Delprov B	Uppgift 1–11. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 12–18. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för delprov B och delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 58 poäng varav 21 E-, 21 C- och 16 A-poäng.

Gräns för provbetyget
E: 15 poäng
D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 31 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 39 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 45 poäng varav 8 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ______________________________

Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i elevhäftet.

1. Ett av alternativen A–D är ett exempel på en primitiv funktion till funktionen $f(x) = x^3 - 2x$. Vilket?

A. $F(x) = 3x^2 - 2$

B. $F(x) = \frac{x^4}{4} - 4x$

C. $F(x) = \frac{x^4}{4} - x^2$

D. $F(x) = x^4 - 2x^2$ ______________________ (1/0/0)

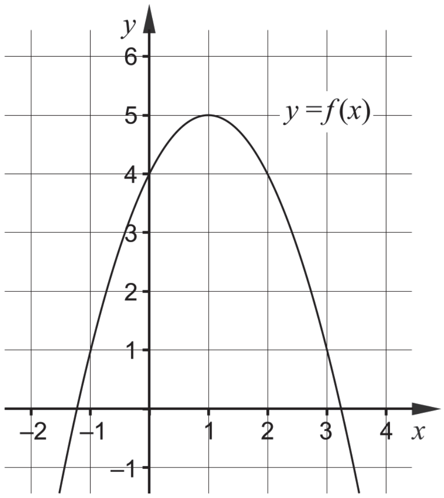
2. Den 1 augusti varje sommar inventeras (räknas) antalet gråsälar i Östersjön. Tabellen visar resultatet.

År	Antal gråsälar
2013	28 000
2014	32 000
2015	31 000
2016	30 000
2017	30 000
2018	34 000
2019	38 000

Använd tabellen och bestäm den genomsnittliga förändringshastigheten för antalet gråsälar från den 1 augusti 2015 till den 1 augusti 2018.

________________ sälar/år (1/0/0)

3. Figuren visar grafen till funktionen f.



Använd grafen och ange vilket av alternativen A–F som är det bästa värdet till $f'(2)$.

A. 4

B. 2

C. $0,5$

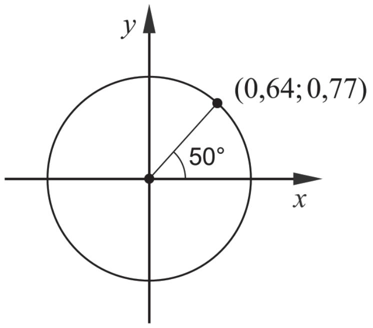
D. $-0,5$

E. -2

F. -4 _______________________ (1/0/0)

4. Beräkna värdet av uttrycket $|3x-7|$ då $x=2$ _______________________ (1/0/0)

5. Figuren visar en enhetscirkel där en punkt och en vinkel är markerade.



Använd figuren och bestäm värdet för

a) $\sin 50°$ ______________________ (1/0/0)

b) $\cos 230°$ ______________________ (0/1/0)

6. Bestäm $f'(x)$ då

a) $f(x) = 4x^3 - 12x$ $f'(x) =$ ______________________ (1/0/0)

b) $f(x) = ax^2 - \dfrac{4}{x}$ $f'(x) =$ ______________________ (0/1/0)

c) $f(x) = \dfrac{1}{3^{-2x}}$ $f'(x) =$ ______________________ (0/0/1)

7. Förenkla uttrycken så långt som möjligt.

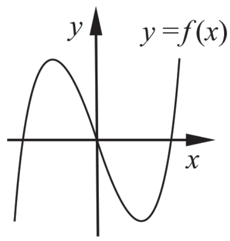
a) $\dfrac{5x^3 - x^6}{x^3}$ ______________________ (1/0/0)

b) $\dfrac{2x^2 + 12x + 18}{2(x^2 - 9)}$ ______________________ (0/1/0)

