

Kursprov, höstterminen 2014

# Matematik

## Lärarinformation

inklusive Delprov A (även engelsk översättning) och  
Bedömningsanvisningar till Delprov A

1c

**Kontaktinformation**

Upplysningar om kursproven för matematik 1 ges av PRIM-gruppen, Stockholms universitet, 106 91 Stockholm, fax 08-618 35 71. E-post: [info@prim-gruppen.se](mailto:info@prim-gruppen.se)

**PRIM-gruppen**

Karin Rösmer (provansvarig) E-post: [karin.rosmer@mnd.su.se](mailto:karin.rosmer@mnd.su.se), tfn: 08-1207 6627

Katarina Kristiansson (provutvecklare) E-post: [katarina.kristiansson@mnd.su.se](mailto:katarina.kristiansson@mnd.su.se), tfn: 08-1207 6574

Astrid Pettersson (projektledare) E-post: [astrid.pettersson@mnd.su.se](mailto:astrid.pettersson@mnd.su.se)

Veronica Palmgren (administratör) E-post: [veronica.palmgren@mnd.su.se](mailto:veronica.palmgren@mnd.su.se)

Frågor om PRIM-gruppens urvalsinsamling ställs till: [insamling@prim-gruppen.se](mailto:insamling@prim-gruppen.se)

**Skolverket**

Ansvarig på Skolverket för kursproven i matematik är:

Marcus Strömbäck Hjärne E-post: [marcus.stromback.hjarne@skolverket.se](mailto:marcus.stromback.hjarne@skolverket.se)

Frågor om totalinsamlingen via SCB ställs till Skolverket på tfn: 08-527 332 00

**Beställning och distribution**

Exaktaprinting E-post: [np.bestallning@exakta.se](mailto:np.bestallning@exakta.se), tfn: 040-685 51 10

# Innehåll

|                                                                                          |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Allmän information.....                                                                  | 5  |
| Syfte med nationella prov .....                                                          | 5  |
| Material som ingår i de nationella proven i matematik 1a, 1b och 1c.....                 | 5  |
| Provens genomförande .....                                                               | 5  |
| Översikt över delproven .....                                                            | 6  |
| Stöd och anpassning av prov .....                                                        | 7  |
| Sekretess .....                                                                          | 8  |
| Hantering.....                                                                           | 8  |
| Rapportering av resultat.....                                                            | 9  |
| Urvalsinsamlingen .....                                                                  | 9  |
| Redovisning av resultat .....                                                            | 9  |
| Arkivering.....                                                                          | 10 |
| Specifik information om de aktuella proven .....                                         | 11 |
| Genomförande .....                                                                       | 11 |
| Information till eleverna om kursprovet .....                                            | 12 |
| Bedömning.....                                                                           | 13 |
| Kravgränser för provbetygen .....                                                        | 14 |
| Provbetyg .....                                                                          | 14 |
| Lista över utsänt material.....                                                          | 15 |
| Delprov A – Muntligt delprov .....                                                       | 16 |
| Beskrivning av muntligt delprov.....                                                     | 16 |
| Organisation.....                                                                        | 16 |
| Bedömning.....                                                                           | 17 |
| Förberedelser inför det muntliga delprovet.....                                          | 17 |
| Version 1 – Mönster, tändstickor.....                                                    | 18 |
| Version 1 – Pattern, matchsticks .....                                                   | 20 |
| Förslag till godtagbara svar och motiveringar för Version 1 – Mönster, tändstickor ..... | 22 |
| Bedömningsmatris till Version 1 – Mönster, tändstickor .....                             | 23 |
| Version 2 – Mönster, prickar .....                                                       | 24 |
| Version 2 – Pattern, dots .....                                                          | 26 |
| Förslag till godtagbara svar och motiveringar för Version 2 – Mönster, prickar .....     | 28 |
| Bedömningsmatris till Version 2 – Mönster, prickar .....                                 | 29 |
| Kopieringsunderlag.....                                                                  | 31 |
| Information till eleverna .....                                                          | 32 |
| Förenklad bedömningsmatris.....                                                          | 33 |
| Version 1 – Mönster, tändstickor.....                                                    | 34 |
| Version 1 – Koordinatsystem, tändstickor .....                                           | 35 |
| Version 1 – Formler, tändstickor .....                                                   | 36 |
| Version 2 – Mönster, prickar .....                                                       | 38 |
| Version 2 – Koordinatsystem, prickar.....                                                | 39 |
| Version 2 – Formler, prickar.....                                                        | 40 |
| For copying .....                                                                        | 43 |
| Information to the pupils .....                                                          | 44 |
| Förenklad bedömningsmatris.....                                                          | 45 |
| Version 1 – Pattern, matchsticks .....                                                   | 46 |
| Version 1 – Coordinate Systems, matchsticks.....                                         | 47 |
| Version 1 – Formulas, matchsticks .....                                                  | 48 |
| Version 2 – Pattern, dots .....                                                          | 50 |
| Version 2 – Coordinate Systems, dots.....                                                | 51 |
| Version 2 – Formulas, dots .....                                                         | 52 |



# Allmän information

Detta häfte innehåller information om det nationella provet i matematik 1. I avsnittet ”Allmän information” återfinns kortfattad information om syftet med provet, delproven och det material som ingår, anpassning av proven, hantering samt rapportering av resultat. I avsnittet ”Specifik information om de aktuella proven” återfinns den information som behövs för genomförandet av de nationella proven för kursen och i avsnittet ”Delprov A – Muntligt delprov” återfinns information och kopieringsunderlag för det muntliga delprovet.

Från och med höstterminen 2011 konstrueras nationellt fastställda kursprov i matematik med utgångspunkt i ämnesplanerna enligt Lgy 11.

Stora delar av det centrala innehållet i matematik 1a är kopplat mot karaktärsämnena och inom vissa områden ska centralt innehåll väljas utifrån karaktärsämnenas behov. Då kursprovet för matematik 1a är gemensamt och vänder sig till samtliga yrkesprogram provas endast delar av det centrala innehållet. Provet prövar i nuläget inte centralt innehåll utifrån karaktärsämne. Prövningen av dessa delar överlåtes helt till läraren.

## Syfte med nationella prov

Syftet med de nationella proven är i huvudsak att

- stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning
- ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå.

## Material som ingår i de nationella proven i matematik 1a, 1b och 1c

De nationella proven i matematik 1a, 1b och 1c består av elevmaterial och lärarmaterial. Lärarmaterialet innehåller Lärarinformation inklusive Delprov A (även engelsk översättning) och Bedömningsanvisningar till Delprov A (grönt häfte) samt Bedömningsanvisningar till delprov B, C och D (rött häfte). Lärarinformation inklusive Delprov A (även engelsk översättning) och Bedömningsanvisningar till Delprov A ska delas ut till berörda lärare direkt när det har levererats till skolenheten. Bedömningsanvisningarna till de skriftliga delproven ska delas ut till berörda lärare efter det att de skriftliga delproven genomförts.

## Provens genomförande

### *Gymnasieskolan*

De nationella proven genomförs på fastställda provdatum. Datumen för detta prov framgår av Översikt över delproven. Om särskilda skäl föreligger får rektor besluta om ett senare provdatum för hela skolenheten.

### *Kommunal vuxenutbildning på gymnasial nivå*

Inom kommunal vuxenutbildning på gymnasial nivå kan proven genomföras löpande från och med det datum som provet genomförs i gymnasieskolan. Skolverket rekommenderar att proven i så hög utsträckning som möjligt genomförs på det första provdatumet.

Kommunal vuxenutbildning på gymnasial nivå kommer att kunna använda både de prov som används i gymnasieskolan och de prov som enbart används i kommunal vuxenutbildning. De prov som kan användas i både gymnasieskolan och vuxenutbildningen utkommer även fortsättningsvis varje höst- och vårtermin. Det prov som endast kan användas inom vuxenutbildningen utkommer i september varje år.

För att möta vuxenutbildningens särskilda behov av flexibilitet får varje kursprov inom kommunal vuxenutbildning användas under **ett år** räknat från första provdatum, se Översikt över delproven. Detta gäller proven som kommer ut från och med september 2014. Observera att prov som kom ut under våren 2014 **inte** omfattas av den ettåriga användningstiden, utan endast får användas till och med 8 december 2014.

När den ettåriga användningstiden för respektive kursprov har gått ut kan proven komma att återanvändas av Skolverket och proven omfattas därmed av sekretess, se under rubriken Sekretess. Den ettåriga användningstiden innebär att det inom kommunal vuxenutbildning alltid kommer att finnas minst två kursprov samtidigt för respektive kurs i matematik.

## Översikt över delproven

| Delprov                                | Material och hjälpmedel                                             | Provtid (Tidsåtgång)          | Gymnasieskolan datum för genomförande                                    | Kommunal vuxenutbildning datum för genomförande<br>Användningstid ett år |                    |
|----------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|--------------------|
|                                        |                                                                     |                               |                                                                          | Första provdatum                                                         | Sista provdatum    |
| Delprov A<br><i>Muntligt delprov</i>   | <i>Kopieringsunderlag<br/>Formelblad, digitala verktyg, linjal</i>  | Cirka 20–30 minuter per grupp | Från det att materialet levererats till skolan till och med kursens slut | Från det att materialet har levererats till skolan                       | 8 december 2015    |
| Delprov B<br><i>Skriftligt delprov</i> | <i>Elevhäfte Delprov B<br/>Formelblad, linjal</i>                   | 60 minuter                    | 9 december 2014                                                          | 9 december 2014                                                          | <i>Enligt ovan</i> |
| Delprov C<br><i>Skriftligt delprov</i> | <i>Elevhäfte Delprov C<br/>Formelblad, digitala verktyg, linjal</i> | 60 minuter                    | 9 december 2014                                                          | 9 december 2014                                                          | <i>Enligt ovan</i> |
| Delprov D<br><i>Skriftligt delprov</i> | <i>Elevhäfte Delprov D<br/>Formelblad, digitala verktyg, linjal</i> | 120 minuter                   | 9 december 2014                                                          | 9 december 2014                                                          | <i>Enligt ovan</i> |

## Stöd och anpassning av prov

För vissa elever, t.ex. elever med funktionsnedsättning eller i språksvårigheter, kan visst stöd eller anpassning av provet behövas. Stödet kan gälla både förberedelser inför provet och vid genomförandet av provet. Anpassning får göras för elever med funktionsnedsättning och rektor är ansvarig för att anpassning genomförs.

### *Stöd*

Vid behov kan stöd inför och/eller under provet ges. Stöd får ges på ett sådant sätt att de förmågor som avses bli prövade fortfarande provas. Detta betyder t.ex. att elever endast får använda räknare på de delprov där digitala verktyg är tillåtna.

Stöd kan innebära att elever i läs- och skrivsvårigheter får ytterligare tid på sig att genomföra provet och/eller att de erbjuds provet inläst på skiva. Stöd kan också innebära att texten kopieras till större stil eller att texten läses upp av läraren. Elever med annat modersmål än svenska, och som har svårigheter att förstå svenska, får använda lexikon och kan få hjälp med att översätta vissa ord. Dessutom kan läraren förklara svåra ord som kan hjälpa eleverna in i uppgiftens sammanhang, dock utan att röja uppgiftens matematiska innehåll.

