

Innehållsförteckning

Inledning.....	4
Läsanvisning.....	4
1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2a	5
Uppgifter av kortsvarstyp	5
Uppgifter av långsvarstyp	5
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga	6
Digitala prov ska avidentifieras	7
Sammanställning av elevresultat	7
Sammanställning till ett provbetyg	7
2. Bedömningsanvisningar	8
Läsanvisning.....	8
Instruktioner för bedömning av delprov B.....	8
Instruktioner för bedömning av delprov C.....	10
Instruktioner för bedömning av delprov D	11
3. Exempel på bedömda elevlösningar.....	14
Uppgift 12	14
Uppgift 13b	14
Uppgift 15	15
Uppgift 16	16
Uppgift 22	19
Uppgift 23	20
Uppgift 25	22
Uppgift 26	24
Uppgift 27	24
Uppgift 28	27
4. Instruktioner för sammanställning till ett provbetyg.....	28
Sammanställningen till ett provbetyg i samband med provet i matematik 2a	28
Resultatet på provet ska särskilt beaktas vid betygssättningen.....	28
5. Instruktioner för inrapportering av provresultat	29
6. Kopieringsunderlag och webbmateriäl.....	31
Webbmateriäl.....	31
Formulär för sammanställning av elevresultat	32

Inledning

På uppdrag av regeringen ansvarar Skolverket för samtliga nationella prov. Syftet med de nationella proven är att stödja en likvärdig och rättvis betygssättning.

I årskurs 3 i grundskolan och motsvarande skolformer är syftet att stödja bedömningen av uppnådda kunskapskrav.

De nationella proven kan också bidra till att stärka skolornas kvalitetsarbete genom analyser av provresultaten i relation till uppnådda kunskapskrav på skolnivå, huvudmannanivå och på nationell nivå.

Det är rektorn som ansvarar för organisationen omkring provet på skolan och för att leda och fördela arbetet.

Läsanvisning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 2a. Häftet består av 6 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma elevernas prestationer på de olika delproven (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanställningen till ett provbetyg (kapitel 4). De två avslutande kapitlen innehåller instruktioner för inrapportering av provresultat (kapitel 5) samt kopieringsunderlag och hänvisningar till webbmateriel (kapitel 6).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2a

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som provas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en "problemlösningspoäng på E-nivå" respektive en "resonemangspoäng på A-nivå".

Uppgifter av kortsvarstyp

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

Uppgifter av långsvarstyp

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknepel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. (Eventuella avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.)

Modell 1

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E_p
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1 E_p

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen kan falla ut först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet "med" inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E _p
med korrekt bestämning av ...	+1 E _p
Godtagbar verifiering av ...	+1 E _p

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.

Modell 3

E	C	A
Beskrivning av resonemang vars kvalitet motsvarar E-nivå, t.ex. ...	Beskrivning av resonemang vars kvalitet motsvarar C-nivå, t.ex. ...	Beskrivning av resonemang vars kvalitet motsvarar A-nivå, t.ex. ...
1 E _R	1 E _R och 1 C _R	1 E _R , 1 C _R och 1 A _R

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

I vissa uppgifter ska elevens skriftliga kommunikativa förmåga bedömas. Då gäller följande:

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt*.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, dvs. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och andra representationer uttryckas på ett till stor del tydligt och korrekt sätt.
3. lösningen vara relativt lätt att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt*.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad och endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och andra representationer uttryckas på ett tydligt och korrekt sätt.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

*Avsteg från denna princip kan i undantagsfall göras om det bedöms att den del av lösningen som är felaktig eller saknas inte tillför något väsentligt när det gäller möjligheten att bedöma den skriftliga kommunikationsförmågan.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=, \neq, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \sqrt{}, \sqrt[n]{}, f(x), x, y, \frac{\Delta y}{\Delta x}, (), \%, \{, \bar{x}, \sigma, Sx, \mu, VL, HL$, symbol för rät vinkel
Termer	t.ex. x-led, y-led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, variabel, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, reell lösning, ekvationssystem, rät linje, lutning, riktningskoefficient, parallell, vinkelrät, andragradsfunktion, parabel, nollställe, extrempunkt, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponent, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, potensfunktion, uttryck, ekvation, rätvinklig, liksidig, likbent, normalfördelning, lådagran, median, medelvärde, typvärde, kvartil, percentil, standardavvikelse, variationsbredd, kvartilavstånd.
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, abc-formeln, kvadratkomplettering, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

Digitala prov ska avidentifieras

De prov som eleverna har genomfört digitalt ska *avidentifieras* före bedömningen. Läraren som bedömer ska alltså inte veta vems prov hon eller han bedömer. Mer information om detta finns på Skolverkets webbsida www.skolverket.se/genomfora-np-gymnasieskolan.