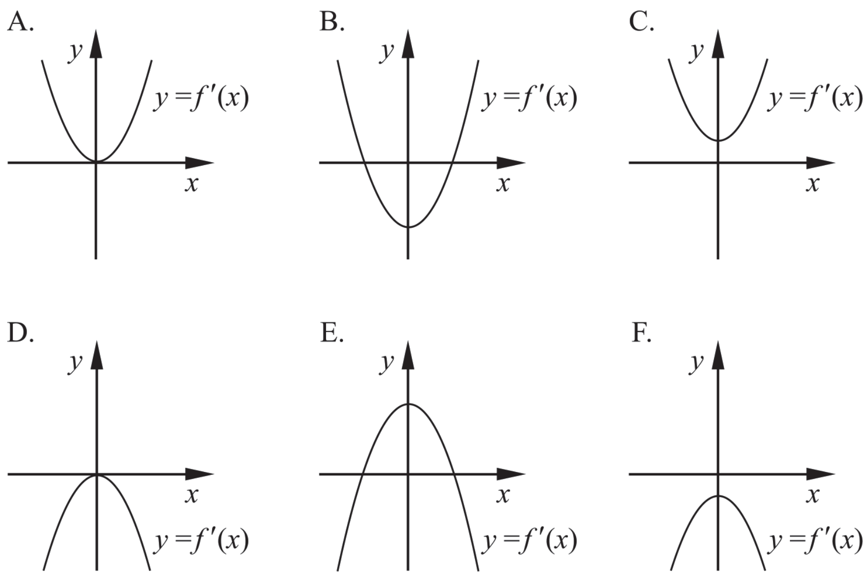
c) $\dfrac{2e^x \cdot e^{-ax} - e^x}{e^{-ax} - 0,5}$ ______________________ (0/0/1)

8. Lös ekvationen $3x^4 - 8x = 2x^4$ ____________________ (0/1/0)

9. Figuren visar grafen till funktionen f.

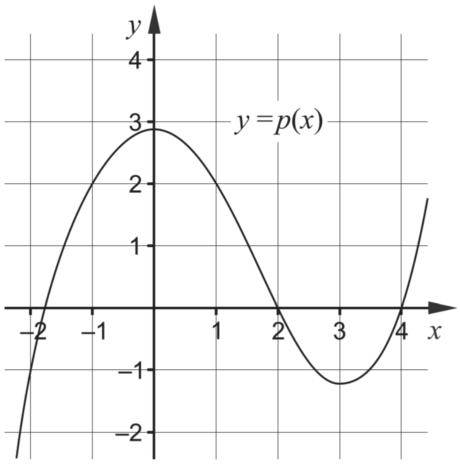


Ett av alternativen A–F visar grafen till funktionens derivata f'. Vilket?



____________________ (0/1/0)

10. Figuren visar huvuddragen av grafen till funktionen p.

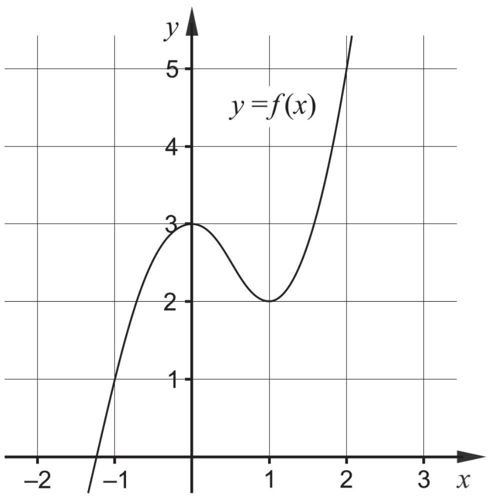


Bestäm för vilka värden på x som

a) $p'(x) < 0$ ____________________ (0/1/0)

b) uttrycket $\dfrac{p(x)}{p'(x)}$ inte är definierat. ____________________ (0/1/0)

11. Figuren visar grafen till funktionen f.



Bestäm ett värde på a så att $\displaystyle\int_{-1}^{a} f'(x)\,dx = 3$ ____________________ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

12. Tilde deriverar funktionen $f(x)=\mathrm{e}^{2x}$ och ställer upp kvoten $\dfrac{f'(x)}{f(x)}$

Hon påstår följande: ”För alla värden på x kommer kvoten alltid att få värdet 2”.