### *Anpassning*

Anpassning får göras för elever med funktionsnedsättning. Anpassning bör föregås av omsorgsfull analys med hänsyn tagen till vad provet prövar och elevens förutsättningar. En diagnos är inget krav för att anpassning ska få ske vid provsituationen.

Det är viktigt att skolan genomför anpassning så att provet så långt som möjligt prövar de kunskaper och förmågor som ska provas. Detta betyder t.ex. att elever endast får använda räknare på de delprov där digitala verktyg är tillåtna. En funktionsnedsättning kan innebära olika svårigheter för olika elever och det är därför inte möjligt att nationellt ange exakt vad som kan göras vid anpassning.

Det är av stor vikt att eleven är delaktig i hur anpassning görs och kan göras. Anpassningen ska på så sätt vara känd för eleven vid provtillfället. Läraren bör även värna om att anpassningen inte får negativa konsekvenser för elevens självbild och hur eleven uppfattas av andra elever.

Mer information om anpassning av prov finns att läsa på Skolverkets webbplats [www.skolverket.se](http://www.skolverket.se)

## Sekretess

I 17 kap. 4 § offentlighets- och sekretesslagen (2009:400) finns bestämmelser om sekretess för prov. Vid sekretess får provens innehåll inte röjas. Sekretesskyddat material ska förvaras på ett betryggande sätt så att innehållet inte röjs. Prov som återanvänds omfattas av sekretess. På elevhäftena, Lärarinformationen och Bedömningsanvisningarna anges att kursprovet i matematik 1a, 1b och 1c planeras att återanvändas av Skolverket **till och med 30 juni 2021**.

Det är viktigt att läraren informerar eleverna om konsekvenserna av att uppgifter om provet sprids, dvs. att provet inte kan återanvändas eftersom bedömningen av elevernas kunskaper då kan bli felaktig.

Information om sekretess, se [www.skolverket.se/sekretesskp](http://www.skolverket.se/sekretesskp)

## Hantering

Det är av avgörande betydelse att samtliga personer som hanterar nationella prov följer de föreskrifter och instruktioner som gäller. Syftet med dessa är att de nationella proven ska genomföras på ett likvärdigt och säkert sätt. Därigenom kan proven bidra till en rättvis och likvärdig bedömning av elevernas kunskaper över landet. Att genomföra proven före första provdatum är exempel på en handling som kan motverka provens syfte och användbarhet. För hantering av nationella prov se Skolverkets föreskrifter (SKOLS 2013:19) om hantering och genomförande av nationella prov samt information på [www.skolverket.se/hanteringkp](http://www.skolverket.se/hanteringkp)

## Rapportering av resultat

För att kunna följa upp och utvärdera kvaliteten i svensk skola, för forskning och för utveckling av proven, behövs insamling av provresultat. Skolhuvudmannen ska skicka in resultat till Skolverkets två olika insamlingar.

Den ena insamlingen gäller rapportering av **provresultat för samtliga elever**. Denna insamling görs av Statistiska centralbyrån (SCB) på uppdrag av Skolverket. Information om denna insamling kommer att skickas till skolorna via brev från SCB. **Provresultat för gymnasieskolan rapporteras senast 16 januari 2015 för höstens prov. Provresultat för kommunal vuxenutbildning rapporteras så snart som möjligt efter genomförandet.** För mer information se [www.skolverket.se/insamlingkp](http://www.skolverket.se/insamlingkp)

Utöver detta kan Skolinspektionen på regeringens uppdrag samla in provunderlag från ett urval skolor för kontrollrättning. Skolinspektionen skickar information till rektor om skolan ingår i urvalet.

Den andra insamlingen görs av PRIM-gruppen, Stockholms universitet som konstruerar de nationella proven i matematik 1a, 1b och 1c på uppdrag av Skolverket. Denna insamling gäller lärarsynpunkter samt ett urval av elevarbeten och resultat på elevnivå.

## Urvalsinsamlingen

1. Gå in på [www.su.se/primgruppen](http://www.su.se/primgruppen) och klicka på **Resultatinsamling**.
2. Skapa ett konto med hjälp av **provkoden karht14**.
3. Fyll i lärarenkäten.
4. Registrera **elever födda den 4:e, 9:e, 14:e, 19:e och 29:e i varje månad**.
5. Rapportera resultat för respektive elev.
6. Kopiera bedömda elevarbeten för **elever födda den 4:e och 19:e i varje månad** och skicka till PRIM-gruppen. Använd **Resultatredovisning – Sammanfattning Elev**, som finns på baksidan av elevhäftet Delprov B, som försättsblad till de elevarbeten du skickar in. Märk kuvertet med **Kurs 1** och skicka det till:

Stockholms universitet  
MND  
PRIM-gruppen (Kurs 1)  
106 91 Stockholm

## Redovisning av resultat

Resultat från insamlingar och lärarenkäter beskrivs och kommenteras i årliga rapporter som finns på Skolverkets webbplats [www.skolverket.se/resultatkp](http://www.skolverket.se/resultatkp) och [www.su.se/primgruppen](http://www.su.se/primgruppen)

## Arkivering

Gymnasieskolor med offentlig huvudman har en skyldighet att arkivera nationella prov enligt arkivlagen (1990:782). Detsamma gäller för kommunal vuxenutbildning även i de fall där kommunen har lagt ut utbildningen på entreprenad. Kommunen förblir huvudman för utbildningen även vid entreprenad.

I gallringsråd som utges av SKL och Riksarkivet "Bevara eller gallra 2" anges att nationella kursprov i samtliga ämnen, förutom svenska, kan gallras efter fem år i kommunala skolor. Detsamma gäller för sammanställningar av resultat från nationella prov.

Fristående gymnasieskolor med enskild huvudman har en skyldighet enligt 26 kap. 28 § skollagen (2010:800) att bevara nationella prov.

Anordnare av utbildning motsvarande kommunal vuxenutbildning (anordnare med betygsrätt) har inte någon skyldighet att arkivera nationella prov.

# Specifik information om de aktuella proven

## Genomförande

Kursproven i matematik 1a, 1b och 1c består av ett muntligt delprov och tre skriftliga delprov.

Tillåtna hjälpmedel i samtliga delprov är formelbladet för respektive kurs och linjal. Formelbladet till de nationella proven för matematik 1 finns på [www.su.se/primgruppen](http://www.su.se/primgruppen). Eleverna ska under provet endast ha tillgång till det av provinstitutionen sammanställda formelbladet.

I de delprov där digitala verktyg är tillåtna kan räknare av olika slag eller dator användas. Skolan ska se till att eleverna inte kan kommunicera med varandra eller med andra inom eller utanför skolan under provtillfället. Eleverna får inte heller ha tillgång till otillåten information, t.ex. lagrad information på dator eller räknare.

Det muntliga delprovet, Delprov A, genomförs i grupper om tre till fyra elever. Provtiden för en grupp är cirka 20–30 minuter. Detta delprov genomförs inom gymnasieskolan från det att materialet levererats till skolan till och med kursens slut. Inom kommunal vuxenutbildning genomförs detta delprov från det att materialet levererats till skolan till och med 8 december 2015. Under det muntliga delprovet ska eleverna ha tillgång till formelblad, digitala verktyg och linjal.

De skriftliga delproven, Delprov B, Delprov C och Delprov D, skrivs under samma dag. En förändring som genomfördes under hösten 2013 för matematik 1, är att samtliga skriftliga delprov har separata provtider och separata häften. I och med denna förändring har provtiden för de skriftliga delproven utökats med 30 minuter. Förändringen har skett bland annat för att förenkla administrationen av de digitala verktygen, men även för att underlätta elevernas tids disponering av delproven. Provtiden för Delprov B är 60 minuter, för Delprov C 60 minuter och för Delprov D 120 minuter.

En kortare rast rekommenderas mellan Delprov B och Delprov C och en längre rast, gärna lunch, rekommenderas mellan Delprov C och Delprov D, eftersom många elever inte är vana vid en sammanhängande provtid på över tre timmar. Till Delprov B ska eleverna endast ha tillgång till formelblad och linjal. Till Delprov C och D ska eleverna ha tillgång till digitala verktyg, formelblad och linjal.

## Information till eleverna om kursprovet

Kursprovet i matematik 1 består av ett muntligt delprov och tre skriftliga delprov.

### *Muntligt delprov*

Det muntliga delprovet, Delprov A, genomförs i grupper om tre till fyra elever. Provtiden för en grupp är cirka 20–30 minuter. För mer information hänvisas till den särskilda elevinformationen som finns i muntligt delprov – Delprov A, sid. 32.

### *Skriftliga delprov*

Provtid: 60 minuter för Delprov B, 60 minuter för Delprov C och 120 minuter för Delprov D. Formelblad och linjal är tillåtna hjälpmedel på samtliga delprov.

Delprov B: Delprov B består av uppgifter som ska lösas utan digitala verktyg. Till några av uppgifterna ska eleverna redovisa sina lösningar och till övriga uppgifter endast ange svar. Svar och lösningar skrivs i provhäftet.

Delprov C: Delprov C är en mer omfattande uppgift där digitala verktyg är tillåtna. Lösningen till denna uppgift ska redovisas på separat papper. Eleverna bör uppmärksammas på att det är viktigt att de försöker lösa denna uppgift eftersom även en påbörjad lösning kan ge poäng.

Delprov D: Delprov D består av ett flertal uppgifter där digitala verktyg är tillåtna. Lösningar och svar till uppgifterna ska redovisas på separat papper. Till dessa uppgifter ska eleverna ge fullständiga lösningar. Om en uppgift är markerad "*Endast svar krävs*", kommer endast svaret att bedömas.

I huvudsak är de inledande uppgifterna lättare att lösa jämfört med de som ligger mot slutet. Men även i senare uppgifter kan det vara relativt lätt att få någon poäng för en påbörjad lösning. Eleverna bör därför uppmanas att försöka lösa alla uppgifter.

I anslutning till var och en av uppgifterna i elevernas provhäften finns angivet hur många E-, C- respektive A-poäng som uppgiften högst kan ge. Om en uppgift kan ge 2 E-poäng och 1 C-poäng, men inga A-poäng, skrivs detta som (2/1/0). Kravgränser för de olika provbetygen anges i provhäftena.

## Bedömning

### *Bedömning av förmågor*

Bedömningsanvisningarna bygger på principen om positiv bedömning där utgångspunkten är att förtjänster i ett elevarbete lyfts fram och värderas. Bedömningen av lösningen till en uppgift bygger på de kunskaper som visas. Kvalitativa förmågepoäng används och dessa ges för lösningarnas förtjänster. I ämnesplanen i matematik beskrivs sju förmågor som eleverna ska utveckla. I kursproven kommer förmågorna att benämnas:

1. Begrepp (B)
2. Procedur (P)
3. Problemlösning (PL)
4. Matematisk modellering (M)
5. Matematiskt resonemang (R)
6. Kommunikation (K)
7. Relevans

I nuläget kommer relevansförmågan inte att provas i nationella prov. Prövningen av denna förmåga överläts i sin helhet till läraren.