Sammanställning av elevresultat

När eleven har genomfört de olika delproven kan resultaten noteras i "Formulär för sammanställning av elevresultat" som finns i kapitel 6. Syftet med formuläret är att underlätta för läraren att sammanställa och rapportera in elevens resultat. Det kan också användas vid samtal med eleven om provresultatet.

Sammanställning till ett provbetyg

När samtliga delprov är genomförda ska resultaten summeras till ett provbetyg. Information om hur summeringen går till finns i kapitel 4.

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

- | | |
|---|----------------------|
| 1. | Max 3/0/0 |
| a) Korrekt svar (6) | +1 E _B |
| b) Korrekt svar (3) | +1 E _{PL} |
| c) Korrekt svar (t.ex. $y = -2x$) | +1 E _B |
|
2. |
Max 2/0/0 |
| a) Korrekt svar (2) | +1 E _B |
| b) Korrekt svar (1,5) | +1 E _B |
|
3. |
Max 3/0/0 |
| a) Korrekt svar ($x^2 + 25$) | +1 E _P |
| b) Korrekt svar (x^2) | +1 E _P |
| c) Korrekt svar (x^9) | +1 E _P |
|
4. |
Max 1/1/0 |
| a) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (9) | +1 E _B |
| b) Korrekt svar (D) | +1 C _B |

- 5. Max 1/1/0**
- a) Korrekt svar (t.ex. $(6, 0)$) +1 E_{PL}
Kommentar: Andra vanliga korrekta svar är $(-4, 0)$, $(1, 5)$, $(4, 4)$ och $(-2, 4)$.
- b) Korrekt svar $(\frac{3}{2}, \frac{5}{4})$ +1 C_{PL}
Kommentar: Korrekt svar i decimalform eller korrekt svar som inte är förkortat, t.ex. $(\frac{6}{4}, \frac{5}{4})$, ges poäng.
- 6. Max 1/2/1**
- a) Korrekt svar ($x = 21^{\frac{1}{5}}$) +1 E_P
- b) Korrekt svar ($x = 2^{\frac{1}{11}}$) +1 C_P
- c) Korrekt svar ($x = -1$) +1 C_P
- d) Korrekt svar ($x_1 = 5987, x_2 = 5985$) +1 A_P
- 7. Max 0/1/0**
- Korrekt svar ($A = x \cdot \frac{120 - 2x}{2}$) +1 C_M
- 8. Max 0/1/0**
- Korrekt svar (t.ex. $y = (x - 2)(x - 4)$) +1 C_B
Kommentar: Svar som uppfyller $\frac{b}{a} = -6$ där $y = ax^2 + bx + c$ är korrekta.
- 9. Max 0/0/1**
- Korrekt svar ($x = 1,5$) +1 A_B

- 10.** **Max 0/0/1**
- Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ($a = 9,5$) +1 A_B
- Kommentar:* Svar inom intervallet $9,4 \leq a \leq 9,6$ ges poäng.

- 11.** **Max 0/0/1**
- Korrekt svar (A och B) +1 A_{PL}

Instruktioner för bedömning av delprov C

- 12.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andra-gradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = -2, x_2 = -6$) +1 E_P

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



- 13.** **Max 2/0/0**
- a) Godtagbart resonemang som inkluderar slutsatsen att Emma har gjort fel (t.ex. "Nej, det borde stå $-3,5$ i den första ekvationen.") +1 E_R
- b) Godtagbart resonemang som visar att $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1,5 \end{cases}$ inte är en lösning och som inkluderar slutsatsen att Sanna har fel +1 E_R

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



- 14.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, kommer fram till en korrekt ekvation i en variabel utifrån ekvationssystemet +1 C_P
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 3,5; y = -1$) +1 C_P

15.