Har Tilde rätt? Motivera ditt svar. (1/0/0)

13. Beräkna $\int_1^2 3x^2\,\mathrm{d}x$. (2/0/0)

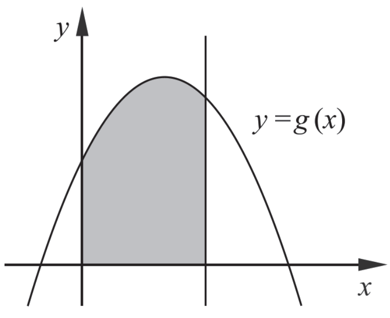
14. Funktionen f ges av $f(x)=x^3-3x^2+7$

Använd derivata och bestäm koordinaterna för eventuella maximi-, minimi- och terrasspunkter för funktionens graf.

Avgör också, för varje sådan punkt, om det är en maximi-, minimi- eller terrasspunkt. (3/1/0)

15. Figuren visar ett gråmarkerat område som begränsas av grafen till funktionen g, den räta linjen $x=3$ samt de positiva koordinataxlarna.

Funktionen g ges av $g(x)=5+px-x^2$ där p är en konstant.



Bestäm p så att det gråmarkerade områdets area blir 24 areaenheter. (0/2/0)

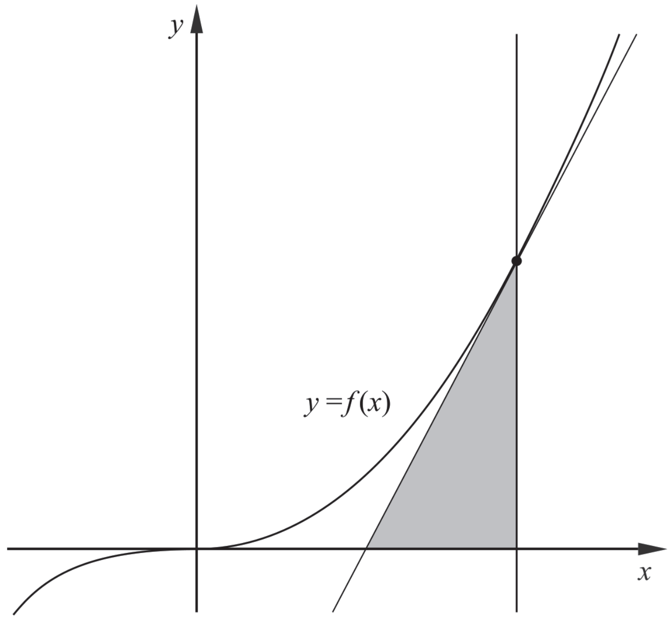
16. Funktionen f ges av $f(x)=x^3+3x$
Jaana påstår att funktionen f har två extrempunkter.

Har Jaana rätt? Motivera ditt svar. (0/2/0)

17. Funktionen f ges av $f(x)=\dfrac{5}{a^2x}$ där $x \neq 0$ och $a \neq 0$

Bestäm $f'(x)$ med hjälp av derivatans definition. (0/1/3)

18. Figuren visar grafen till tredjegradsfunktionen f som ges av $f(x)=x^3$ och en tangent till grafen i den punkt där $x=a$. Tangenten, den positiva x-axeln och linjen $x=a$ begränsar ett område som har formen av en triangel.



Bestäm a så att triangeln får arean 1,5 areaenheter. (0/0/3)

Delprov D	Uppgift 19–28. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 58 poäng varav 21 E-, 21 C- och 16 A-poäng.