Förmågan att kommunicera kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Anledningen till detta är att då eleven uppfyller kraven på E-nivå för övriga förmågor anses eleven även uppfylla kunskapskravet för kommunikation på E-nivå.

### *E-poäng, C-poäng och A-poäng*

För att tydliggöra de kvalitativa nivåer som finns uttryckta i kunskapskraven används E-poäng, C-poäng och A-poäng vid bedömningen. I bedömningsanvisningarna är poängen dessutom markerade med vilken förmåga som främst provas, t.ex.  $C_R$  indikerar resonemang på C-nivå. I och med att förmågorna inte är oberoende av varandra kan det ibland vara flera förmågor som provas, men det är den huvudsakliga förmågan som tilldelas poängen.

Poängmarkeringen (2/1/0) vid en uppgift i provhäftet innebär att uppgiften kan ge högst 2 E-poäng och 1 C-poäng. Markeringen (0/0/2) anger att uppgiften kan ge högst 2 A-poäng. Vilka förmågor som eleverna kan visa i uppgiften framgår inte i provhäftet utan endast i bedömningsanvisningarna.

Bedömningen görs på liknande sätt i samtliga uppgifter, men bedömningsanvisningarna kan skrivas något olika. Vid bedömning av vissa uppgifter skrivs bedömningen kronologiskt utifrån lösningen av uppgiften. Till uppgifter där lösningsvägen genom uppgiften varierar skrivs bedömningsanvisningarna i matrisform. Detta kan exempelvis gälla för det muntliga delprovet och vissa större uppgifter. Exempel på olika uppgifter och tillhörande bedömningsanvisningar finns i tidigare givna prov för matematik 1 på [www.su.se/primgruppen](http://www.su.se/primgruppen)

Det är viktigt att eleverna i god tid före provet får kännedom om de kunskapskrav som bedömningen bygger på samt hur bedömningen av prestationerna på nationella prov relaterar till dessa kunskapskrav.

### *Sambedömning*

En del i arbetet med likvärdig bedömning består av att lärare tillsammans diskuterar bedömning av elevarbeten i relation till bedömningsanvisningarna, s.k. sambedömning. Sambedömning är ett sätt att stärka bedömningens tillförlitlighet.

### *Sammanställning av bedömningen*

Olika typer av blanketter för att underlätta sammanställningen av bedömningen kommer att finnas i det röda häftet med bedömningsanvisningar till de skriftliga delproven och på [www.su.se/primgruppen](http://www.su.se/primgruppen)

## **Kravgränser för provbetygen**

Kravgränser för provbetygen E, D, C, B och A ges på kursprovet som helhet. Kravgränserna består av en totalpoäng men även krav på att vissa av dessa ligger på en viss kvalitativ nivå.

Den modell som används vid konstruktionen av de nationella proven medför att poängen fördelas på centralt innehåll och förmågor på ett sådant sätt att då kravgränserna är uppfyllda har eleven med största sannolikhet även visat en bredd på innehåll och förmågor. Konstruktionen av kravgränserna tar således hänsyn till bredden i visade kunskaper och förmågor.

I kursproven har vissa förmågor grupperats. Modellering och problemlösning har förts samman och utgör en grupp. Resonemang och kommunikation utgör en annan grupp. Detta innebär att det i sammanställningen endast finns fyra förmågegrupper. De enskilda poängen kategoriseras i bedömningsanvisningen med de sex olika förmågorna, men i sammanställningen visas bara de fyra grupperna.

I och med att poängen är benämnda med huvudsaklig förmåga och kravnivå kan en förmågeprofil över elevernas provresultat erhållas. Denna profil kan vara till stöd för att se förmågespridningen på provresultatet. I häftet med bedömningsanvisningar återfinns respektive provs kravgränser, en sammanställning över vilket centralt innehåll som provas i provets olika uppgifter samt en sammanställning över provets förmågefördelning.

Kravgränserna finns även angivna i elevernas provhäften.

## **Provbetyg**

Provbetyget sammanfattar de kunskaper eleven visat i det nationella provet. Kursbetyget behöver inte vara detsamma som provbetyget eftersom kursbetyget grundar sig på alla kunskaper eleven visat i kursen.

## Lista över utsänt material

### *Lärarmaterial:*

- Lärarinformation inklusive Delprov A, Matematik 1a
- Bedömningsanvisningar, Delprov B–D, Matematik 1a
- Lärarinformation inklusive Delprov A, Matematik 1b
- Bedömningsanvisningar, Delprov B–D, Matematik 1b
- Lärarinformation inklusive Delprov A, Matematik 1c
- Bedömningsanvisningar, Delprov B–D, Matematik 1c

### *Elevmaterial (provhäften):*

- Delprov B, Matematik 1a
- Delprov C, Matematik 1a
- Delprov D, Matematik 1a
- Delprov B, Matematik 1b
- Delprov C, Matematik 1b
- Delprov D, Matematik 1b
- Delprov B, Matematik 1c
- Delprov C, Matematik 1c
- Delprov D, Matematik 1c

# Delprov A – Muntligt delprov

## Beskrivning av muntligt delprov

Kursprovet i matematik 1 består av en muntlig del och tre skriftliga delar. Det muntliga delprovet är, liksom de skriftliga, obligatoriskt. Det muntliga delprovet ska genomföras under en provperiod från och med det att skolan får tillgång till materialet till och med kursens slut.

Det muntliga delprovet i matematik 1b och 1c handlar om att eleverna ska kunna beskriva samband utifrån olika representationsformer.

Delprovet är uppdelat i tre delar. I den första delen (Del 1) får eleverna ta del av ett mönster uttryckt med tändstickor eller prickar. I den andra delen (Del 2) får eleverna ta del av ytterligare en representationsform av mönstret som de ska koppla samman med representationsformerna i Del 1. Den tredje delen (Del 3) består av diskussionsfrågor.

I samtliga delar finns ett antal frågor att ställa till eleverna. Dessa frågor kan ibland vara enskilda frågor och ibland diskussionsfrågor. Du som lärare har möjlighet att välja vilka frågor som ska användas och hur de ska användas. På så sätt kan du variera innehållet i uppgiften mellan dina elevgrupper och anpassa svårighetsnivån för att bättre passa aktuell elevgrupp. Du kan välja att rikta vissa frågor till enskilda elever för att få tydligare underlag för din bedömning.

Det muntliga delprovet finns i två versioner. Vill man minska risken för att uppgiftens innehåll sprids i klassen och inom skolan kan man dels använda de två olika versionerna, men även välja att använda olika fördjupande frågor till olika grupper.

Det muntliga delprovet genomförs i grupper om 3–4 elever. Avsikten med detta är att det ska bli ett samtal mellan elever och inte ett förhör. Vid utprövningar av det muntliga delprovet har provtiden per grupp varit cirka 20–30 minuter.

Gruppindelningen ska göras av läraren. Hänsyn bör tas så att eleverna i gruppen fungerar bra tillsammans. Vid utprövningar av denna del har en indelning i kunskapsmässigt relativt homogena grupper fungerat bättre. Om läraren bedömer att någon elev inte alls mår bra av att genomföra det muntliga delprovet i grupp, kan genomförandet ske enskilt. Det ställer då högre krav på läraren om eleven ska få visa alla de aspekter som uppgiften avser att pröva.

## Organisation

Hur man organiserar genomförandet av det muntliga delprovet beror på förhållandena i klassen och skolan. Det är en fördel om lärarna tillsammans, med stöd av skolläda, planerar genomförandet. Man har då möjlighet att hjälpa varandra, t.ex. med att sambedöma någon grupp eller med handledning av övriga elever under den tid en grupp genomför det muntliga delprovet.

Det muntliga delprovet kan göras när som helst under den angivna provperioden. Det är naturligtvis möjligt att låta eleverna göra det muntliga delprovet samlat under någon eller några dagar. Delprovet kan genomföras av elevernas ordinarie lärare eller av någon annan lärare i matematik.

Eftersom avsikten är att varje elev ska ges möjlighet att kommunicera matematik muntligt är det bäst om delprovet genomförs i särskild lokal. Möjlighet finns då att spela in samtalen om läraren vill lyssna på dem efteråt som stöd för bedömningen.

## Bedömning

Bedömningen av elevernas prestationer på det muntliga delprovet ska göras med stöd av en uppgiftsspecifik bedömningsmatris. Det går att se en progression i kvaliteten i elevens genomförande, men detta sker inte alltid inom samma huvudsakliga förmåga. Därför har bedömning av förmågorna begrepp, procedurer, problemlösning och modellering samlats under rubriken metod och genomförande i matrisen. Bedömningsmatrisen finns även i förenklad form som kopieringsunderlag. Medan eleverna redovisar kan du som lärare göra noteringar i den uppgiftsspecifika bedömningsmatrisen eller i den förenklade bedömningsmatrisen.

Utöver den uppgiftsspecifika bedömningsmatrisen finns exempel på svar och motiveringar till de olika versionerna.

## Förberedelser inför det muntliga delprovet

För att förbereda eleverna på hur det muntliga delprovet går till kan de frisläppta proven för matematik 1 vt 2012 användas. Dessa finns på [www.su.se/primgruppen](http://www.su.se/primgruppen)

En förutsättning för delprovets genomförande är att du som lärare är väl insatt i hur uppgifterna ska genomföras och hur elevernas prestationer ska bedömas. Ett bedömningsstöd för bedömning av muntliga prestationer finns på [www.su.se/primgruppen](http://www.su.se/primgruppen)

- Läs igenom instruktionerna för hur delprovet ska genomföras och de båda delprovsversionerna. Tänk igenom hur dina elever kan tänkas besvara frågorna. Kopiera eventuellt frågorna för att kunna föra anteckningar för varje grupp.
- Kopiera "Information till eleverna". Dela ut och gå igenom sidan. Detta kan göras på en lektion någon dag före genomförandet.
- Dela in eleverna i lämpliga grupper och välj vilken version respektive grupp ska använda. Det är lämpligt att skifta version mellan grupperna i samma klass för att förhindra spridning av innehållet.
- Kopiera mönster och koordinatsystem för den version som valts. De finns som **kopieringsunderlag**.
- Kopiera en bedömningsmatris eller en förenklad bedömningsmatris för varje grupp. Anteckningar om vilka förmågor och kvaliteter eleverna visar under det muntliga delprovet kan göras i matrisen.

**Hjälpmedel:** På bordet bör det finnas pennor som eleverna kan använda. Formelblad, linjal och digitala verktyg (t.ex. i form av miniräknare) bör också finnas tillgängligt för elever som efterfrågar det.

## **Version 1 – Mönster, tändstickor**

### **Del 1 (Tändsticksmönster)**

**Enskilda uppgifter med möjlighet till efterföljande kommentarer.**

Dela ut bladet ”Version 1 – Mönster, tändstickor” med de fyra tändsticksmönstren till eleverna.

Låt eleverna studera alla mönster en kort stund och tilldela sedan en elev det första tändsticksmönstret och låt eleven besvara frågan:

- Hur utvecklas Mönster 1?

