 963 \qquad 9 \cdot 9 = 81$$

Svar: Nej

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X X			2/0/0
Resonemang	X	X		1/1/0
Kommunikation				0/0/0
Summa				3/1/0

Kommentar: Eleven påbörjar tecknande av ett algebraiskt uttryck för tallek med tvåsiffriga heltal men slutför inte detta (C_B). Eleven drar en korrekt slutsats utifrån sin upptäckt (C_R).

$$\begin{array}{rcl}
 15 & \rightarrow & 1+5=6 \quad 15-6=9 \\
 16 & \rightarrow & 1+6=7 \quad 16-7=9 \\
 25 & \rightarrow & 2+5=7 \quad 25-7=18 \\
 26 & \rightarrow & 2+6=8 \quad 26-8=18 \\
 35 & \rightarrow & 3+5=8 \quad 35-8=27
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{rcl} 15 \\ 16 \\ 25 \\ 26 \\ 35 \end{array}} \right\} 9, 18, 27, 36, 45 \text{ etc.}$$

Vad talen har gemensamt är att resultatet blir en del av nians multiplikationstabell.

Generaliserad :

$$10a + b - (a + b) = 10a - a = a \cdot 9$$

Som jag märkte är svaret en del av nians tabell, beroende på det första talet. Relationen är $a \cdot 9$ vilket ger samma resultat som $10a - a$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Ex} & 25 & 25 - (2+5) = 18 \\
 & \downarrow & \\
 & a & a \cdot 9 = 2 \cdot 9 = 18
 \end{array}$$

Funkar inte på tresiffriga tal då dessa bygger på tvåsiffriga

$$\begin{array}{c}
 a - 1 \quad 2 \quad 3 \quad ?? \\
 \quad \quad \downarrow \\
 \quad \quad b
 \end{array}$$

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X	X X X		1/3/0
Resonemang	X			1/0/0
Kommunikation		X		0/1/0
Summa				2/4/0

Kommentar: Eleven gör ingen tallek för ett tresiffrigt tal. Eleven drar en slutsats utan att göra någon undersökning för tresiffriga tal (C_R).

Jag tänker på talet 21 siffersumman blir $2+1=3$

$$21 - 3 = 18$$

$$\cdot 17$$

$$1+7=8$$

$$17-8=9$$

$$\cdot 64$$

$$6+4=10$$

$$64-10=54$$

$$\cdot 72$$

$$7+2=9$$

$$72-9=63$$

Alla talen (svaren) är delbara med 3

$$10a + b$$

$$\text{Siffersumma } (a+b)$$

$$\text{Talet} - \text{siffersumma } 10a + b - (a+b)$$

där a är första siffran b = andra siffran

Eftersom a är multiplicerat med 10 så kommer du alltid få tiotalet som det var i talet, b är då bara antalet ental som fattas.

$$\text{Ex talet är } 21 \quad (10 \cdot 2) + 1 = 21$$

Formeln $(10a) + b$ fungerar inte med tresiffriga tal då 10an endast bildar 10-tal och inte hundratal som det behövs i ett tresiffrigt tal.

I stället blir formeln:

$$(100 \cdot a) + (10 \cdot b) + c$$

$$\text{Siffersumma} \\ (a+b+c)$$

där a = första siffran, b = andra siffran
 c = tredje siffran.

$$\text{Talet} - \text{siffer summan: } (100 \cdot a) + (10 \cdot b) + c - (a+b+c)$$

$$\text{Ex talet } 132 \quad (100 \cdot 1) + (10 \cdot 3) + 2 = 132$$

Dock om man vill använda formeln $(10 \cdot a) + b$ måste a bestå av de två första siffrorna

$$\text{ex } (10 \cdot 13) + 2 = 132$$

Talleken med tresiffriga tal:

121

$$1 + 2 + 1 = 4$$

$$121 - 4 = 117$$

148

$$1 + 4 + 8 = 13$$

$$148 - 13 = 135$$

292

$$2 + 9 + 2 = 13$$

$$292 - 13 = 279$$

981

$$9 + 8 + 1 = 18$$

$$981 - 18 = 963$$

Slutsats: Det tresiffriga talen är även
dem delbara med 3.