Max 0/2/0

Godtagbar ansats, påbörjar ett resonemang där ena ledet av sambandet ställs upp uttryckt i en variabel och en förenkling påbörjas för att visa att $VL=HL$
 eller

där båda delarna av sambandet ställs upp uttryckt i en variabel

eller

där hela sambandet ställs upp i två variabler och skrivs om korrekt med konjugatregeln

+1 C_R

med slutfört resonemang där det visas att Fionas påstående stämmer

+1 C_R

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



16.

Max 0/3/0

Godtagbar ansats, beräknar längden på triangelns bas till 8

eller

ställer upp en ekvation för arean där höjden uttrycks som t.ex. $-1,5a + 12$

+1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ((2, 9))

+1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 "Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga"

+1 C_K

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



17.

Max 0/0/2

Godtagbar ansats, ställer upp ett korrekt ekvationssystem, t.ex.
$$\begin{cases} 2 = C \cdot a^2 \\ 54 = C \cdot a^5 \end{cases}$$

och

elimineras en variabel på ett korrekt sätt i den fortsatta lösningen

+1 A_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar som är förenklat ($\frac{2}{9}$)

+1 A_P

Instruktioner för bedömning av delprov D

18.

Max 1/0/0

Godtagbar lösning med korrekt svar (2,1)

+1 E_P

19.

Max 1/0/0

Korrekt svar ($x = 0,67$)

+1 E_P

20.		Max 1/0/0
	Korrekt svar (t.ex. (0, 7))	+1 E _{PL}
21.		Max 2/0/0
	Godtagbar ansats, anger korrekt värde för antingen bredden eller höjden	+1 E _M
	med godtagbart svar (bredd 28 m, höjd 27 m)	+1 E _M
22.		Max 2/0/0
	Godtagbar ansats, visar insikt i att det är ekvationen $35,2 = 0,8365 \cdot B^{1,5}$	
	som ska lösas	+1 E _M
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (12)	+1 E _M
	<i>Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"</i>	
23.		Max 0/3/0
	Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en korrekt ekvation för att bestämma	
	förändringsfaktorn, $2967 = 1411 \cdot a^{12}$	+1 C _M
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (år 2026)	+1 C _M
	Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 "Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga"	+1 C _K
	<i>Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"</i>	
24.		Max 1/0/2
a)	Godtagbart svar (t.ex. "tiden")	+1 E _M
b)	Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer x , $x = 1,44$	+1 A _M
	med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (350 km)	+1 A _M

25.

Max 0/2/0

Godtagbar ansats, inser att den sammanlagda timlönen för den som har den lägsta och den högsta timlönen är 440 kr/h

eller

ställer upp en ekvation i en variabel, t.ex. $\frac{x + 400 + x + 80}{4} = 210$

eller

påbörjar en prövning där alla tre villkoren ingår och tolkas korrekt

+1 C_B

med slutfört resonemang med korrekt svar (260 kr/h)

+1 C_R

Kommentar: Även svaren 260 och 260 kronor ges poäng.

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



26.

Max 0/2/0

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $(x + 3)^2 - 6(x + 3) + 4 = -2$

+1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($x_1 = -1,73$, $x_2 = 1,73$)

+1 C_P

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



27.

Max 0/0/2

Godtagbar ansats, påbörjar ett resonemang som inkluderar motivering till varför alla negativa tal är möjliga värden på riktningskoefficienten

eller

varför noll är ett möjligt värde på riktningskoefficienten

+1 A_R

med slutfört resonemang som inkluderar motivering till varför alla negativa tal och noll är möjliga värden på riktningskoefficienten

+1 A_R

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



28.

Max 0/0/2

Godtagbar ansats, bestämmer y-koordinaterna för båda punkterna

+1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a\sqrt{10}$ l.e.)

+1 A_{PL}

Kommentar: Även svaren $3,16a$, $a\sqrt{10}$ och $\sqrt{10a^2}$ ges poäng.

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



3. Exempel på bedömda elevlösningar

I det här kapitlet finns exempel på bedömda elevlösningar till vissa uppgifter i provet samt kommentarer till exemplen som stöd för bedömningen.

