

Delprov B	Uppgift 1-11. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 12-19. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 60 poäng varav 22 E-, 20 C- och 18 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 15 poäng

D: 23 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå

C: 31 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå

B: 40 poäng varav 6 poäng på A-nivå

A: 48 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs.* Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. På en restaurang kan du välja mellan 4 förrätter, 6 huvudrätter och 3 efterrätter. På hur många sätt kan du sätta ihop en middag om den ska bestå av en förrätt, en huvudrätt och en efterrätt?

_____ (1/0/0)

2. Beräkna $\frac{10!}{8!}$

_____ (1/0/0)

3. Beräkna $\sum_{k=1}^3 (2k+1)$

_____ (1/0/0)

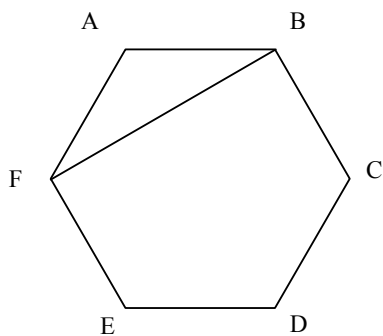
4. Bestäm den största gemensamma delaren till 140 och 42

_____ (1/0/0)

5. Ett visst år infaller den svenska nationaldagen på en fredag. Vilken veckodag är det 150 dagar efter nationaldagen?

_____ (1/0/0)

6. Bestäm en Hamiltoncykel i grafen nedan.



_____ (1/0/0)

7. Tre mängder är givna

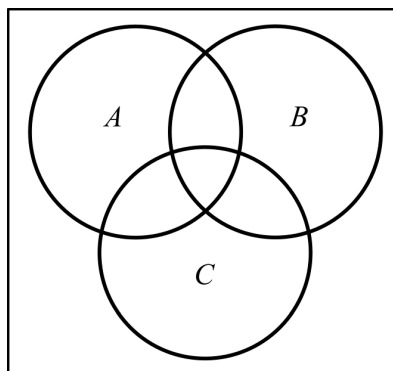
A : Personer som använder Facebook

B : Personer som använder Instagram

C : Personer som använder Twitter.

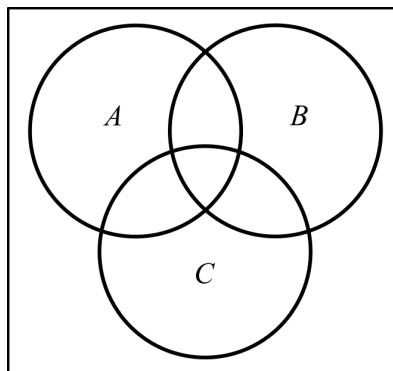
- a) Markera i Venndiagrammet det område som motsvaras av $(A \cup B) \cap C$

(1/0/0)



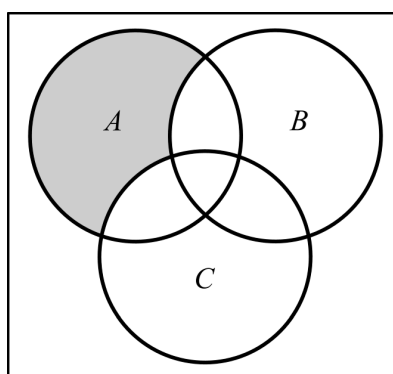
- b) Markera i Venndiagrammet det område som representerar de personer som använder Facebook och Instagram men inte Twitter.

(1/0/0)



- c) Använd mängdsymboler för att beskriva det markerade området i figuren.

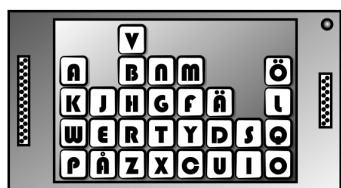
_____ (0/1/0)



8. Bestäm det minsta positiva talet x för vilket $30 \equiv x \pmod{7}$

_____ (1/0/0)

9. I ett företag som tillverkar appar är man oroad över att dagsförsäljningen av en av deras populäraste appar varit konstant i några månader. Därför genomför man en annonskampanj som resulterar i att dagsförsäljningen ökar. Efter annonskampanjen är ändringstakten i dagsförsäljningen, enligt en förenklad modell, proportionell mot roten ur dagsförsäljningen vid varje tidpunkt.