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X X	X	X	2/1/1
Resonemang	X	X		1/1/0
Kommunikation		X		0/1/0
Summa				3/3/1

Kommentar: Eleven tecknar men förenklar inte det algebraiska uttrycket för tvåsiffriga tal (C_P). Eleven drar en korrekt slutsats utifrån sin upptäckt (C_R).

Elevarbete 8

45 tänker jag på $45 - (4 + 5) = 36$

24 har siffrer summa 6. $24 - 6 = 18$

Svaret blir första siffran multiplicerat med 9
 $(2 \cdot 9 = 18, 4 \cdot 9 = 36)$

$10a + b - (a + b) = 9a$ Det stämmer alltså.

$396 - (3 + 9 + 6) = 396 - 18 = 378$

Om vi testar att göra det i generell form
 får vi $100a + 10b + c - (a + b + c) = 99a + 9b$.

Svaret blir alltså 99 multiplicerat med första
 siffran adderat med 9 multiplicerat med
 andra siffran. Anledningen att det blir
 så här är att man drar en hundradel
 av värdet från a eftersom det är ett
 hundratal. Från b dras en tiondel av
 värdet och från c dras hela värdet (det
 är ju ett ental). Därför blir det $99a + 9b$.

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X X	X X X	X	2/3/1
Resonemang	X			1/0/0
Kommunikation		X		0/1/0
Summa				3/4/1

Kommentar: Eleven drar ingen slutsats utifrån sin undersökning av tresiffriga heltal (C_R).

$$74$$

$$7 + 4 = 11$$

$$74 - 11 = 63$$

$$57$$

$$5 + 7 = 12$$

$$57 - 12 = 45$$

$$12$$

$$1 + 2 = 3$$

$$12 - 3 = 9$$

$$28$$

$$2 + 8 = 10$$

$$28 - 10 = 18$$

$$35$$

$$3 + 5 = 8$$

$$35 - 8 = 27$$

Efter mina observationer kom jag till slutsatsen att svaret blir ett tal i nians tabell.

Det är 9 multiplicerat med den första siffran.

Tex

$$\underline{35}$$

$$3 + 5 = 8$$

$$35 - 8 = 27$$

$$9 \cdot 3 = 27$$

ab är ett tvåsiffrigt heltal.

$$ab \quad 10a + b$$

$$a + b$$

$$10a + b - (a + b) = 9a$$

De två siffrorna adderas

$a + b$ tas bort vilket resulterar i $9a$, vilket är delbart med 9.

Tresiffriga positiva heltal

$$123$$

$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$123 - 6 = 117$$

$$578$$

$$5 + 7 + 8 = 20$$

$$578 - 20 = 558$$

$$946$$

$$9 + 4 + 6 = 19$$

$$946 - 19 = 927$$

Efter att ha observerat några resultat som involverar tresiffriga heltal har jag kommit till slutsatsen att talen fortfarande ingår i nians tabell.

Dock stämmer det inte längre att det är den första siffran multiplicerad med 9 som blir resultatet.

tex 123

$$1+2+3=6$$

$$123-6=117$$

$$\frac{117}{9}=13$$

$$100a + 10b + c$$

abc är ett tresiffrigt heltal

$$a+b+c$$

siffrorna adderas

$$100a + 10b + c - (a+b+c) = 99a + 9b$$

Resultatet är delbart med 9 $\frac{99}{9}=11$ $\frac{9}{9}=1$

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X X	X X X	X X	2/3/2
Resonemang	X	X	X	1/1/1
Kommunikation		X	X	0/1/1
Summa				3/5/4

Bedömda elevarbeten Del D



Bedömda elevarbeten till uppgift 21

Elevarbete 1

- a) $2000 \text{ kr} \Rightarrow 2455 \text{ kr}$
 $\frac{455}{2000} = 0,22755 \approx 22,8\%$ Svar: 22,8%
- b) $2455 \cdot 1,2275 = 3013,5125 \text{ kr}$ Svar: 3013,5125 kr.
- c) $2455 \cdot 1,2275^6 = 8398,0895$ Svar: 8398 kr.
- d) $8398 - 2000 = 6398,0895$
 $\frac{6398}{2000} = 3,199 \approx 320\%$ Svar: 320%.