Uppgift 12

Elevlösningsexempel 12.1 (0 poäng)

$$\begin{aligned}
 x^2 + 8x + 12 &= 0 \\
 x &= \frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 12} \\
 x &= 4 \pm \sqrt{4} \\
 x_1 &= 6 \\
 x_2 &= 2
 \end{aligned}$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen görs ett teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationer och lösningen uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges noll poäng.

Uppgift 13b

Elevlösningsexempel 13b.1 (0 poäng)

$$\begin{aligned}
 x - y &= 3,5 & y &= x - 3,5 \\
 2x + x - 3,5 &= 5,5 & 3x &= 2 & x &= \frac{2}{3} \\
 y &= 3 - \frac{2}{3} & y &= 2\frac{1}{3} \\
 \text{Svar: Nej}
 \end{aligned}$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen dras korrekt slutsats men utifrån en felaktig lösning av ekvationssystemet. Detta anses inte godtagbart och lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 13b.2 (1 ER)

$$\begin{aligned}
 \text{b.) Fel,} \\
 2 \cdot 5 + 1,5 &\neq 5,5
 \end{aligned}$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen motiveras att Sanna har fel genom insättning av lösningen i den andra ekvationen. Trots att lösningen är knapphändig anses den nätt och jämnt uppfylla kraven för resonemangs-poäng på E-nivå.

Uppgift 15

Elevlösningsexempel 15.1 (1 CR)

$$x - (x-1) = 1$$

$$x^2 - (x-1)^2 = x + (x-1)$$

tex

$$8^2 - 7^2 = 15$$

$$3^2 - 2^2 = 5$$

$$6^2 - 5^2 = 11$$

$$8 + (8-1) = 15$$

$$3 + (3-1) = 5$$

$$6 + (6-1) = 11$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen ställs ett korrekt samband upp i en variabel på andra raden vilket motsvarar en godtagbar ansats. De uträknade exemplen visar inte att sambandet gäller generellt och tillför därmed inget till resonemanget. Lösningen ges en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 15.2 (1 CR)

$$\text{tal } 1 = x$$

$$\text{tal } 2 = y$$

$$\begin{cases} x - y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = x + y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 1 & \textcircled{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+y)(x-y) = x+y & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{(x+y)(x-y)}{(x+y)} = \frac{x+y}{x+y}$$

$$x - y = 1 \quad \checkmark \checkmark \checkmark$$

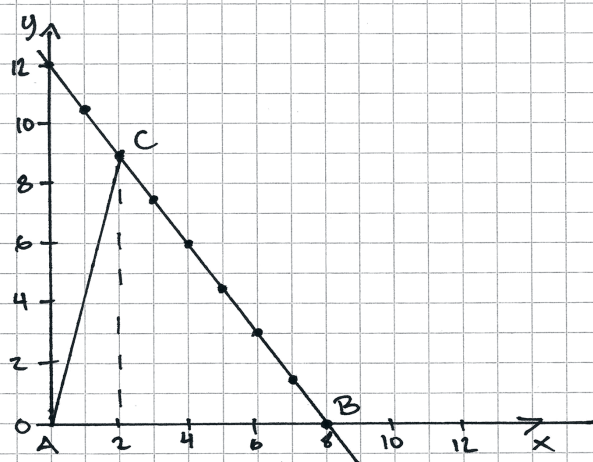
Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen ställs hela sambandet upp korrekt i två variabler och skrivs om med konjugatregeln vilket motsvarar en godtagbar ansats. I den fortsatta lösningen visas att om $x^2 - y^2 = x + y$ så är skillnaden mellan talen 1 vilket är det omvända mot vad som skulle visas. Därmed anses inte kraven för den andra resonemangspoängen på C-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 16.2 (2 CPL och 1 CK)

$$\begin{array}{lcl}
 A = \frac{b \cdot h}{2} & b = B:s & x\text{-koordinat} \\
 & h = C:s & y\text{-koordinat} \\
 y_B = -1,5x_B + 12 = 0 & A = 36 = \frac{8h}{2} & \\
 1,5x_B = 12 & 72 = 8h & \\
 x_B = 8 & 9 = h = y_C & \\
 y_C = -1,5x_C + 12 = 9 & & \\
 1,5x_C = 3 & & \\
 x_C = 2 & \text{Svar: } C = (2, 9) &
 \end{array}$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen löses problemet i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen relativt lätt att följa och förstå och införda beteckningar tydliga om även något ovanliga. Trots att lösningen är något kortfattad samt att det finns flera likhetstecken på samma rad i ekvationsuppställningarna anses kraven för kommunikationspoäng nått och jämnt vara uppfyllda. Lösningen ges två problemlösningspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 16.3 (2 CPL och 1 CK)