Har eleven svårigheter att beskriva hur mönstret utvecklas kan stödfrågor eller följdfrågor ställas. Exempel på frågor: Hur många stickor ökar ditt mönster med? Hur skulle du göra för att ta reda på hur många stickor det behövs för att bygga figur nr 10?

Stanna kvar i Mönster 1 och låt samma elev besvara uppgiften:

- Ange ett samband mellan figurens nummer och antalet tändstickor med ord eller formel.

Därefter har övriga elever möjlighet att kommentera detta mönster, elevens beskrivning av hur mönstret utvecklas eller sambandet mellan figurens nummer och antalet stickor.

Upprepa sedan punkt 1 och 2 ovan för nästa elev som ska beskriva Mönster 2 osv.

### **Del 2 (Koordinatsystem)**

**Enskilda uppgifter med möjlighet till efterföljande kommentarer.**

Dela ut bladet ”Version 1 – Koordinatsystem, tändstickor” med de sex graferna Graf A–F till eleverna.

Nu är det lämpligt att låta en annan elev börja besvara frågan:

- Vilken graf passar till ditt mönster? Motivera. Hur ser du det?

Låt eleverna kommentera varandras förslag.

Upprepa punkten för övriga elever i gruppen.

### Del 3 (Diskussionsuppgifter)

#### Gruppdiskussion.

Välj lämpliga och lämpligt antal diskussionsuppgifter till gruppen. Det kan t.ex. vara så att någon fråga redan diskuterats under uppgift 1 och 2 och då behöver den inte ställas igen. Eventuellt kan någon/några av diskussionsuppgifterna riktas direkt till någon elev för att få ytterligare underlag för bedömningen.

1. I koordinatsystemen finns det punkter men inga linjer. Varför?
2. På sidan med grafer passade inte Graf A respektive Graf C till något av de givna mönstren. Hur skulle ett mönster kunna vara uppbyggt som passar till Graf A respektive Graf C?
3. Punkterna i koordinatsystemen ligger utmed en rät linje. Varför? Hur syns detta i mönstret eller formeln?
4. Hur ser ett mönster ut där punkterna inte ligger utmed en rät linje?  
Ev. följdfråga: Hur skulle ett mönster som växer kvadratisk kunna se ut?
5. Hur kan man hitta figur 0? Finns det olika sätt?
6. Sambandet mellan antalet tändstickor och figurens nummer är en funktion. Förklara varför. Vilken är definitionsmängden?
7. Nedan anges några korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4. Finns som kopieringsunderlag (sid. 36). Välj ut något eller några samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska utgå från sambanden och beskriva vad som händer i mönstren.

Antal tändstickor ( $a$ ) i figur  $n$ :

$$\text{Mönster 1} \quad a = 4 + 2(n - 1)$$

$$\text{Mönster 2} \quad a = 5 + 4(n - 1)$$

$$\text{Mönster 3} \quad a = 1 + 2n + n$$

$$\text{Mönster 4} \quad a = 2 + 3n$$

8. Nedan visas några andra korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4 (rekursiva formler). Finns som kopieringsunderlag (sid. 36). Välj ut något samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska tolka sambandet med hjälp av mönstret. Gruppen kan även själv formulera ett samband utifrån ett annat mönster.

Antal tändstickor ( $a_n$ ) i figur  $n$ :

$$\text{Mönster 1} \quad a_1 = 4 \text{ och } a_{n+1} = a_n + 2$$

$$\text{Mönster 2} \quad a_1 = 5 \text{ och } a_{n+1} = a_n + 4$$

$$\text{Mönster 3} \quad a_1 = 4 \text{ och } a_{n+1} = a_n + 3$$

$$\text{Mönster 4} \quad a_1 = 5 \text{ och } a_{n+1} = a_n + 3$$

9. Kan genomföras om både punkt 7 och 8 har diskuterats. Diskutera för- och nackdelar med de olika formeltyperna.

## **Version 1 – Pattern, matchsticks**

### **Del 1 (Tändsticksmönster)**

**Enskilda uppgifter med möjlighet till efterföljande kommentarer.**

Dela ut bladet ”Version 1 – Mönster, tändstickor” med de fyra tändsticksmönstren till eleverna.

Låt eleverna studera alla mönster en kort stund och tilldela sedan en elev det första tändsticksmönstret och låt eleven besvara frågan:

- How does Pattern 1 develop?

Har eleven svårigheter att beskriva hur mönstret utvecklas kan stödfrågor eller följdfrågor ställas. Exempel på frågor: How many sticks does your pattern increase by? What would you do to find out how many sticks are needed to build figure number 10?

Stanna kvar i Mönster 1 och låt samma elev besvara uppgiften:

- State a relation between the number of the figure and the number of matchsticks in words or in a formula.

Därefter har övriga elever möjlighet att kommentera detta mönster, elevens beskrivning av hur mönstret utvecklas eller sambandet mellan figurens nummer och antalet stickor.

Upprepa sedan punkt 1 och 2 ovan för nästa elev som ska beskriva Mönster 2 osv.

### **Del 2 (Koordinatsystem)**

**Enskilda uppgifter med möjlighet till efterföljande kommentarer.**

Dela ut bladet ”Version 1 – Koordinatsystem, tändstickor” med de sex graferna Graf A–F till eleverna.

Nu är det lämpligt att låta en annan elev börja besvara frågan:

- What graph fits your pattern? Give your reasons. How can you see that?

Låt eleverna kommentera varandras förslag.

Upprepa punkten för övriga elever i gruppen.

### Del 3 (Diskussionsuppgifter)

#### Gruppdiskussion.

Välj lämpliga och lämpligt antal diskussionsuppgifter till gruppen. Det kan t.ex. vara så att någon fråga redan diskuterats under uppgift 1 och 2 och då behöver den inte ställas igen. Eventuellt kan någon/några av diskussionsuppgifterna riktas direkt till någon elev för att få ytterligare underlag för bedömningen.

1. The coordinate systems contain points but no lines. Why?
2. On the page with the graphs there were two graphs (Graph A and Graph C) that did not fit any of the patterns given. How could a pattern be built up that fits Graph A and Graph C respectively?
3. The points in the coordinate systems are on a straight line. Why? How is this seen in the pattern and/or the formula?
4. What does a pattern look like when the points are not on a straight line?  
Possible follow-up question: What could a pattern that grows quadratically look like?
5. How can you find figure 0? Are there different ways?
6. The relation between the number of matchsticks and the number of the figure is a function. Explain why. What is the domain?
7. Nedan anges några korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4. Finns som kopieringsunderlag (sid 48). Välj ut något eller några samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska utgå från sambanden och beskriva vad som händer i mönstren.

The number of matchsticks ( $a$ ) in figure  $n$ :

Pattern 1             $a = 4 + 2(n - 1)$

Pattern 2             $a = 5 + 4(n - 1)$

Pattern 3             $a = 1 + 2n + n$

Pattern 4             $a = 2 + 3n$

8. Nedan visas några andra korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4 (rekursiva formler). Finns som kopieringsunderlag (sid 48). Välj ut något samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska tolka sambandet med hjälp av mönstret. Gruppen kan även själv formulera ett samband utifrån ett annat mönster.

The number of matchsticks ( $a_n$ ) in figure  $n$ :

Pattern 1             $a_1 = 4$  and  $a_{n+1} = a_n + 2$

Pattern 2             $a_1 = 5$  and  $a_{n+1} = a_n + 4$

Pattern 3             $a_1 = 4$  and  $a_{n+1} = a_n + 3$

Pattern 4             $a_1 = 5$  and  $a_{n+1} = a_n + 3$

9. Kan genomföras om både punkt 7 och 8 har diskuterats. Discuss the advantages and disadvantages of the different types of formula.

## Förslag till godtagbara svar och motiveringar för Version 1 – Mönster, tändstickor

Svar och motiveringar ska ses som ett servicematerial till lärare och man kan inte förvänta sig att eleverna svarar och motiverar exakt på detta sätt.

Förslag till några svar för Del 1 och 2:

|           | Funktionsuttryck | Graf |
|-----------|------------------|------|
| Mönster 1 | $y = 2x + 2$     | B    |
| Mönster 2 | $y = 4x + 1$     | F    |
| Mönster 3 | $y = 3x + 1$     | D    |
| Mönster 4 | $y = 3x + 2$     | E    |
|           | $y = 2x + 3$     | A    |
|           | $y = x + 3$      | C    |

Förslag till svar för några diskussionsuppgifter:

Hur ser ett mönster ut där punkterna *inte* ligger utmed en rät linje?

- Eleverna kan ge exempel på ett mönster som både växer och avtar eller ett mönster som växer kvadratisk.

Hur kan man hitta figur 0? Finns det olika sätt?

- I bild genom att visa vilken/vilka stickor som är kvar.
- I graf genom att visa skärningen med  $y$ -axeln.
- Med formel genom att beräkna funktionsvärdet då  $x = 0$ .

Sambandet mellan antalet tändstickor och figurens nummer är en funktion.

Förklara varför.

- Eftersom varje figurnummer har ett bestämt antal tändstickor.  
Definitionsmängd: De naturliga talen.

Nedan anges några korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4. Välj ut något eller några samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska utgå från sambanden och beskriva vad som händer i mönstren.

- I mönster 1 är det hela tiden fyra stickor på ändarna och för varje figur ökar det med två stickor i mitten.

Diskutera för- och nackdelar med de olika formeltyperna.

- En rekursiv formel är ibland lättare att ange (hitta) men svår att använda för t.ex. figur nr 100.

# Bedömningsmatris till Version 1 – Mönster, tändstickor

(3/4/4)

|                               | E                                                                                                                                                                                                                                                               | C                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | A                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Metod och genomförande</b> | <p>Eleven beskriver hur mönstret utvecklas eller visar att ett algebraiskt samband stämmer med ett mönster genom att pröva med några värden.</p> <p>+E<sub>PL</sub></p>                                                                                         | <p>Eleven beskriver samband mellan figurens nummer och antalet tändstickor i ord eller visar hur något algebraiskt samband stämmer överens med bilden av ett mönster eller ger exempel på icke-linjära mönster.</p> <p>+C<sub>PL</sub></p>                                                                          | <p>Eleven beskriver sambandet mellan figurens nummer och antalet tändstickor med formel eller visar att ett givet algebraiskt samband stämmer överens med ett mönster genom att använda generella beskrivningar eller beskriver utförligt icke-linjära mönster med hjälp av olika representationer.</p> <p>+A<sub>PL</sub></p> |
| <b>Resonemang</b>             | <p>Eleven för ett enkelt resonemang kring hur mönster och graf stämmer överens, t.ex. genom att ange en eller ett par gemensamma punkter för exempelvis graf och mönster eller genom att redogöra för figur 0 i någon representation.</p> <p>+E<sub>R</sub></p> | <p>Eleven för välgrundade resonemang kring hur mönster och graf stämmer överens, t.ex. genom att hänvisa till konstant ökning eller beskriver varför graferna är punkter och inte linjer eller genom att redogöra för figur 0 i flera representationer (graf, bild, talföljd och formel).</p> <p>+C<sub>R</sub></p> | <p>Eleven för välgrundade och nyanserade matematiska resonemang, t.ex. genom att godtagbart definiera funktioner eller beskriver icke-linjära samband eller resonerar kring en rekursiv formel.</p> <p>+A<sub>R</sub></p>                                                                                                      |
|                               | <p>Eleven bidrar med någon enkel kommentar vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.</p> <p>+E<sub>R</sub></p>                                                                                                                                      | <p>Eleven bidrar med idéer och kommentarer vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.</p> <p>+C<sub>R</sub></p>                                                                                                                                                                                          | <p>Eleven bidrar med förklaringar eller välgrundade argument vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.</p> <p>+A<sub>R</sub></p>                                                                                                                                                                                   |
| <b>Kommunikation</b>          |                                                                                                                                                                                                                                                                 | <p>Eleven uttrycker sig med viss säkerhet och använder ett relevant matematiskt språk.</p> <p>+C<sub>K</sub></p>                                                                                                                                                                                                    | <p>Eleven uttrycker sig med säkerhet och använder ett relevant och korrekt matematiskt språk.</p> <p>+A<sub>K</sub></p>                                                                                                                                                                                                        |

## **Version 2 – Mönster, prickar**

### **Del 1 (Prickmönster)**

**Enskilda uppgifter med möjlighet till efterföljande kommentarer.**

Dela ut bladet ”Version 2 – Mönster, prickar” med de fyra prickmönstren till eleverna.