Gräns för provbetyget
E: 15 poäng
D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 31 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 39 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 45 poäng varav 8 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ____

Födelsedatum: ____

Gymnasieprogram/Komvux: ________________________________

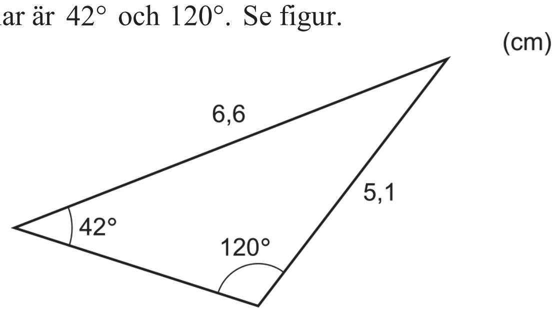
Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Till flera av uppgifterna krävs att du använder digitala verktyg för att kunna lösa dem. Till övriga uppgifter kan det vara en fördel att använda de digitala verktygen vid lösning av uppgiften. Skriv dina lösningar på separat papper.

19. Funktionen f som ges av $f(x) = (2x-1)^5$ kan inte deriveras med hjälp av deriveringsreglerna inom denna kurs.

Använd ditt digitala verktyg för att beräkna ett värde på $f'(2)$.

Endast svar krävs (1/0/0)

20. I en triangel är en sida 6,6 cm och en annan sida 5,1 cm. Två av triangelns vinklar är $42°$ och $120°$. Se figur.



Bestäm triangelns area genom att använda någon eller några av triangelsatserna (sinussatsen, cosinussatsen och areasatsen). (2/0/0)

21. Pojkars längd kan beskrivas med den enkla modellen $f(x) = 78 \cdot e^{0,07x}$ där $f(x)$ är längden i centimeter och x är pojkars ålder i år.

a) Bestäm vid vilken ålder som pojkar är 125 cm långa enligt modellen. (2/0/0)

b) Använd modellen och bestäm hur snabbt pojkar växer då de är exakt 6 år. (0/1/0)

c) Undersök om modellen även är giltig för pojkar som går på gymnasiet. (1/0/0)

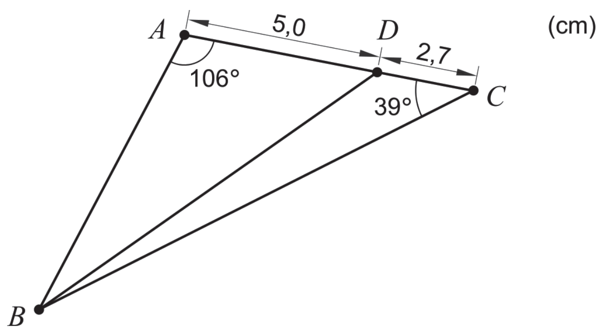
22. Grafen till funktionen $f(x) = 3x^2 + 4x$ har en tangent i den punkt där $x = 2$
Tangentens ekvation kan skrivas $y = kx - 12$

Bestäm k. (2/0/0)

23. Funktionerna f och g ges av $f(x) = \frac{12}{x} + 8x$ och $g(x) = \sqrt{x}$

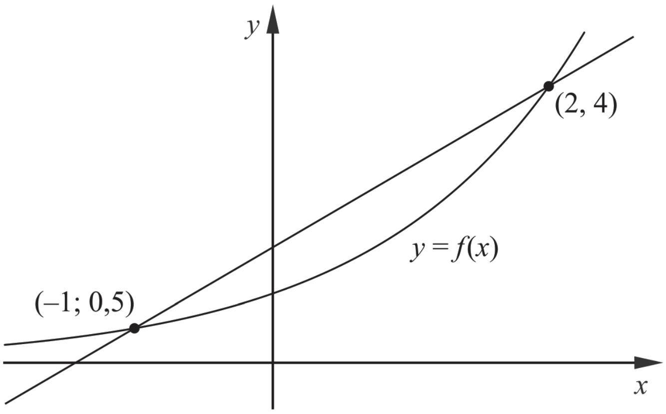
Lös ekvationen $f'(x) = g'(x)$. Svara med minst två decimaler. (0/2/0)

24. Figuren visar triangeln ABC där en punkt D är markerad på sidan AC.
Några mått och vinklar finns givna i figuren.



Bestäm längden av sträckan BD genom att använda någon eller några av triangelsatserna (sinussatsen, cosinussatsen och areasatsen). (0/3/0)

25. Funktionen f ges av $f(x) = 2^x$. Figuren visar grafen till funktionen f samt en sekant mellan två punkter på grafen.