1/0/0

	E	C	A
B			
P	X		
Pl			
M			
R			
K			

1/0/0

	E	C	A
B			
P			
Pl	X		
M			
R			
K			

1/0/0

	E	C	A
B	X		
P			
Pl			
M			
R			
K			

0/1/0

	E	C	A
B			X
P			
Pl			
M			
R			
K			

Kommentar: Lösningen innehåller upprepade procentuella förändring.

Elevarbete 2

- a) $455 \text{ kr} = \text{ca } 23\%$
- b) $\frac{2455}{100} \times 123 \approx 3020$ 3020 kr.
- c) 3 mån = 3715 kr 9 mån = 12866 kr
 4 mån = 4570 kr 10 mån = 15825 kr
 5 mån = 5621 kr 11 mån = 19465 kr
 6 mån = 6914 kr 12 mån = 23942 kr
 7 mån = 8504 kr
 8 mån = 10460 kr
- 23942 kr

1/0/0

	E	C	A
B			
P	X		
Pl			
M			
R			
K			

1/0/0

	E	C	A
B			
P			
Pl	X		
M			
R			
K			

1/1/0

	E	C	A
B	X		
P			
Pl			
M			X
R			
K			

0/0/0

	E	C	A
B			
P			
Pl			
M			
R			
K			

Elevarbete 3

a) Svar: 18,5 %

b) $2455 \cdot 1,185 = 2929 \text{ kr}$

c) $2000 \cdot 1,185^{12} = 15334 \text{ kr}$

d) 222 blir årsräntan

Kommentar: Lösningen i b) och c) baseras på ett följdfel från a) vilket ger samma bedömning som om värdet var korrekt.

0/0/0

	E	C	A
B			
P			
Pl			
M			
R			
K			

1/0/0

	E	C	A
B			
P			
Pl	X		
M			
R			
K			

1/1/1

	E	C	A
B	X		
P			X
Pl			
M		X	
R			
K			

0/0/0

	E	C	A
B			
P			
Pl			
M			
R			
K			

Elevarbete 4

a) $2455 - 2000 = 455$

$$\frac{455}{2000} = 0,2275 = 22,75 \%$$

Svar: 22,75 %

b) $2455 \cdot 1,2275 = 3013,5125 \approx 3014 \text{ kr}$

Svar: 3014 kr

c) $2000 \cdot 1,2275^{12} \approx 23404$

Svar: 23404 kr

d) $23404 - 2000 = 21404$

$$\frac{21404}{2000} = 10,702 = 1070 \%$$

Svar: 1070 %

1/0/0

	E	C	A
B			
P	X		
Pl			
M			
R			
K			

1/0/0

	E	C	A
B			
P			
Pl	X		
M			
R			
K			

1/1/1

	E	C	A
B	X		
P			X
Pl			
M		X	
R			
K			

0/1/1

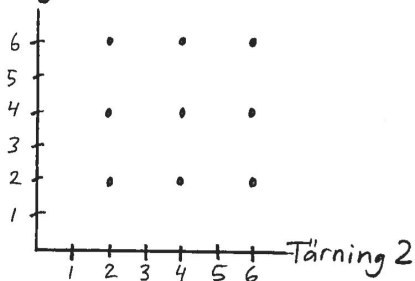
	E	C	A
B		X	X
P			
Pl			
M			
R			
K			



Bedömda elevarbeten till uppgift 22

Elevarbete 1

Tärning 1



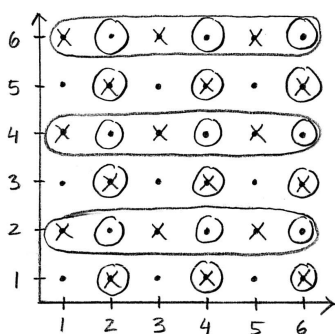
$$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

Det är $\frac{1}{4}$ sannolikhet att både summa och produkt är jämn.

1/0/1

	E	C	A
B	X		X
P			
Pl			
M			
R			
K			

Elevarbete 2



○ = jämna produkter
 X = jämna produkter som ej ger jämna summor
 (blandat) = varken jämn produkt eller jämn summa
 ⊙ = jämna summor och jämna produkter

$$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

Svar: $\frac{1}{4}$ chans/sannolikhet.