Låt eleverna studera alla mönster en kort stund och tilldela sedan en elev det första prickmönstret och låt eleven besvara frågan:

- Hur utvecklas Mönster 1?

Har eleven svårigheter att beskriva hur mönstret utvecklas kan stödfrågor eller följdfrågor ställas. Exempel på frågor: Hur många prickar ökar ditt mönster med? Hur skulle du göra för att ta reda på hur många prickar det behövs för att bygga figur nr 10?

Stanna kvar i Mönster 1 och låt samma elev besvara uppgiften:

- Ange ett samband mellan figurens nummer och antalet prickar med ord eller formel.

Därefter har övriga elever möjlighet att kommentera detta mönster, elevens beskrivning av hur mönstret utvecklas eller sambandet mellan figurens nummer och antalet prickar.

Upprepa sedan punkt 1 och 2 ovan för nästa elev som ska beskriva Mönster 2 osv.

### **Del 2 (Koordinatsystem)**

**Enskilda uppgifter med möjlighet till efterföljande kommentarer.**

Dela ut bladet ”Version 2 – Koordinatsystem, prickar” med de sex graferna Graf A–F till eleverna.

Nu är det lämpligt att låta en annan elev börja besvara frågan:

- Vilken graf passar till ditt mönster? Motivera. Hur ser du det?

Låt eleverna kommentera varandras förslag.

Upprepa punkten för övriga elever i gruppen.

### Del 3 (Diskussionsuppgifter)

#### Gruppdiskussion.

Välj lämpliga och lämpligt antal diskussionsuppgifter till gruppen. Det kan t.ex. vara så att någon fråga redan diskuterats under uppgift 1 och 2 och då behöver den inte ställas igen. Eventuellt kan någon/några av diskussionsuppgifterna riktas direkt till någon elev för att få ytterligare underlag för bedömningen.

1. I koordinatsystemen finns det punkter men inga linjer. Varför?
2. På sidan med grafer passade inte Graf A respektive Graf C till något av de givna mönstren. Hur skulle ett mönster kunna vara uppbyggt som passar till Graf A respektive Graf C?
3. Punkterna i koordinatsystemen ligger utmed en rät linje. Varför? Hur syns detta i mönstret eller formeln?
4. Hur ser ett mönster ut där punkterna inte ligger utmed en rät linje?  
Ev. följdfråga: Hur skulle ett mönster som växer kvadratiskt kunna se ut?
5. Hur kan man hitta figur 0? Finns det olika sätt?
6. Sambandet mellan antalet prickar och figurens nummer är en funktion.  
Förklara varför. Vilken är definitionsmängden?
7. Nedan anges några korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4. Finns som kopieringsunderlag (sid. 40). Välj ut något eller några samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska utgå från sambanden och beskriva vad som händer i mönstren.

Antal prickar ( $a$ ) i figur  $n$ :

$$\text{Mönster 1} \quad a = 1 + 2n + n$$

$$\text{Mönster 2} \quad a = 5 + 3(n - 1)$$

$$\text{Mönster 3} \quad a = 1 + 4n$$

$$\text{Mönster 4} \quad a = 2n + 2$$

8. Nedan visas några andra korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4 (rekursiva formler). Finns som kopieringsunderlag (sid. 40). Välj ut något samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska tolka sambandet med hjälp av mönstret. Gruppen kan även själv formulera ett samband utifrån ett annat mönster.

Antal prickar ( $a_n$ ) i figur  $n$ :

$$\text{Mönster 1} \quad a_1 = 4 \text{ och } a_{n+1} = a_n + 3$$

$$\text{Mönster 2} \quad a_1 = 5 \text{ och } a_{n+1} = a_n + 3$$

$$\text{Mönster 3} \quad a_1 = 5 \text{ och } a_{n+1} = a_n + 4$$

$$\text{Mönster 4} \quad a_1 = 4 \text{ och } a_{n+1} = a_n + 2$$

9. Kan genomföras om både punkt 7 och 8 har diskuterats. Diskutera för- och nackdelar med de olika formeltyperna.

## Version 2 – Pattern, dots

### Del 1 (Prickmönster)

Enskilda uppgifter med möjlighet till efterföljande kommentarer.

Dela ut bladet ”Version 2 – Mönster, prickar” med de fyra prickmönstren till eleverna.

Låt eleverna studera alla mönster en kort stund och tilldela sedan en elev det första prickmönstret och låt eleven besvara frågan:

- How does Pattern 1 develop?

Har eleven svårigheter att beskriva hur mönstret utvecklas kan stödfrågor eller följdfrågor ställas. Exempel på frågor: How many dots does your pattern increase by? What would you do to find out how many dots are needed to build figure number 10?

Stanna kvar i Mönster 1 och låt samma elev besvara uppgiften:

- State a relation between the number of the figure and the number of dots in words or in a formula.

Därefter har övriga elever möjlighet att kommentera detta mönster, elevens beskrivning av hur mönstret utvecklas eller sambandet mellan figurens nummer och antalet prickar.

Upprepa sedan punkt 1 och 2 ovan för nästa elev som ska beskriva Mönster 2 osv.

### Del 2 (Koordinatsystem)

Enskilda uppgifter med möjlighet till efterföljande kommentarer.

Dela ut bladet ”Version 2 – Koordinatsystem, prickar” med de sex graferna Graf A–F till eleverna.

Nu är det lämpligt att låta en annan elev börja besvara frågan:

- Which graph fits your pattern? Give your reasons. How can you see that?

Låt eleverna kommentera varandras förslag.

Upprepa punkten för övriga elever i gruppen.

### Del 3 (Diskussionsuppgifter)

#### Gruppdiskussion.

Välj lämpliga och lämpligt antal diskussionsuppgifter till gruppen. Det kan t.ex. vara så att någon fråga redan diskuterats under uppgift 1 och 2 och då behöver den inte ställas igen. Eventuellt kan någon/några av diskussionsuppgifterna riktas direkt till någon elev för att få ytterligare underlag för bedömningen.

1. The coordinate systems contain points but no lines. Why?
2. On the page with the graphs there were two graphs (Graph A and Graph C) that did not fit any of the patterns given. How could a pattern be built up that fits Graph A and Graph C respectively?
3. The points in the coordinate systems are on a straight line. Why? How is this seen in the pattern and/or the formula?
4. What does a pattern look like when the points are not on a straight line?  
Possible follow-up question: What could a pattern that grows quadratically look like?
5. How can you find figure 0? Are there different ways?
6. The relation between the number of dots and the number of the figure is a function. Explain why. What is the domain?
7. Nedan anges några korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4. Finns som kopieringsunderlag (sid 52). Välj ut något eller några samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska utgå från sambanden och beskriva vad som händer i mönstren.

The number of dots ( $a$ ) in figure  $n$ :

Pattern 1             $a = 1 + 2n + n$

Pattern 2             $a = 5 + 3(n - 1)$

Pattern 3             $a = 1 + 4n$

Pattern 4             $a = 2n + 2$

8. Nedan visas några andra korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4 (rekursiva formler). Finns som kopieringsunderlag (sid 52). Välj ut något samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska tolka sambandet med hjälp av mönstret. Gruppen kan även själv formulera ett samband utifrån ett annat mönster.

The number of dots ( $a_n$ ) in figure  $n$ :

Pattern 1             $a_1 = 4$  and  $a_{n+1} = a_n + 3$

Pattern 2             $a_1 = 5$  and  $a_{n+1} = a_n + 3$

Pattern 3             $a_1 = 5$  and  $a_{n+1} = a_n + 4$

Pattern 4             $a_1 = 4$  and  $a_{n+1} = a_n + 2$

9. Kan genomföras om både punkt 7 och 8 har diskuterats. Discuss the advantages and disadvantages of the different types of formula.

## Förslag till godtagbara svar och motiveringar för Version 2 – Mönster, prickar

Svar och motiveringar ska ses som ett servicematerial till lärare och man kan inte förvänta sig att eleverna svarar och motiverar exakt på detta sätt.

Förslag till några svar för Del 1 och 2:

|           | Funktionsuttryck | Graf |
|-----------|------------------|------|
| Mönster 1 | $y = 3x + 1$     | D    |
| Mönster 2 | $y = 3x + 2$     | E    |
| Mönster 3 | $y = 4x + 1$     | F    |
| Mönster 4 | $y = 2x + 2$     | B    |
|           | $y = 2x + 3$     | A    |
|           | $y = x + 3$      | C    |

Förslag till svar för några diskussionsuppgifter:

Hur ser ett mönster ut där punkterna inte ligger utmed en rät linje?

- Eleverna kan ge exempel på ett mönster som både växer och avtar eller ett mönster som växer kvadratisk.

Hur kan man hitta figur 0? Finns det olika sätt?

- I bild genom att visa vilken/vilka punkter som är kvar.
- I graf genom att visa skärningen med  $y$ -axeln.
- Med formel genom att beräkna funktionsvärdet då  $x = 0$ .

Sambandet mellan antalet punkter och figurens nummer är en funktion. Förklara varför.

- Eftersom varje figurnummer har ett bestämt antal punkter.  
Definitionsmängd: De naturliga talen.

Nedan anges några korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4. Välj ut något eller några samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska utgå från sambanden och beskriva vad som händer i mönstren.

- I mönster 2 är det fem prickar från början och så ökar det med tre prickar för varje figur.

Diskutera för- och nackdelar med de olika formeltyperna.

- En rekursiv formel är ibland lättare att ange (hitta) men svår att använda för t.ex. figur nr 100.