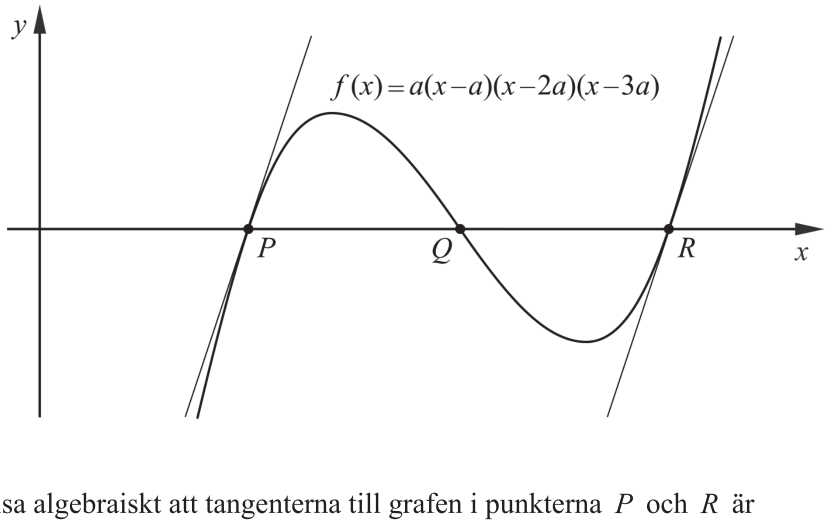
Till grafen dras en tangent som är parallell med sekanten. Bestäm x-koordinaten för tangeringspunkten. Svara med minst två decimaler. (0/2/0)

26. Funktionen f ges av

$f(x) = a(x-a)(x-2a)(x-3a) = ax^3 - 6a^2x^2 + 11a^3x - 6a^4$

där a är en konstant, $a > 0$

Grafen till f skär x-axeln i punkterna P, Q och R. Se figur.



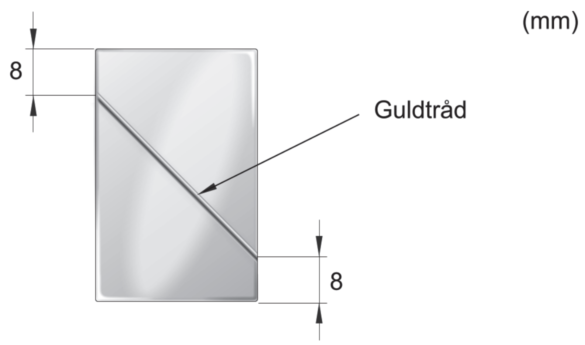
Visa algebraiskt att tangenterna till grafen i punkterna P och R är parallella oavsett värde på konstanten a. (0/0/2)

27. Wilma har en gammal moped.

Bensinförbrukningen för mopeden kan beskrivas med den förenklade modellen $f(x) = 0,3 + 0,5\mathrm{e}^{-0,76x}$ där $f(x)$ är bensinförbrukningen i liter/mil och x är sträckan i mil från start.

Wilma startar med 4,0 liter bensin i tanken. Bestäm hur lång sträcka Wilma kan köra som längst innan bensinen tar slut enligt modellen. (0/0/2)

28. Konstsmeden Suzanna tänker göra smycken av silver och guld. Varje smycke ska bestå av en rektangulär silverplatta och en guldtråd. Guldtråden ska lödas fast 8 mm från silverplattans hörn. Se figur.



Guldtråd är dyr och hon vill därför använda så lite guld som möjligt till smycket. Smycket får inte heller väga för mycket och därför bestämmer Suzanna att en silverplatta ska ha arean 550 mm^2.

Bestäm vilken längd guldtråden får om Suzanna använder så lite guldtråd som möjligt till smycket. (0/0/3)