Först plottar jag ut punkter på linjen $y = -1,5x + 12$. Då kan jag se att det är 8 längdenheter mellan punkt A och B.

$$\text{Arean}_{\triangle ABC} = \frac{\text{Basen} \cdot \text{höjden}}{2} = 36 \text{ a.e.}$$

Basen = 8 l.e.
höjden = avstånd mellan x-axeln och C (lodrät)

$$(-2) \quad 36 \text{ a.e.} = \frac{8 \text{ l.e.} \cdot \text{höjden}}{2} \quad (-2)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$(\cdot 8 \text{ l.e.}) \quad 72 \text{ a.e.} = 8 \text{ l.e.} \cdot \text{höjden} \quad (/8 \text{ l.e.})$$

$$\Leftrightarrow$$

$$9 \text{ l.e.} = \text{höjden}$$

Avstånd från x-axeln lodrätt till C = 9 l.e.
Sätter ut C i mitt diagram ovan

C hamnar då på punkten (2,9) som jag kan avläsa i diagrammet.

Svar: (2,9)

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen genomförs en godtagbar grafisk lösning. När det gäller kommunikation är lösningen relativt lätt att följa och förstå med en tydlig bild och tydliga motiveringar. Lösningen ges två problemlösningspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (1 EM)

Skriver in $y = 35,2$ & $y = 0,8365x^{1,5}$
och söker skärningspunkten.
Svar: $B = 35$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen påbörjas en godtagbar grafisk lösning av problemet där insikt visas i vilken ekvation som ska lösas. Detta motsvarar kraven för den första modelleringspoängen. Eftersom ett felaktigt värde anges på B anses inte kraven för den andra modelleringspoängen vara uppfyllda.

Uppgift 23

Elevlösningsexempel 23.1 (1 C_M och 1 C_K)

$$y = C \cdot a^x$$

$$2967 = 1411a^{12}$$

$$2,1028 = a^{12}$$

$$2,1028^{1/12} = a$$

$$a = 1,06$$

$$5000 = 2967 \cdot 1,06^x$$

$$x = 10 \quad 2967 \cdot 1,06^{10} = 5313$$

$$x = 8 \quad 2967 \cdot 1,06^8 = 4729$$

$$x = 9 \quad 2967 \cdot 1,06^9 = 5013$$

$$2018 + 9 = 2027$$

$$\text{Svar: } \overset{p}{\text{År 2027}}$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen ställs en korrekt ekvation upp för att bestämma förändringsfaktorn vilket motsvarar en godtagbar ansats. I den fortsatta lösningen genomförs en godtagbar systematisk prövning men eftersom det används för få värdesiffror på förändringsfaktorn anses inte kraven för den andra modelleringspoängen vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är lösningen relativt lätt att följa och förstå och eftersom den allmänna exponentialekvationen är uppställd anses variablerna någorlunda definierade. Trots att likhetstecknet används vid avrundade svar på flera ställen anses lösningen uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Lösningen ges en modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 23.2 (2 C_M och 1 C_K)

2006 : 1411 tigrar
(0)

2018 : 2967 tigrar
(12)

$$y = Cx^a$$

$$2967 = 1411 x^{12}$$

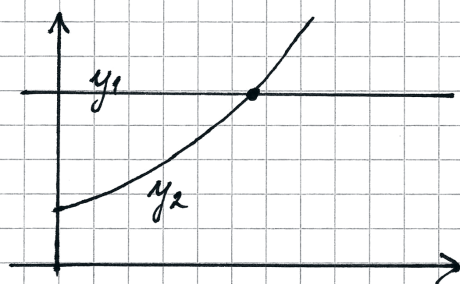
$$x^{12} = \frac{2967}{1411}$$

$$x = \left(\frac{2967}{1411}\right)^{1/12} \approx 1,0639 \text{ (förändringefaktor)}$$

$$y = Ca^x$$

$$5000 = 2967 \cdot 1,0639^x$$

ritar med räknaren :



$$y_1 = 5000$$

$$y_2 = 2967 \cdot 1,0639^x$$

räknaren ger
skärningspunkten

$$x \approx 8,425$$

$$y = 5000$$

$$2006 + 12 + 8,425 = 2026,42$$

Det vill säga år 2026 blir det
5000 st.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen löses problemet i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen relativt lätt att följa och förstå och eftersom de allmänna potens- och exponentialekvationerna är uppställda anses variablerna någorlunda definierade. Trots att x används som både förändringsfaktor och tidsvariabel anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Lösningen ges två modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 25