## Bedömningsmatris till Version 2 – Mönster, prickar

(3/4/4)

|                               | E                                                                                                                                                                                                                                                                       | C                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | A                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Metod och genomförande</b> | <p>Eleven beskriver hur mönstret utvecklas<br/><i>eller</i><br/>visar att ett algebraiskt samband stämmer med ett mönster genom att pröva med några värden.</p> <p>+E<sub>PL</sub></p>                                                                                  | <p>Eleven beskriver samband mellan figurens nummer och antalet prickar i ord<br/>eller<br/>visar hur något algebraiskt samband stämmer överens med bilden av ett mönster<br/>eller<br/>ger exempel på icke-linjära mönster.</p> <p>+C<sub>PL</sub></p>                                                                              | <p>Eleven beskriver sambandet mellan figurens nummer och antalet prickar med formel<br/>eller<br/>visar att ett givet algebraiskt samband stämmer överens med ett mönster genom att använda generella beskrivningar<br/>eller<br/>beskriver utförligt icke-linjära mönster med hjälp av olika representationer.</p> <p>+A<sub>PL</sub></p> |
| <b>Resonemang</b>             | <p>Eleven för ett enkelt resonemang kring hur mönster och graf stämmer överens, t.ex. genom att ange en eller ett par gemensamma punkter för exempelvis graf och mönster<br/>eller<br/>genom att redogöra för figur 0 i någon representation.</p> <p>+E<sub>R</sub></p> | <p>Eleven för välgrundade resonemang kring hur mönster och graf stämmer överens, t.ex. genom att hänvisa till konstant ökning<br/>eller<br/>beskriver varför graferna är punkter och inte linjer<br/>eller<br/>genom att redogöra för figur 0 i flera representationer (graf, bild, talföljd och formel).</p> <p>+C<sub>R</sub></p> | <p>Eleven för välgrundade och nyanserade matematiska resonemang, t.ex. genom att godtagbart definiera funktioner<br/>eller<br/>beskriver icke-linjära samband<br/>eller<br/>resonerar kring en rekursiv formel.</p> <p>+A<sub>R</sub></p>                                                                                                  |
|                               | <p>Eleven bidrar med någon enkel kommentar vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.</p> <p>+E<sub>R</sub></p>                                                                                                                                              | <p>Eleven bidrar med idéer och kommentarer vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.</p> <p>+C<sub>R</sub></p>                                                                                                                                                                                                          | <p>Eleven bidrar med förklaringar eller välgrundade argument vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.</p> <p>+A<sub>R</sub></p>                                                                                                                                                                                               |
| <b>Kommunikation</b>          |                                                                                                                                                                                                                                                                         | <p>Eleven uttrycker sig med viss säkerhet och använder ett relevant matematiskt språk.</p> <p>+C<sub>K</sub></p>                                                                                                                                                                                                                    | <p>Eleven uttrycker sig med säkerhet och använder ett relevant och korrekt matematiskt språk.</p> <p>+A<sub>K</sub></p>                                                                                                                                                                                                                    |



## Kopieringsunderlag

## Information till eleverna

Här följer en beskrivning av det muntliga delprovet som ingår i det nationella provet. Delprovet genomförs i grupper om 3–4 elever som sitter tillsammans med läraren. Genomförandet är likartat med det muntliga delprovet i matematik i årskurs 9.

- Det muntliga delprovet handlar om mönster.
- Läraren kommer både att ställa individuella frågor och frågor att diskutera i grupp.
- Dina insatser under det muntliga delprovet bedöms efter i vilken grad du
  - analyserar och löser matematiska problem samt tolkar och värderar metoder och resultat
  - för matematiska resonemang, underbygger dina resonemang samt värderar och vidareutvecklar egna och andras resonemang
  - uttrycker dig i tal och använder ett matematiskt språk.

Tänk på att du har möjlighet att visa vad du kan vid din redovisning och i diskussionen efter kamraternas redovisningar. Dina insatser på detta delprov bedöms och sammanställs med ett antal E-, C- och A-poäng. Resultatet på det muntliga delprovet räknas samman med resultaten på de skriftliga delproven.

## Förenklad bedömningsmatris

Version 1 – Mönster, tändstickor och Version 2 – Mönster, prickar

|                               | <b>E</b>         | <b>C</b>         | <b>A</b>         |
|-------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| <b>Metod och genomförande</b> | +E <sub>PL</sub> | +C <sub>PL</sub> | +A <sub>PL</sub> |
| <b>Resonemang</b>             | +E <sub>R</sub>  | +C <sub>R</sub>  | +A <sub>R</sub>  |
|                               | +E <sub>R</sub>  | +C <sub>R</sub>  | +A <sub>R</sub>  |
| <b>Kommunikation</b>          |                  | +C <sub>K</sub>  | +A <sub>K</sub>  |

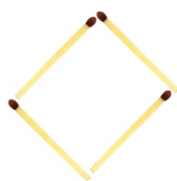
|                               | <b>E</b>         | <b>C</b>         | <b>A</b>         |
|-------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| <b>Metod och genomförande</b> | +E <sub>PL</sub> | +C <sub>PL</sub> | +A <sub>PL</sub> |
| <b>Resonemang</b>             | +E <sub>R</sub>  | +C <sub>R</sub>  | +A <sub>R</sub>  |
|                               | +E <sub>R</sub>  | +C <sub>R</sub>  | +A <sub>R</sub>  |
| <b>Kommunikation</b>          |                  | +C <sub>K</sub>  | +A <sub>K</sub>  |

|                               | <b>E</b>         | <b>C</b>         | <b>A</b>         |
|-------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| <b>Metod och genomförande</b> | +E <sub>PL</sub> | +C <sub>PL</sub> | +A <sub>PL</sub> |
| <b>Resonemang</b>             | +E <sub>R</sub>  | +C <sub>R</sub>  | +A <sub>R</sub>  |
|                               | +E <sub>R</sub>  | +C <sub>R</sub>  | +A <sub>R</sub>  |
| <b>Kommunikation</b>          |                  | +C <sub>K</sub>  | +A <sub>K</sub>  |

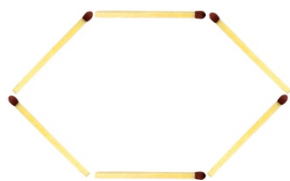
|                               | <b>E</b>         | <b>C</b>         | <b>A</b>         |
|-------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| <b>Metod och genomförande</b> | +E <sub>PL</sub> | +C <sub>PL</sub> | +A <sub>PL</sub> |
| <b>Resonemang</b>             | +E <sub>R</sub>  | +C <sub>R</sub>  | +A <sub>R</sub>  |
|                               | +E <sub>R</sub>  | +C <sub>R</sub>  | +A <sub>R</sub>  |
| <b>Kommunikation</b>          |                  | +C <sub>K</sub>  | +A <sub>K</sub>  |

## Version 1 – Mönster, tändstickor

### Mönster 1



Figur 1



Figur 2

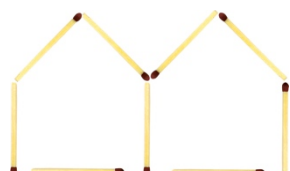


Figur 3

### Mönster 2



Figur 1



Figur 2



Figur 3

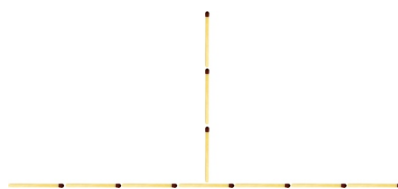
### Mönster 3



Figur 1



Figur 2

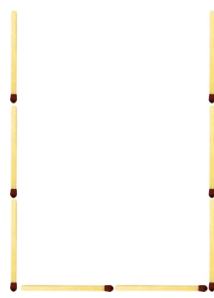


Figur 3

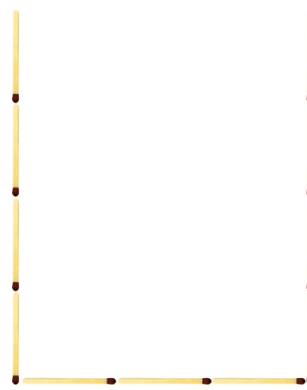
### Mönster 4



Figur 1



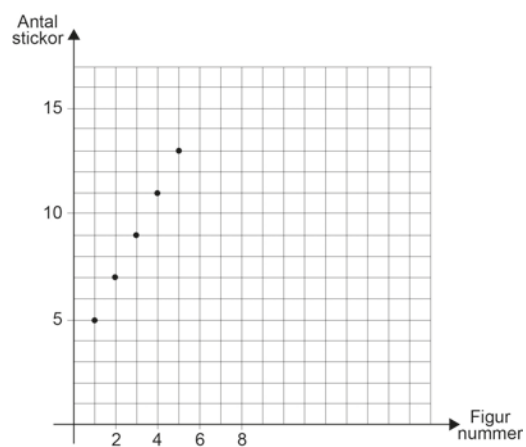
Figur 2



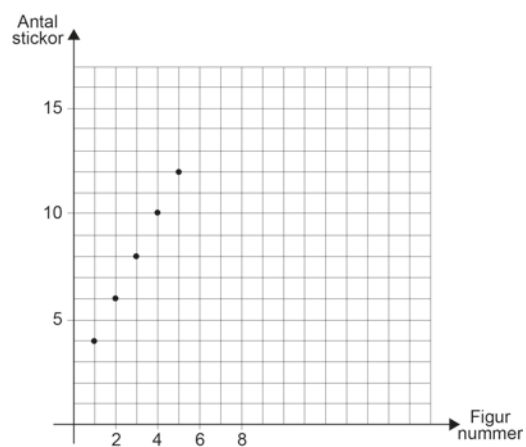
Figur 3

## Version 1 – Koordinatsystem, tändstickor

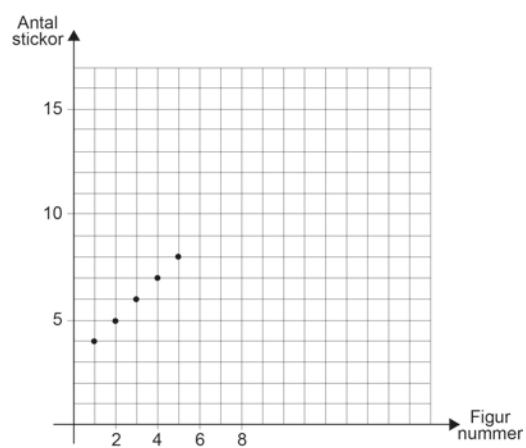
Graf A



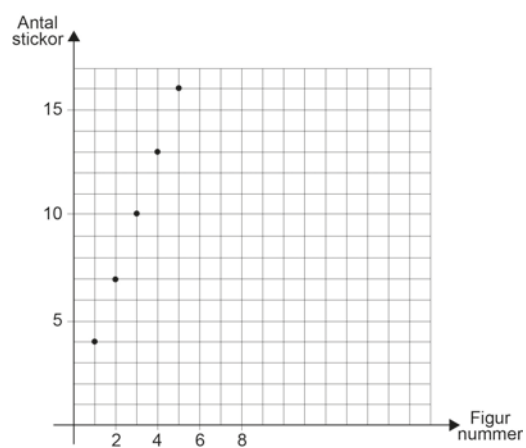
Graf B



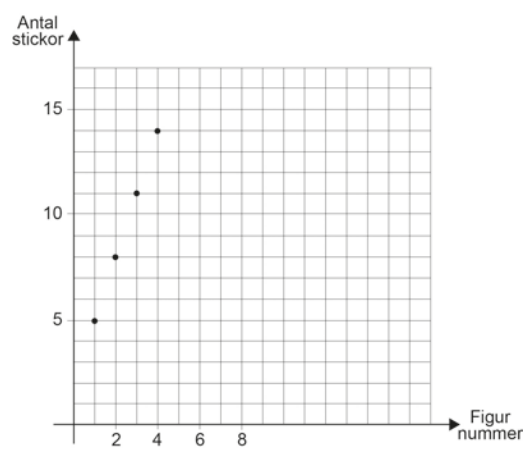
Graf C



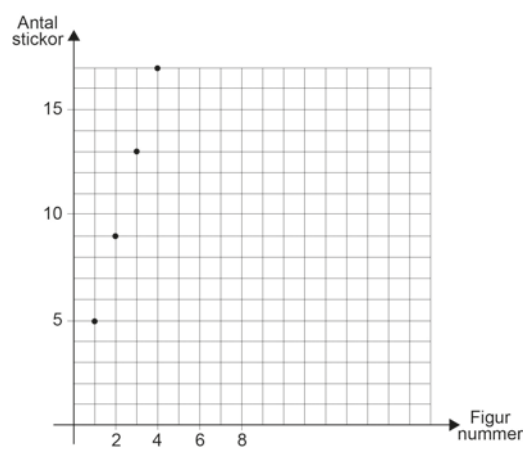
Graf D



Graf E



Graf F



## Version 1 – Formler, tändstickor

Antal tändstickor ( $a$ ) i figur  $n$ :