1/1/1

	E	C	A
B	X		X
P			
Pl			
M			
R			
K			

Elevarbete 3

1·2	3·2	5·2
1·4	3·4	5·4
1·6	3·6	5·6
2·1	4·1	6·1
2·2	4·2	6·2
2·3	4·3	6·3
2·4	4·4	6·4
2·5	4·5	6·5
2·6	4·6	6·6

$$\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

Kommentar: Visar utfallsrummet för alla jämna produkter.

1/1/2

	E	C	A
B	X		X
P			
Pl			X
M			
R			
K			X



Elevarbete 1

a) $O = 4a + 4b$

b) Vi säger att a är 4 och b är 3
 Arean blir då $2a \cdot 2b - a - b$

$$8 \cdot 6 - 4 - 3 = 48 - 7$$

$$48 - 7 = 41 \text{ m}^2$$

Svar: Arean av hela området kan vara 41 m^2 .

1/0/0

	E	C	A
B			
P	X		
Pl			
M			
R			
K			

0/1/0

	E	C	A
B			
P			
Pl		X	
M			
R			
K			

Kommentar: Anger ett korrekt talpar.

Elevarbete 2

a) $4b + 4a$

b) $4b + 4a = 28$

$$b + a = \frac{28}{4}$$

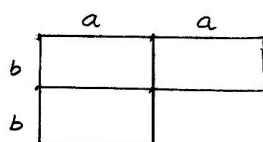
$$b + a = 7$$

tex $b = 2$ $a = 5$

$$4b + 4a = (4 \cdot 2) + (4 \cdot 5) = 8 + 20 = 28$$

Svar $b = 2$

$$a = 5$$



1/0/0

	E	C	A
B			
P	X		
Pl			
M			
R			
K			

0/1/0

	E	C	A
B			
P			
Pl		X	
M			
R			
K			

Elevarbete 3

a) $O = b + b + a + a + b + a + b + a = 4b + 4a$

b) Omkrets $4a + 4b = 28$ $\frac{4a + 4b}{4} = \frac{28}{4}$

$$a + b = 7$$

Area

$$1 + 6 = 7$$

$$1 \cdot 6 = 6$$

$$6 \cdot 3 = 18 \text{ m}^2$$

$$2 + 5 = 7$$

$$2 \cdot 5 = 10$$

$$10 \cdot 3 = 30 \text{ m}^2$$

$$3 + 4 = 7$$

$$3 \cdot 4 = 12$$

$$12 \cdot 3 = 36 \text{ m}^2$$

Svar: 18 m^2 , 30 m^2 o 36 m^2

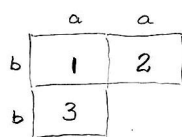
1/0/0

	E	C	A
B			
P	X		
Pl			
M			
R			
K			

0/2/2

	E	C	A
B			
P			
Pl		X	X
M			
R			
K		X	X

Elevarbete 4



$$O = 28 \text{ m} \quad 4a + 4b = 28$$

$$a = x \text{ m} \quad b = \frac{28 - 4x}{4} = 7 - x$$

Varje rektangels area $x \cdot (7 - x)$

Hela områdets area $3x \cdot (7 - x)$

x	Arean
0	0
1	18
2	30
3	36
4	36
5	30
6	18
7	0

Arean kan vara
 $18, 30, 36 \text{ m}^2$ beroende på
 vilket värde a och b
 har.
 a och b var heltal så
 de måste vara mellan
 1-6 m långa

1/0/0

	E	C	A
B			
P	X		
Pl			
M			
R			
K			

0/2/3

	E	C	A
B			
P			
Pl		X	X
M			
R			X
K		X	X

Kravgränser

Provbetyg kan endast ges då eleven har genomfört samtliga fyra delprov.

Maxpoäng

Detta prov kan ge maximalt 89 poäng fördelade på 31 E-poäng, 36 C-poäng och 22 A-poäng.

Provbetyget E

För att få provbetyget E ska eleven ha erhållit minst 21 poäng.

Provbetyget D

För att få provbetyget D ska eleven ha erhållit minst 35 poäng varav minst 11 poäng på lägst nivå C.

Provbetyget C

För att få provbetyget C ska eleven ha erhållit minst 46 poäng varav minst 20 poäng på lägst nivå C.