Elevlösningsexempel 25.1 (0 poäng)

$$\text{Medelvärde} = 210$$

$$\text{Median} = 200$$

$$\text{Variationsbredd} = 80$$

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = 210$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4$$

200
↓

$$x_4 = x_1 + 80$$

$$x_1 = 210 - 40$$

$$\begin{array}{r} -10 \\ -10 \end{array}$$

$$x_2 = 210$$

$$\begin{array}{r} -30 \end{array}$$

$$x_3 = 210$$

$$\begin{array}{r} +10 \\ +20 \end{array}$$

$$x_4 = 210$$

$$\begin{array}{r} +40 \end{array}$$

$$x_1 = 170 \quad x_2 = 180 \quad x_3 = 240 \quad x_4 = 250$$

svar: Den med högst timlön var 250 kr/h

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen tolkas alla tre villkoren korrekt men villkoret för medianen används sedan inte i prövningen. Därmed anses inte kraven för ansatspoäng vara uppfyllda och lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 25.2 (1 C_B)

$$\begin{aligned}
 & \circ 4p \\
 & \circ \frac{x}{4} = 210 \\
 & \circ \frac{2x}{2} = 200 \quad \times 200 \quad 200 \quad \times \\
 & \circ \text{Största} - \text{minsta} = 80 \text{ kr skillnad} \\
 & \circ \frac{180 + 200 + 200 + 260}{4} = 210 \\
 & \circ 260 - 180 = 80 \text{ kr} \quad \circ \frac{200 + 200}{2} = 200 \\
 & \text{Svar: } 180 \quad 200 \quad 200 \quad \overset{\text{högst}}{260} \text{ kr/h}
 \end{aligned}$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen påbörjas en prövning där alla tre villkor tolkas korrekt. Trots att x representerar såväl totalsumman som lägsta och högsta timlönen anses kraven för ansatspoäng vara uppfyllda. Eftersom det inte redovisas att svaret 260 kr/h är den enda möjliga lösningen anses resonemanget inte vara slutfört. Lösningen ges en begrepps-poäng på C-nivå.

Uppgift 26

Elevlösningsexempel 26.1 (1 Cp)

$$f(x) = x^2 - 6x + 4$$

$$\begin{aligned} f(x+3) &= (x+3)^2 - 6(x+3) + 4 = \\ &= x^2 + 9 - 6x - 18 + 4 = \\ &= x^2 - 6x - 5 \end{aligned}$$

$$x^2 - 6x - 5 = -2$$

$$x^2 - 6x - 3 = 0$$

$$x = 3 \pm \sqrt{9+3}$$

$$x_1 = 6,46$$

$$x_2 = -0,46$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen tolkas $f(x+3)$ korrekt. Trots att förenklingen sedan är felaktig anses denna tolkning motsvara en godtagbar ansats. Lösningen ges en procedurpoäng på C-nivå.

Uppgift 27

Elevlösningsexempel 27.1 (1 Ar)

$$P \quad (6, 11)$$

$$Q \quad (x \leq 6, y \geq 11) \quad \begin{cases} x = \text{mindre än } 6 \\ y = \text{lika med eller större än } 11. \end{cases}$$

$$R \quad (x > 6, y \leq 11) \quad \begin{cases} x = \text{större än } 6 \\ y = \text{lika med eller mindre än } 11. \end{cases}$$