Ange en differentialekvation som beskriver ändringstakten i dagsförsäljningen

a) före annonskampanjen. _____ (0/1/0)

b) efter annonskampanjen. _____ (0/1/0)

10. Ge en rekursiv beskrivning av den aritmetiska talföljden 2, 20, 38, 56, ...

_____ (1/1/0)

11. Låt grundmängden vara mängden av positiva heltal större än 1.

Delmängderna A och B definieras på följande sätt:

$$A = \{x \mid \text{SGD}(x, 12) = 1\} \text{ (SGD betyder största gemensamma delare)}$$

$$B = \{x \mid x \text{ är ett primtal}\}$$

Bestäm det minsta talet i mängden $A \setminus B$

_____ (0/0/1)

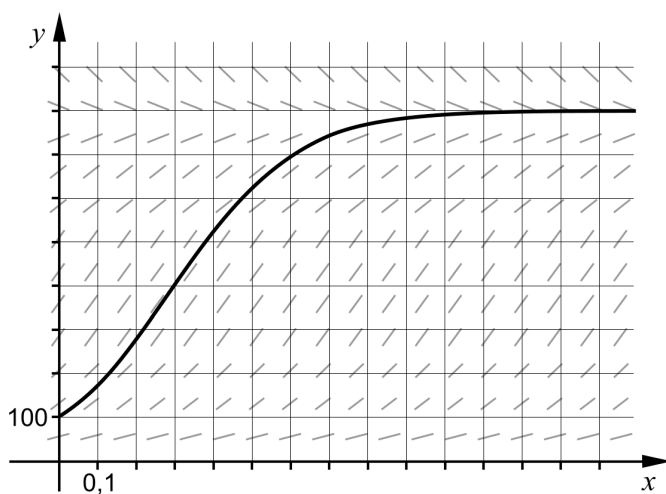
Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

12. På en arbetsplats läser alla anställda Sydsvenskan eller Svenska Dagbladet. Några läser båda tidningarna. Antalet som läser Sydsvenskan är 31, antalet som läser Svenska Dagbladet är 13 och antalet som läser båda tidningarna är 5. Hur många anställda finns det på arbetsplatsen? (2/0/0)

13. En talföljd definieras rekursivt på följande sätt:
$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{2} \\ a_{k+1} = a_k + \frac{1}{2^{k+1}} \end{cases} \quad \text{där } k \geq 1$$
- a) Bestäm a_3 (2/0/0)

- b) Ange en sluten (explicit) formel för a_k i talföljden. (0/1/0)
- Endast svar krävs*

14. En population kaniner har observerats under en längre tid. Populationens utveckling beskrivs av differentialekvationen $y' = 0,008y(800 - y)$, där y är antal kaniner x år efter observationens början. Nedan ser du riktningsfältet till differentialekvationen och en lösningskurva.



- a) Ange ett begynnelsevillkor som ger den inritade lösningskurvan. (1/0/0)
- Endast svar krävs*
- b) Använd differentialekvationen, $y' = 0,008y(800 - y)$, för att bestämma hur stor populationen är då tillväxthastigheten är som störst. (0/2/0)
- c) I diagrammet syns det att populationens storlek stabiliseras med tiden. Förklara detta med hjälp av differentialekvationen. (0/0/1)
- d) Skissa, i figuren ovan, lösningskurvan om det istället fanns 300 kaniner från början. (1/0/0)

15. Bestäm koefficienten för x^3 -termen i utvecklingen av $(2x + 3)^5$ (0/2/0)
16. Bestäm resten då $123^{45} + 67^{89}$ divideras med 11 (0/1/1)
17. Förenkla uttrycket $\frac{(n+1)! + n!}{(n+2) \cdot (n-1)!}$ så långt som möjligt. (0/0/2)
18. Talet $50!$ beräknas. Undersök hur många nollor det finns i slutet av detta tal. (0/1/2)
19. Finns det heltal $n > 1$ så att $6^{2n} - 25$ är ett primtal? Motivera. (0/0/2)