Provbetyget B

För att få provbetyget B ska eleven ha erhållit minst 58 poäng varav minst 6 poäng på nivå A.

Provbetyget A

För att få provbetyget A ska eleven ha erhållit minst 67 poäng varav minst 11 poäng på nivå A.

	Provbetyg E	Provbetyg D	Provbetyg C	Provbetyg B	Provbetyg A
Totalpoäng	Minst 21 poäng	Minst 35 poäng	Minst 46 poäng	Minst 58 poäng	Minst 67 poäng
Nivåkrav		Minst 11 poäng på lägst nivå C	Minst 20 poäng på lägst nivå C	Minst 6 poäng på nivå A	Minst 11 poäng på nivå A

Provsammanställning – Centralt innehåll kurs 1b

		Poäng			Taluppfattning aritmetik o algebra					Geometri				Samband o förändring					Sannolikhet o statistik		Problem- lösning		
Del	Upp- gift nr	E	C	A	A1	A2	A3	A4	A5	G1	G2	G3	G4	F1	F2	F3	F4	F5	S1	S2	P1	P2	P3
A	M	3	5	5			X		X			X			X	X	X				X		
B	1	2	0	0		X	X																
B	2	1	0	0		X	X																
B	3	1	0	0		X	X																
B	4	1	1	0		X				X	X												
B	5	1	1	0	X	X																	
B	6	1	1	0		X	X		X														
B	7	1	1	0						X	X										X		
B	8	0	1	0		X																	
B	9a	1	0	0							X						X				X		
B	9b	0	2	1							X					X	X				X		
B	10	0	1	0										X									
B	11	0	1	0	X	X						X									X		
B	12	0	1	1	X	X															X		
B	13a	0	1	0												X	X						
B	13b	0	2	1		X									X	X	X	X					
B	13c	0	0	2				X							X	X	X						
C	14	3	5	4	X	X	X														X		
D	15	1	0	0		X																	
D	16	2	0	0										X	X		X		X			X	
D	17	1	1	0		X														X			
D	18	0	2	0		X									X							X	
D	19a	2	0	0		X	X															X	
D	19b	1	1	0		X	X		X												X	X	
D	19c	1	1	0	X	X	X														X		
D	20a	2	0	0		X					X								X				
D	20b	1	1	0		X								X	X				X				
D	20c	0	2	1		X								X	X				X		X	X	
D	21a	1	0	0		X									X							X	
D	21b	1	0	0		X								X	X						X	X	
D	21c	1	1	1		X								X	X	X					X	X	
D	21d	0	1	1		X								X	X	X					X	X	
D	22	1	1	2		X													X		X		
D	23a	1	0	0			X				X										X		
D	23b	0	2	3	X	X	X				X										X		
		31/36/22			15/11/5					4/5/2				5/11/6					4/4/3		3/5/6		

Provsammanställning – Förmågepoäng kurs 1b

		E					C					A			
Begrepp	Del A, Muntligt						M						M		
	Del B	2	5	7	9a		5	7	8	10	12	13c			
	Del C						14						14		
	Del D	16	17	20a	21c	22	20b	20c	21d				21d	22	
Procedur	Del A, Muntligt														
	Del B	1	3	6			6								
	Del C	14					14								
	Del D	15	19a	20a	20b	21a	17	18	19b				21c		
Problem-lösning	Del A, Muntligt														
	Del B	4					9b						9b	12	
	Del C	14					14						14		
	Del D	21b	23a				18	20c	23b				20c	22	23b
Modellering	Del A, Muntligt	M					M						M		
	Del B	1					9b	13a	13b				13b	13c	
	Del C														
	Del D	19a	19b				21c								
Resonemang	Del A, Muntligt	M	M				M	M				M	M		
	Del B						4	11	13b						
	Del C	14					14						14		
	Del D	16	19c				19c						23b		
Kommuni-kation*	Del A, Muntligt						M						M		
	Del B														
	Del C						14						14		
	Del D						22	23b				23b			
		31					36					22			

* Kommunikation på E-nivå antas vara en förutsättning för att erhålla förmågepoäng i övriga förmågor. Således provas inte denna förmåga på E-nivå i enskilda uppgifter.