ex på möjliga koordinater: ex på möjlig

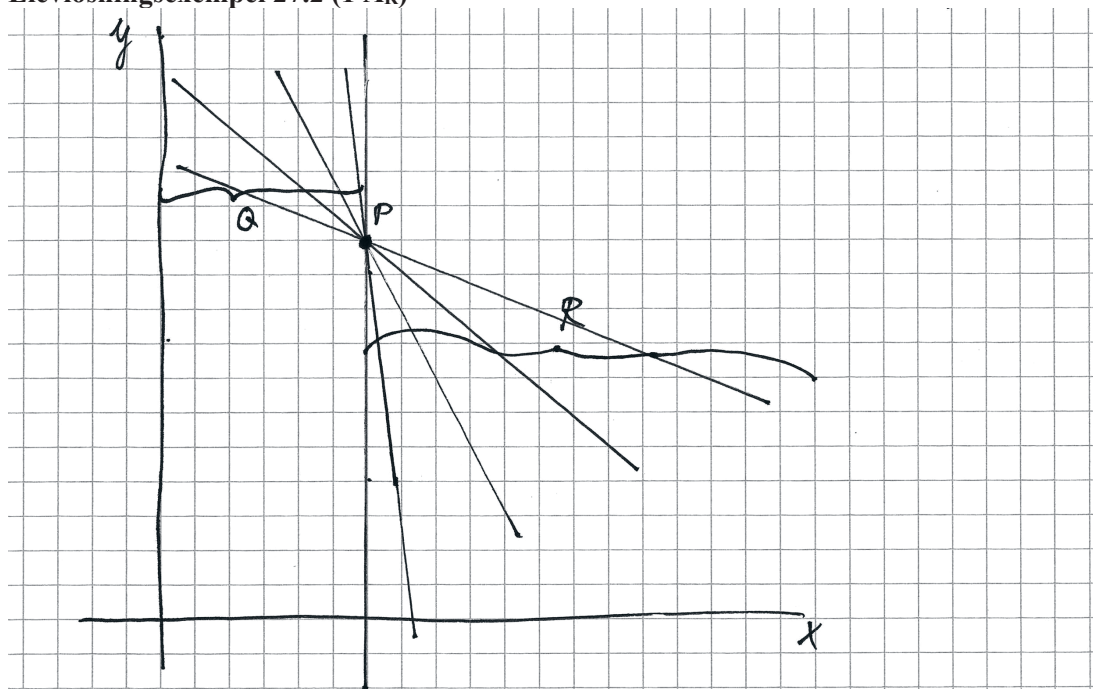
$$Q = (5, 11)$$

k-värde: 0

$$R = (7, 11)$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen ges ett exempel utifrån ett specialfall. Detta anses vara en godtagbar utredning av riktningskoefficienten noll och därmed ges lösningen en resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 27.2 (1 AR)



T.ex. riktningskoefficienten -1 .
Riktningskoefficienten måste vara negativ. Alla negativa värden går.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen anses den tydliga bilden utgöra en tillräcklig motivering till att riktningskoefficienten kan anta alla negativa värden vilket motsvarar en godtagbar ansats. Lösningen ges en resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 27.3 (2 AR)

Då y -koordinatens värde blir
högre ju lägre värde på
 x -axeln och y -koordinatens värde
blir lägre desto högre värde
på x -axeln så har linjens
riktning koefficient ett negativt
värde.

men eftersom y -koordinatens
värde kan förbli detsamma
oavsett ifall x -koordinaten
blir högre eller lägre
så kan riktningskoefficientens
värde även vara 0.

$$k \leq 0$$

Svar: k är mindre eller
lika mycket som
noll $k \leq 0$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen utreds fallet då riktningskoefficienten är noll på ett godtagbart sätt. I utredningen av fallet då riktningskoefficienten är negativ är förklaringen något otydlig men trots denna brist anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för den andra resonemangspoängen. Lösningen ges två resonemangspoäng på A-nivå.

Uppgift 28

Elevlösningsexempel 28.1 (1 APL)

$$f(x) = \frac{x^2}{a}$$

$$\text{Punkt 1: } f(a) = \frac{a^2}{a} \quad f(a) = a$$

$$\text{Punkt 2: } f(2a) = \frac{(2a)^2}{a}$$

$$f(2a) = \frac{4a^2}{a}$$

$$f(2a) = 4a$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms funktionsvärdena för de två givna x -koordinaterna. Detta anses motsvara en godtagbar ansats. Lösningen ges en problemlösningspoäng på A-nivå.