$$a = 4 + 2(n - 1)$$

$$a = 5 + 4(n - 1)$$

$$a = 1 + 2n + n$$

$$a = 2 + 3n$$

Antal tändstickor ( $a_n$ ) i figur  $n$ :

$$a_1 = 4 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 2$$

$$a_1 = 5 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 4$$

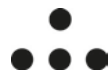
$$a_1 = 4 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$a_1 = 5 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$



## Version 2 – Mönster, prickar

### Mönster 1



Figur 1



Figur 2



Figur 3

### Mönster 2



Figur 1

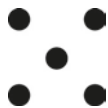


Figur 2



Figur 3

### Mönster 3



Figur 1



Figur 2



Figur 3

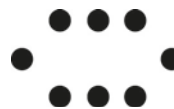
### Mönster 4



Figur 1



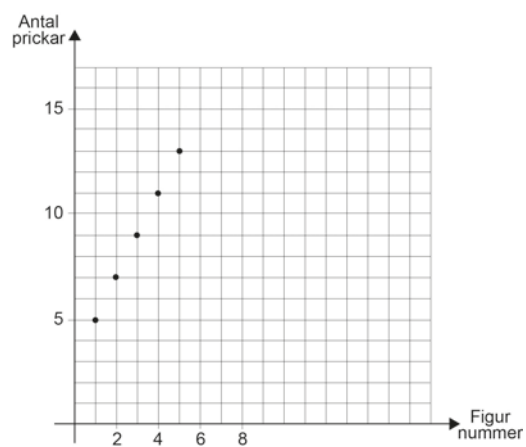
Figur 2



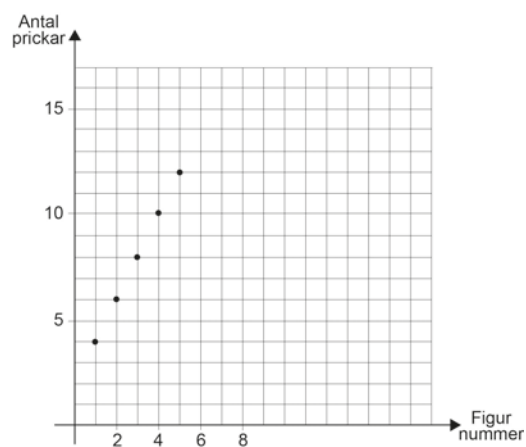
Figur 3

## Version 2 – Koordinatsystem, prickar

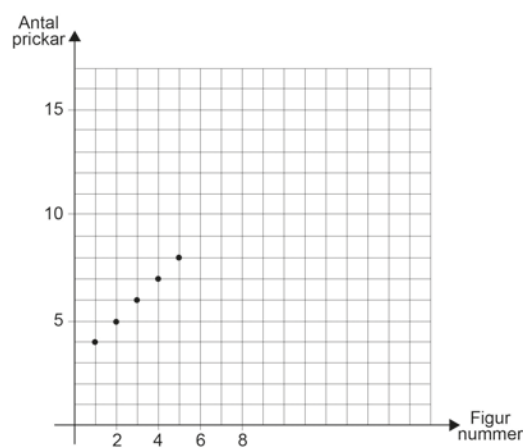
Graf A



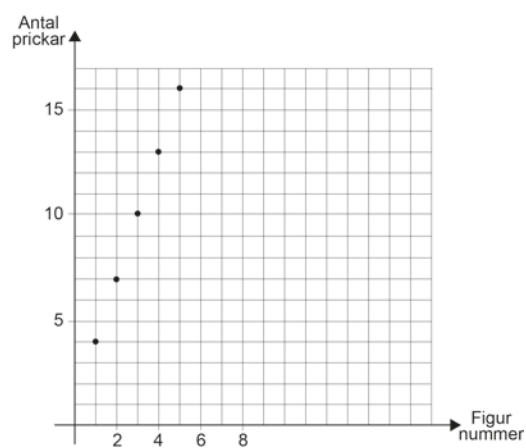
Graf B



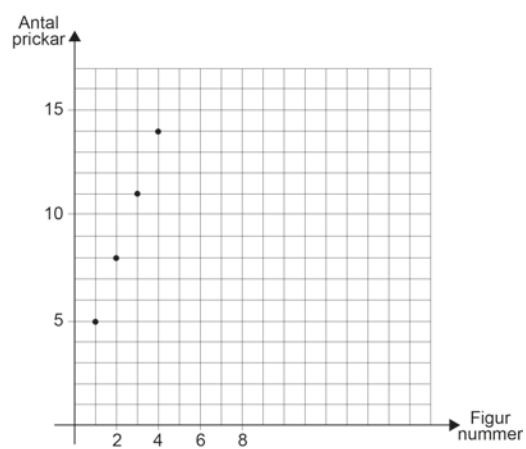
Graf C



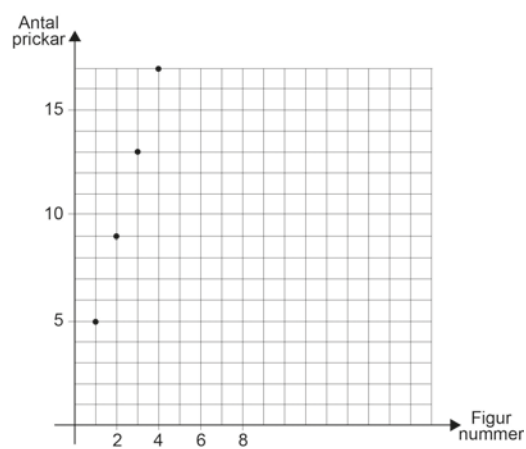
Graf D



Graf E



Graf F



## Version 2 – Formler, prickar

Antal prickar ( $a$ ) i figur  $n$ :

$$a = 1 + 2n + n$$

$$a = 5 + 3(n - 1)$$

$$a = 1 + 4n$$

$$a = 2n + 2$$

Antal prickar ( $a_n$ ) i figur  $n$ :

$$a_1 = 4 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$a_1 = 5 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$a_1 = 5 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 4$$

$$a_1 = 4 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 2$$





**For copying**

## Information to the pupils

Here is a description of the oral part included in the national test. The test is carried out in groups of 3–4 pupils sitting with their teacher around a table. It is carried out in a similar way to the oral part in mathematics in Year 9.

- The oral part is about patterns.
- The teacher will ask both individual questions and questions to discuss in the group.
- Your performance in the oral part will be assessed according to how you
  - analyse and solve mathematical problems and interpret and assess methods and results.
  - make mathematical arguments, provide backing for your arguments and assess and develop your own arguments and those of others.
  - express yourself orally and use mathematical language.

Remember that you have the chance to show what you can do in your own presentation and in the discussion after your classmates' presentations. Your performance in this part is compiled as a number of E, C and A points. The result of the oral part is added up along with the results of the written parts.

## Förenklad bedömningsmatris

Version 1 – Mönster, tändstickor och Version 2 – Mönster, prickar

|                               | <b>E</b>         | <b>C</b>         | <b>A</b>         |
|-------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| <b>Metod och genomförande</b> | +E <sub>PL</sub> | +C <sub>PL</sub> | +A <sub>PL</sub> |
| <b>Resonemang</b>             | +E <sub>R</sub>  | +C <sub>R</sub>  | +A <sub>R</sub>  |
|                               | +E <sub>R</sub>  | +C <sub>R</sub>  | +A <sub>R</sub>  |
| <b>Kommunikation</b>          |                  | +C <sub>K</sub>  | +A <sub>K</sub>  |

|                               | <b>E</b>         | <b>C</b>         | <b>A</b>         |
|-------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| <b>Metod och genomförande</b> | +E <sub>PL</sub> | +C <sub>PL</sub> | +A <sub>PL</sub> |
| <b>Resonemang</b>             | +E <sub>R</sub>  | +C <sub>R</sub>  | +A <sub>R</sub>  |
|                               | +E <sub>R</sub>  | +C <sub>R</sub>  | +A <sub>R</sub>  |
| <b>Kommunikation</b>          |                  | +C <sub>K</sub>  | +A <sub>K</sub>  |

|                               | <b>E</b>         | <b>C</b>         | <b>A</b>         |
|-------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| <b>Metod och genomförande</b> | +E <sub>PL</sub> | +C <sub>PL</sub> | +A <sub>PL</sub> |
| <b>Resonemang</b>             | +E <sub>R</sub>  | +C <sub>R</sub>  | +A <sub>R</sub>  |
|                               | +E <sub>R</sub>  | +C <sub>R</sub>  | +A <sub>R</sub>  |
| <b>Kommunikation</b>          |                  | +C <sub>K</sub>  | +A <sub>K</sub>  |

|                               | <b>E</b>         | <b>C</b>         | <b>A</b>         |
|-------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| <b>Metod och genomförande</b> | +E <sub>PL</sub> | +C <sub>PL</sub> | +A <sub>PL</sub> |
| <b>Resonemang</b>             | +E <sub>R</sub>  | +C <sub>R</sub>  | +A <sub>R</sub>  |
|                               | +E <sub>R</sub>  | +C <sub>R</sub>  | +A <sub>R</sub>  |
| <b>Kommunikation</b>          |                  | +C <sub>K</sub>  | +A <sub>K</sub>  |

## Version 1 – Pattern, matchsticks

### Pattern 1

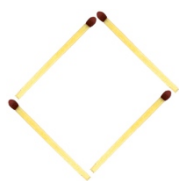


Figure 1

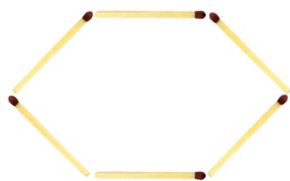


Figure 2



Figure 3

### Pattern 2



Figure 1

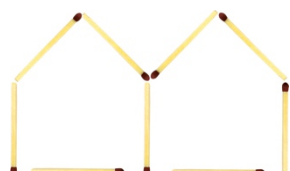


Figure 2



Figure 3

### Pattern 3



Figure 1



Figure 2



Figure 3

### Pattern 4



Figure 1

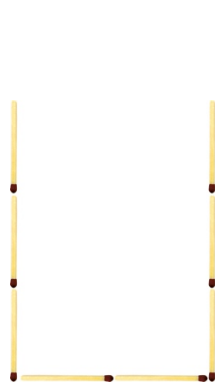


Figure 2

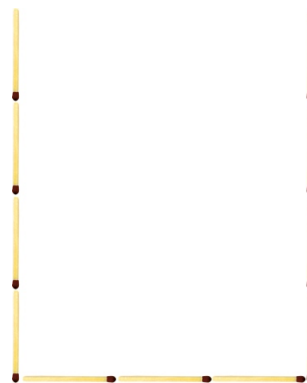
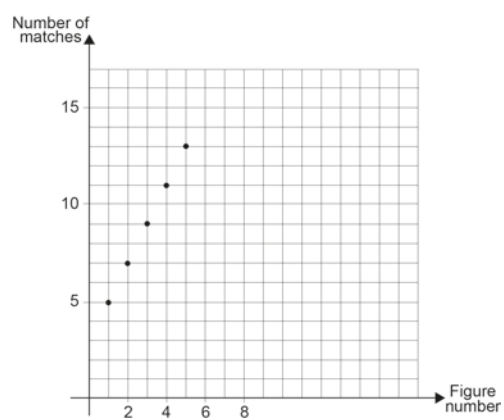


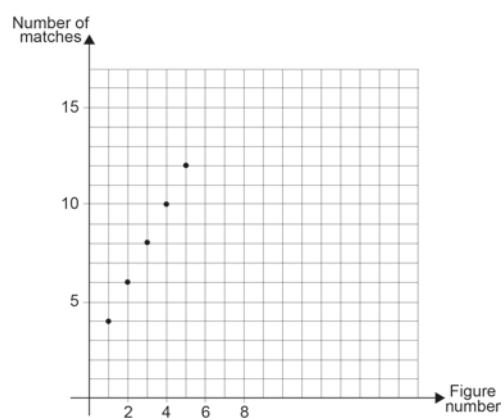
Figure 3

## Version 1 – Coordinate Systems, matchsticks

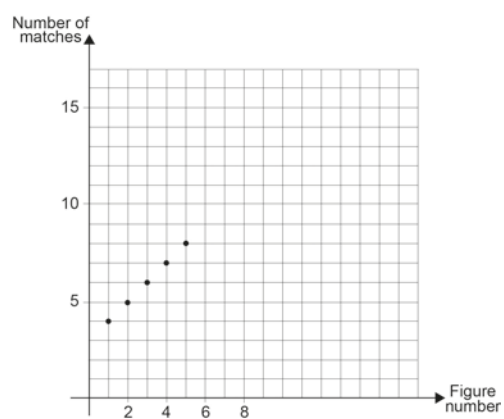
Graph A



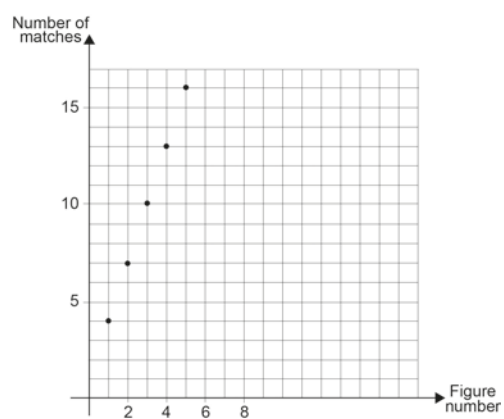
Graph B



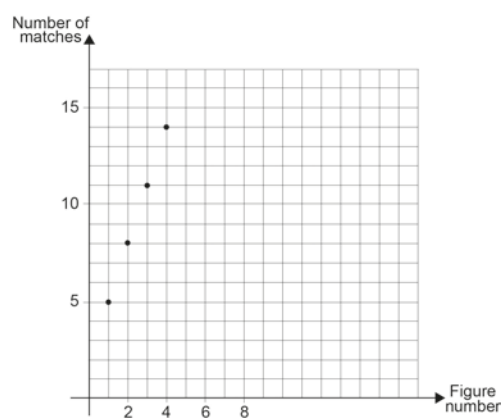
Graph C



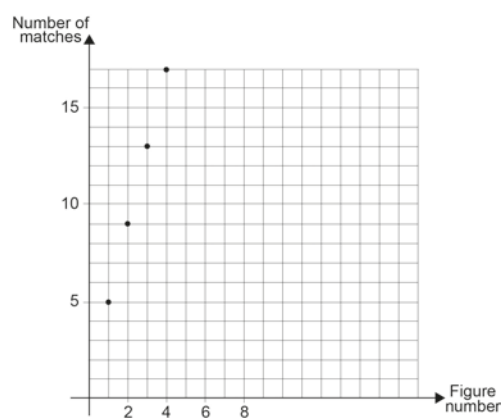
Graph D



Graph E



Graph F



## Version 1 – Formulas, matchsticks

The number of matchsticks ( $a$ ) in figure  $n$ :

$$a = 4 + 2(n - 1)$$

$$a = 5 + 4(n - 1)$$

$$a = 1 + 2n + n$$

$$a = 2 + 3n$$

The number of matchsticks ( $a_n$ ) in figure  $n$ :

$$a_1 = 4 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 2$$

$$a_1 = 5 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 4$$

$$a_1 = 4 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$a_1 = 5 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$



## Version 2 – Pattern, dots

### Pattern 1



Figure 1



Figure 2



Figure 3

### Pattern 2

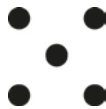


Figure 1

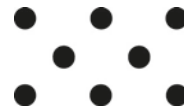


Figure 2

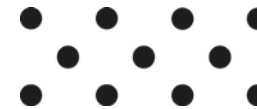


Figure 3

### Pattern 3

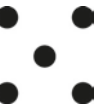


Figure 1



Figure 2



Figure 3

### Pattern 4



Figure 1



Figure 2

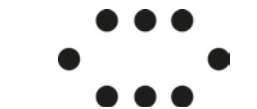
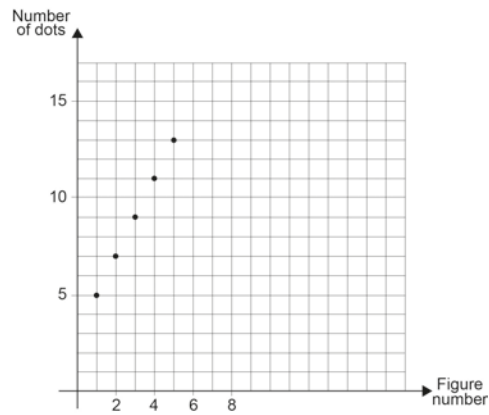


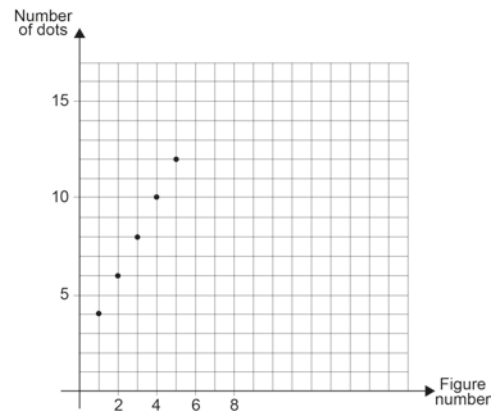
Figure 3

## Version 2 – Coordinate Systems, dots

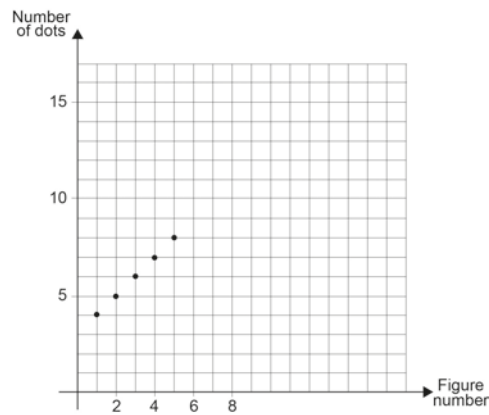
Graph A



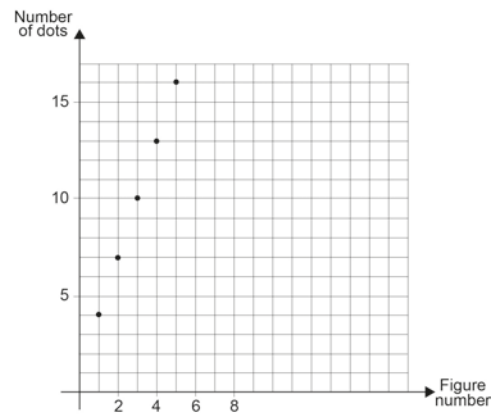
Graph B



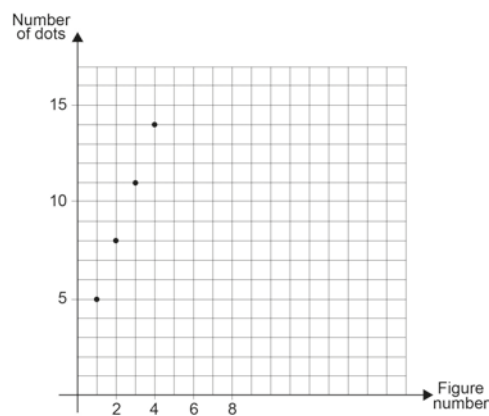
Graph C



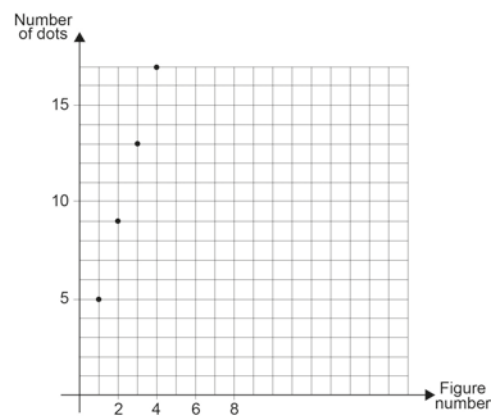
Graph D



Graph E



Graph F



## Version 2 – Formulas, dots

The number of dots ( $a$ ) in figure  $n$ :

$$a = 1 + 2n + n$$

$$a = 5 + 3(n - 1)$$

$$a = 1 + 4n$$

$$a = 2n + 2$$

The number of dots ( $a_n$ ) in figure  $n$ :

$$a_1 = 4 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$a_1 = 5 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$a_1 = 5 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 4$$

$$a_1 = 4 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 2$$







